

رسالہ مساحت

مولا

ماہنامہ صاحب ایم اے ایف آر الیس
بندوبست کے لئے محدثیت مشالونی

جسکو

منشی محمد ذکاوت اللہ صاحب پروفیسر و نئی کویا سائنس اینڈ ٹیکنالوجی ریسرچ سوسائٹی کالج

Checked
1987



اردو میں ترجمہ کیا

چوتھی دفعہ صحیح اور درست ہو کر

بمقام دہلی مطبع مرتضوی بن باہتمام حاجی محمد عزیز الدین کے

مطبع ہوا
۱۸۶۶ ع

بسم اللہ الرحمن الرحیم

رٹر کی کالج کا حال سب کو معلوم ہے کہ وہاں کے امتحان کی واسطی علم حساب کی ایک ضروری علم ہے بغیر حساب
 جاننے کی وہاں کوئی کسی طالب علم نہیں بوجہ اس کی بدولت ہمارے اہل وطن کیسے دولت کماتی ہیں
 ہر سال کتنی طالب علم قصباتی مقامی تحصیل حلقہ بندی مدرسوں کی روزگار پاتی ہیں اور اسے
 ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا جیسے کہ جناب فضیلت اب ٹوڈ منسٹر حساب کی کتاب ہے اور وہاں ہی
 اس کا ترجمہ کیا وہ ہندی کی واسطی کتاب ہے اور یہی کتاب ایسی نہیں کہ اس میں ہندی الجھین
 فقط علم حساب کا جاننا اس کتاب کی پڑھنے کی لمبی ضروری ہے مضامین چھوٹی چھوٹی بالوں میں مشتمل ہیں
 ہر باب کے آخر میں اوسے باب کی مثالیں لکھی ہوئی ہیں اور مشدہ متفرقہ میں دس دس مثالیں ایک قسم کی
 انی ہیں اکثر ان میں ہی بنیاد مروج ہی فی تصنیف کیں ہیں اور بعض کاغذات امتحان کے منتخب ہیں
 علم حساب کی سب سے اعلیٰ اور بارہ سو مثالیں اس میں موجود ہیں غرض بھہ کتاب ایسی ہی کہ اگر اس کو
 علم حساب پڑھ کر کوئی طالب علم پڑھے تو کہیں نہیں رڑ کی اس علم کا لطف اسی کتاب کے
 پڑھنے سے آتا ہے مثال حساب کو طالب علم دیکھتا ہے کہ وہ حساب میں کسی اور سہراہ میں حل ہوتے ہیں
 حساب کی کتب اور مجذور کی معنی ہیں ان کا کہہ دیتی ہیں علم ہند کی ساتھ جب سے اختلاف ہوتا ہے تو علم
 ہند سے کی گچھ اور ہی شان نظر آتی لگتی ہے اگر اس کتاب کو پڑھ کر اقلیدہ کو با کسی اور کتاب کو علم
 ہندی کی مطالعہ کری تو عجب لطف اس کو حاصل ہوتا ہے علم حساب کی جس قدر کتابیں اردو میں ہوں
 موجود ہیں ان کو کچھ نسبت اس کتاب سے نہیں ہے بہر ایک ایسی مثال کی کتاب کا ترجمہ ہو کہ اس کا
 نظیر انگلستان میں ہی نظر نہیں آتا۔ روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ ہوتی جاتی ہے
 اس لئے اب یہ جو تھی دفتر اسے تو یہ نسخہ ہر منطیع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی شہرہ ہی ہمارا ہائی

فہرست مضامین

دیباچہ

پہلا باب علم ہندسہ

حدود یعنی تعریفات اور اصطلاحات

مسائل ہندسہ

علمیات ہندسہ

دوسرا باب طبعی لون کی بابت

چمانا و طولانی

مثلث قائم الزاویہ

اشکال متشابہ

دائرہ کی وتر

محیط دائرہ

قوس دائرہ

تیسرا باب قیاسی بیان میں

مربع پانچوں کی جدول

قائم الزاویہ

متوازی الاضلاع

مثلث

دوار لہجہ الاضلاع

مستقیم الاضلاع

دائرہ

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

فصل

صفحہ	مضمون	فصل
۸۶	قطاع و قطعہ دائرہ	پہلے فصل
۹۳	سمپن صبا کا قاعدہ	اٹھارہ ویں فصل
۹۹	اشکال منشا بہ	اونیسویں فصل
۱۰۵	باب چہارم محاسنات حدود	بیسویں فصل
۱۱۲	بیانہا محاسنات	اکیسویں فصل
۱۱۳	مجسم منوازی اسطوح قائم الزاویہ	بائیسویں فصل
۱۲۲	مجسم متواز اسطوح منشور اسطوانہ	تیسویں فصل
۱۳۰	اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ	چوبیسویں فصل
۱۳۲	مخروط مضلع اور مخروط مستدیر	پچیسویں فصل
۱۳۸	مخروط مضلع ناقص و مخروط مستدیر ناقص	چھبیسویں فصل
۱۴۲	فانہ	ستائیسویں فصل
۱۴۷	مجسم دوزلقہ	اٹھائیسویں فصل
۱۵۱	کرہ	اونیسویں فصل
۱۵۷	قطعہ و منطقہ کرہ	تیسویں فصل
۱۶۰	مجسم غیر منظم	اکیسویں فصل
۱۶۲	محاسنات منشا بہ	تیسویں فصل
۱۶۷	پانچواں باب محاسنات کی اسطوح کی قبی سطوح مستویہ	تیسویں فصل
۱۶۲	اسطوانہ مستدیر قائم	چوبیسویں فصل

صفحہ	مضامین	فصل
۱۷۹	قطعہ اطوائہ مستندیر فاقم و حلقہ	پنٹیسیون فصل
۱۸۲	مخروط مستندیر فاقم	چنٹیسیون فصل
۱۸۸	مخروط مستندیر ناقص	سینٹیسیون فصل
۱۹۳	کرد	اٹرنیسیون فصل
۱۹۶	کرد کا منطقہ اور کرد کا قطعہ	اٹنالیسیون فصل
۲۰۱	باب ششم مستاعمال تہیہ	چوالیسیون فصل
۲۰۷	کاری گرون کے کام	اکتالیسیون فصل
۲۰۹	لکڑی کی بیا لیش	بیالیسیون فصل
۲۱۲	ظروف کا نابنا	نینتالیسیون فصل
۲۱۷	باب سہم زمین کی بیا لیش جریب	چوالیسیون فصل
۲۲۰	عمود	پنٹالیسیون فصل
۲۲۳	فیلڈیک	چوالیسیون فصل
۲۲۴	سوالات	سینتالیسیون فصل
۲۳۷	ضرب چلیپا اور اثنا عشر	اٹنالیسیون فصل
۲۴۳	میٹر	اونچالیسیون فصل
۲۴۶	سوالات متفرقہ	
۲۶۵	بجوابات	

علم حساب دیباچہ

جس علم میں طول و عرض اور قبض و انقباض کی اندازہ کرنی اور جانچنی کی قاعدہ بیان کرنی ہوتی ہے اسے علم حساب کہتے ہیں

ضروری ہے کہ جو طالب علم علم حساب شروع کریں وہ پہلی علم حساب سے خوب واقف ہو اور اعداد کا جذر لگاتا جانتا ہو اور اسکو ان علامتوں سے واقف ہو کہ + سی جمع اور - سی تفریق اور ضرب اور ÷ سی تقسیم اور — سے جذر مراد ہے

کچھ علم ہندسی ہی ہی وقت ہونا ضروری ہے اس کتاب میں اہل تہذیب باقی علم ہندسہ میں بھی ہیں ہندی پر فرض ہے کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے مطالعہ کرنی کہ اسکو علم ہندی الگ کام ٹھہرے گا خوب سمجھ میں آجائیں اور انکی معنی پر عبور ہو جائے الفاظ مصطلحات کے تحقیق سے معنی میں تمیز ہو جائے۔ اس باب کو ختم کر کے چوتھا باب شروع کرے اور جہاں تیسرے اور دوسرے باب کے ضرورت پڑے وہاں انہیں ہی دیکھ لے

باب اول علم ہندسہ

فصل اول حدود یعنی اصطلاحات کے تعریفات

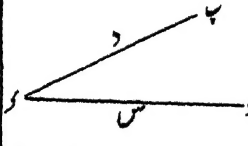
(۱) نقطہ اور خط کی اصطلاحیں کثیر الاستعمال ہیں لہذا انکی معنی بیان کرنی کی ضرورت نہیں مگر جو انکی تعریفات علم ہندسہ میں کی جاتی ہیں انکی سمجھنی میں ذہانت کو خرچ کرنا پڑتا ہے

کتابت میں اور کتابوں میں نقطہ ایک سیاہ گندلی سی ہوتی ہے اور یہ خواہ کسی ہی ہندسہ میں ہو بہر ہی انکی کچھ نہ کچھ مقدار ہوتی ہے لیکن علم ہندسہ میں نقطہ اسی کہتی ہیں جسکی مقدار محدود نہ ہو خط مستقیم اور منحنی دونوں طرح کی ہوتی ہیں وہ کتابوں میں ایک سیاہ کی لکیر ہوتی ہے خواہ وہ کسی

باریک سو باریک ہو بہر ہی اوسین کچھ نہ کچھ عرض ہونا ہو کہ علم ہندسہ میں خط او کی کئی چیزیں کا عرض بالکل ہو
(۲) سطح کا نقطہ اکثر استعمال ہو اور سطح ہموار اور تختی دو طرح کے ہوتے ہیں سطح ہموار کو سطح
مستو یا بیضی ہی کہتے ہیں علم ہندسہ میں سطح کا دل نہیں ہوتا

(۳) پس نقطہ وہ ہے جس کا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ مک ہو اور خط وہ ہے جس کا نہ راس طول ہو اور سطح
وہ ہے جس کا نقطہ طول اور عرض ہو۔ مجسم یا جسم وہ ہے جس کا طول عرض مک تینوں چیزیں ہوں ہیں
باب کے قلم ہی سمجھات کا ذکر نہیں لائیں گی چوتھی باب میں اوی سی بحث کرنیگی اول تین بابوں میں
خطوط اور شکلوں کا جو ایک سطح میں ہوں بیان کرنیگی :-

(۴) دو خط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بن جائیں تو ان میں سے ایک خط مستقیم کو
جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھ ہوتا ہے اوی زاویہ مستقیمہ ان خطوں کہتے ہیں
دو خط مستقیم اگر اوپر و نقطہ کو بر ملتی ہیں تو اوی نقطہ کو بر



زاویہ پیدا ہوتا ہے۔ جن خطوط میں سے زاویہ پیدا ہوتا ہے اوی
طولوں کی بدلتی سے زاویہ میں کچھ تغیر نہیں واقع ہوتا ہے اور دوسری وہی زاویہ پیدا ہوتا ہے جو اوپر
اور ب سے پیدا ہوتا ہے

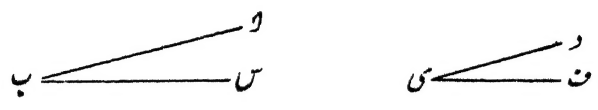
(۵) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سے تعبیر ہوتا ہے جو اس نقطہ پر لکھا ہوا
اور جس کو زاویہ کا راس کہتی ہیں جیسا کہ اوپر کی دفعہ میں زاویہ کو زاویہ کو کہتی ہیں
جب کسی زاویہ کی کسی ایک نقطہ پر واقع ہوں تو ان میں سے ہر ایک کو وہ تین حرفوں سے بیان کیا جاتا ہے
ان حرفوں کی لکھنی کی ترکیب یہ ہے کہ زاویہ کے راس پر جو حرف لکھا ہوا ہو اس کو پہلے میں لکھتی ہیں اور

اگر اوپر دو ہوں دو حرفوں کو لکھتی ہیں جیسے ایک حرف تو ایک خط مستقیم
کی کئی مقام پر لکھا ہوا ہو اور دوسرے حرف دوسرے خط مستقیم کی کئی مقام پر

مثلاً زاویہ ی ح دہ زاویہ بجا جاتا ہے جو خط مستقیم ح ی ق اور ی ح سے پیدا ہوتا ہے اور ح دہ
وہ زاویہ جو خط مستقیم ی ح اور ی ح سے بنا ہے اور ی ح دہ زاویہ جو خط مستقیم ی ح اور

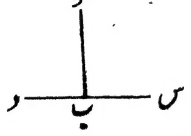
ی ح دہ زاویہ

(۷) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویہ پر سطح رکھا جاسکی کہ خطوط جنسی ایک زاویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل ٹھیک ٹھیک ایک خط مستقیم بن جاتی ہے کہ دوسرے زاویہ پیدا ہوتا ہے منطبق ہو جائیں تو ہم کہا کرتے ہیں کہ وہ زاویہ برابر ہیں۔ مثلاً اگر ہم پاس کوئی ق پر سطح رکھیں کہ نقطہ ب نقطہ آ پر ہو اور سطح رکھنی ہی ب و منطبق ہی و پر ہو جائی تو زاویہ اب س کو زاویہ دی ق کے برابر کہیں گے

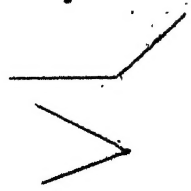


بہم ضروری ہے کہ زاویوں کی برابر ہونی کا مفہوم بتندی کی ذمہ داری میں صحیح ہو اور وہ زاویہ مساوات کا مشاہدہ اور امتحان سطح کر سکتا ہے کہ دو زاویے مقرر کر کے کاغذ کے بنائی اور ایک دوسرے کو رکھ کر دیکھ لے کہ وہ منطبق ہو جاتی ہیں۔ مگر نظریات ہندسیہ میں بہم عمل فقط دہرائی ہوتا ہے خارج میں مساوات زاویوں کی سطح عمل کر کے نہیں دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسری پر کہیں (۷) دفعہ کی شکل کو دیکھو کہ اوپن زاویہ ق ہی ج برابر ہو زاویہ ح ہی کی اسی کل زاویہ ق ہی زاویہ ق ہی ح سے دو چند ہوا اور علی بن القیاس بہم مزہن بن آسانی سے سکتا ہے کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے چند یا جو چند ہو تو اس کے کیا معنی ہوتے ہیں

(۸) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم سطح قائم ہو کہ زاویہ منطبق ہو جائی پہلوں میں پیدا کی ہیں آپس برابر ہوں تو ان زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ کو قائمہ کہتی ہیں اور خط مستقیم



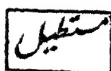
جو کٹرائی اسی دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتی ہیں مثلاً شکل میں زاویہ اب س برابر ہو زاویہ اب د کے



تو ہر ایک زاویہ قائمہ ہے اور اب عمود س د پر ہے زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اسی زاویہ منفرج کہتی ہیں زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اسی زاویہ حاد کہتی ہیں

(۹) خطوط مستقیم متوازی وہ خطوط مستقیم ایک سطح پر ہوں کہ ان کو سیدھا یا کجاً ملے تو

کسیچین تو وہ اسپین ایک دوسرے سے نہیں
 (۱۰) شکل مستقیم الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو خطوط مستقیم کی گہرا ہو اور انکی حدود کا نام اضلاع
 مشابہ وہ شکل مستقیم الاضلاع ہے جسکو تین ضلعوں کی گہرا ہو
 شکل ذوالربعہ الاضلاع وہ شکل مستقیم الاضلاع ہے جسکو چار ضلعوں نے احاطہ کیا ہو
 جس شکل مستقیم الاضلاع کی چارسی زیادہ اضلاع ہوں اوکو کثیر الاضلاع کہتے ہیں اگر اوکی باہر
 ہوں تو اوکو مخمس اور اگر چھ ضلعے ہوں تو سدس اور علی ہذا القیاس
 کثیر الاضلاع منظم وہ شکل ہے جسکے ضلعے اور زاویے اسپین برابر ہوں
 (۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہیں اونکی نام یہ ہیں
 مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے جسکی تینوں ضلعے اسپین برابر ہوں
 مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جسکی دو ضلعے اسپین برابر ہوں
 مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ قائمہ
 مثلث قائم الزاویہ میں شاقی کی لئی اضلاع کا لفظ فقط ادن خطوط مستقیم کی واسطہ استعمال میں آتا
 ہیں جو زاویہ قائمہ کی محیط ہیں اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہے اسی وتر کہتے ہیں
 مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ منفرج ہو
 مثلث حادہ الزاویہ وہ مثلث ہے جسکی تینوں زاویے حادی ہوں
 (۱۲) ذوالربعہ الاضلاع مختلف قسم کی ہوتے ہیں اور اوکی نام یہ ہیں
 متوازی الاضلاع وہ ہے جسکی مقابل کی ضلع متوازی ہوں
 مستطیل یا قائم الزاویہ متوازی الاضلاع ہے جسکی زاویے قائم ہوں
 مربع شکل قائم الزاویہ ہے جسکی جابر ضلعے اسپین برابر ہوں
 متعین وہ متوازی الاضلاع ہے جسکی ضلعے اسپین برابر ہوں مگر اوکے زاویے قائم نہیں ہوں
 ذوالربعہ وہ ہے جسکی دو ضلعے متوازی ہوں

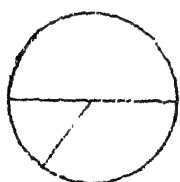


(۱۳) مثلث کی ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتی ہیں اور قاعدہ پر جو عمود مقابل کی زاویہ نکالیں اسی ارتفاع مثلث کہتے ہیں

(۱۴) دو اربعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہے کہ دو مقابل کے زاویہ نہیں ملائیں۔ جو خط مستقیم

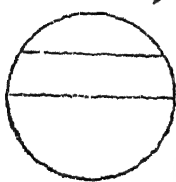
(۱۵) دائرہ اوس طرح کو کہتی ہیں جسکو ایک خط فی جسکا نام محیط ہی کہیں اور اوسکی بیچ میں ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنی خط مستقیم اوسکی محیط تک پہنچیں وہ سب باہم مساوی ہوں اس خاص نقطہ کا نام

مرکز دائرہ ہے دائرہ کا نصف قطر خط مستقیم ہے کہ مرکز سے گزری اور محیط پر دو طرف ختم ہو



محیط کے کسی حصہ کو قوس کہتے ہیں

دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہے جو قوس کی طرف میں ملائیں



دوسری فصل مسائل ہندسیہ

(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کی بعض بڑی بڑی مسائل بیان کرتی ہیں طالب علم او کو یاد کر لیں

اگر اونکی اثبات کی دلیل کو جاننا چاہیں تو قلیدس دیکھیں بابل سے ہر سال انہیں طلب علم کے واسطے لکھا گیا ہے جو قلیدس کو نہیں جانتی اسکی نقطہ اصل مطلب غیر اثبات کی ہم بیان کرتی ہیں اوسکو طالب علم

سمجھ لیں اور حفظ کر لیں جب اثبات کسی بات کا نہایت سیدھا سادہ ہے تو ہم فی اوسکی اصل بیان کر دیتے ہیں

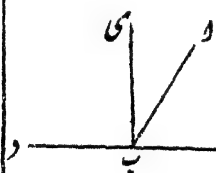
طالب علم اگر اوسکو نام و کمال اول دفعہ میں نہیں سمجھتا تو یہی اوسکو اسی فائدہ ہوگا اور چنانچہ مسائل کا اثبات میری ہوا وہ بالکل ہم فی چوڑ دیا ہے طالب علم اوسکو خود سمجھ لیا لگا اور بعض باتیں دہرائی گئی ہیں

الات پیا پیش ہی بخوبی سمجھ میں آجاتی ہیں غرض جو کچھ لکھا ہوا اس طرح لکھا ہے کہ طالب علم کو
اوسکا اعتبار منتر لیتین بلکہ عین یقین ہوگا

(۱۷) ہم فی جو علم ہندسہ کی مسائل لکھی ہیں وہ چند منتخب کر کے بطور نمونہ کی لکھیں ہیں اور
ہندسین کی تحقیقات سی جو مسائل قائم ہوئی ہیں ان سب کو نہیں بیان کیا فقط ان
نمونوں سی طالب علم کی دلیلیں اصول ہندسہ کے تصورات جم جائینگے اور معلوم ہو جائیگا کہ او نہیں
کس طرح نتائج مختلفہ پیدا ہوئی ہیں اور اونچی مبادی کیا ہیں۔ اس جاننے سے طالب علم کے
رغبت تحصیل علم کی طرف اور زیادہ ہوگی

ہماری ایندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سی ۲۱ تک زاویوں کا بیان ہی ۲۲ سی ۲۷ تک
مشنون کا ذکر ہے ۲۸ سی ۳۰ تک رقبوں کی مساوات کا حال ہی دفعات ۳۱ سی ۳۳ تک
دائرہ کی خواص کا بیان ہی اور دفعات ۳۴ سے ۳۸ تک متشابہ مشنون کا ذکر ہے

(۱۸) فرض کرو خط مستقیم AB خط مستقیم CD دہر ایک جانب میں زاوی AB س اور AB دہ
کراہی تو یہ زاویہ ملکر برابر دو قائمون کی ہونگی



دلیل اسکی یہ ہے کہ BC سی کو عمود دس پر فرض کرو تو زاویہ AB دہ و زاویہ

AB سی اور AB دہ کی مجموعہ کے برابر ہوں گے اور زاویوں AB س اور AB دہ

کا مجموعہ برابر ہوں گے زاویوں AB س اور AB سی اور AB دہ کی مجموعہ کے

لیکن زاویہ AB دہ قائمہ ہے اور AB س اور AB سی کا مجموعہ AB سی ہے اور AB س ہی قائمہ

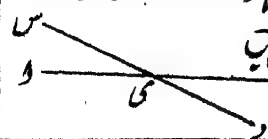
اس واسطے زاویہ AB س اور AB دہ ملکر برابر دو قائمون کی ہوتی

(۱۹) فرض کرو دو خط مستقیم AB اور CD دایک دوسرے کو نقطہ E پر تقاطع کرتی ہیں نیز

وہی س برابر ہوگا زاویہ AB سی کے اور زاویہ CD سی برابر ہوگا زاویہ AB س کے

دلیل اسکی یہ ہے کہ AB سی زاویہ AB س اور AB سی

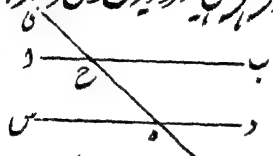
ملکر برابر دو قائمون کے ہیں



اور ایسی زاویے میں ہیں اور بی و ملکر برابر دو قائمہوں کی ہیں
اسوٹے زاویے میں ہیں اور بی و ملکر برابر ہیں زاویوں میں ہیں اور بی و کے
اسوٹے زاویہ میں ہیں برابر ہوا زاویہ میں ہیں کے

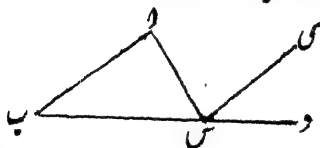
اور سطح ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ میں ہیں برابر ہے زاویہ میں ہیں کے

زاویوں میں ہیں اور بی و کو اس کے مقابل کے زاویہ میں ہیں اور زاویوں میں ہیں اور بی و کا بی و نام ہے
(۲۶) فرض کرو کہ خط مستقیم ق بی خط مستقیم
متوازی لب اور بی و کو قطع کرتا ہے



تو زاویہ میں ہیں برابر ہوا زاویہ میں ہیں کے اور دو زاویہ میں ہیں اور دو زاویہ میں ہیں برابر ہوا زاویہ میں ہیں کے
(۲۷) چونکہ مجموعہ ۱۸۰ کے زاویہ میں ہیں برابر ہوا زاویہ میں ہیں کے تو دفعہ گذشتہ کے
موافق زاویہ میں ہیں برابر ہوا زاویہ میں ہیں کے ان زاویوں کو زاویہ میں متبادل کہتی ہیں ایسے
ایسی زاویہ میں ہیں متبادلہ زاویہ میں ہیں کے

(۲۸) فرض کرو کہ مثلث اب س کا ضلع بس و تک خارج کیا گیا ہے تو زاویہ خارج اس و
برابر دو مقابل کے داخلے زاویوں کے ہوا
دلیل یہ ہے کہ بی و کو متوازی لب کا

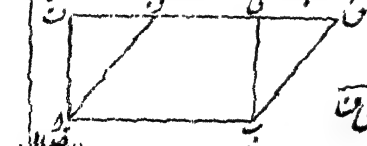


فرض کرو تو مجموعہ دفعہ ۲۰ کے زاویہ میں ہیں برابر ہے زاویہ میں ہیں کے اور مجموعہ دفعہ
۲۱ کے زاویہ میں ہیں برابر ہے زاویہ میں ہیں کے بس کل زاویہ میں ہیں برابر ہوا دو زاویوں
لب س اور ب اس کے مجموعہ کے

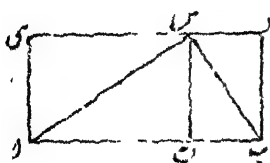
(۲۹) مثلث کے تینوں زاویوں کو ملکر برابر دو قائمہوں کے ہوتے ہیں

دلیل اس کی یہ ہے کہ مجموعہ دفعہ ۲۲ کے مجموعہ زاویوں لب س اور ب اس کا برابر ہے
زاویہ لب س کی بس مجموعہ تینوں زاویوں لب س اور ب اس اور ب اس کا ملکر برابر ہے دو
زاویوں لب س اور ب اس کے مجموعہ کے یعنی مجموعہ دفعہ ۱۸۰ کے برابر دو قائمہوں کے

(۲۳) اگر مثلث کی دو ضلعی آئین برابر ہوں تو اونکی مقابل کی زاوی بھی آئین برابر ہونگے
 (۲۴) اگر مثلث کی دو زاوی آئین برابر ہوں تو اونکی مقابل کے ضلع بھی آئین برابر ہونگے
 (۲۵) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کی دو ضلعی برابر ہوں دوسرے مثلث کی دو ضلعی برابر ہوں
 (۲۶) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کی دو زاوی برابر ہوں دوسرے مثلث کی دو زاوی برابر ہوں
 (۲۷) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کی دو ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کی ایک ضلع کی اوپر متعلق
 متصل یا مقابل مساوی زاویوں کی ہوں تو سب طرح سے مثلث آئین برابر ہونگے
 (۲۸) ایک متوازی الاضلاع برابر اس قائم الزاویہ کی ہوتی ہی جو اسی قاعدہ پر دو بیان ایک
 خطوط متوازیہ کے واقع ہو



فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب س اور قائم الزاویہ اب سی ق
 ایک ہی قاعدہ اب پر ور میان ایک ہی خطوط متوازیہ اب اور ق س کی واقع ہوں تو متوازیہ
 برابر قائم الزاویہ کی ہوگی یعنی دو نو شکلیں ایک ہی جگہ پر گھیرینگے
 یہ بات مان لینی کہ پہلے شکل نہیں کہ مثلث ب سی س برابر ہے مثلث ا ق د کے
 اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اب س د برابر ہے اب سی ق کے
 متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک خطوط متوازیہ کی در میان کہتی کی جگہ پر یہ جب
 دفعہ اس کے کہہ سکتے ہیں کہ انکا ارتفاع ایک ہی ہو
 (۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سی مثلث نصف ہوگا
 فرض کرو کہ مثلث اب س اور قائم الزاویہ
 اب س د کا ایک ہی قاعدہ اب اور ایک ہی ارتفاع ہو
 تو قائم الزاویہ سی مثلث نصف ہوگا



فرض کرو کہ س ق عمود اب کی اوپر نقطہ س سے نکالہ ہو تو اس بات کی ماننی ہو کہ پہلے شکل میں

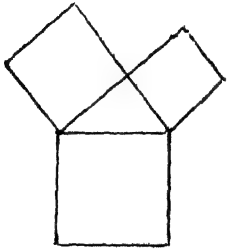
کہ مثلث ب ق س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث ا ق س برابر ہی مثلث ا س ب کے

اور اسی نتیجہ پیدا ہوتا ہے کہ ا ب دہی سے ا ب س نصف ہے

اسے معلوم ہو کہ جن دو مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور ارتفاع برابر ہو وہ آئین برابر ہوتے ہیں

(۳۰) مثلث قائم الزاویہ میں وتر جو مربع بنایا جاوے برابر ہوتا ہے اور مربعوں کے جو ضلع

پر بنائے جائیں



اس شکل میں مثلث قائم الزاویہ بنایا ہے اور وتر پر مربع

اور او کی ضلعوں پر مربع بنائے ہیں تو پڑا

مربع برابر دو مربعوں کی مجموعہ کے ہوگا

بہت مشکل علم نہ کہ جان اسی پڑی پڑی کلم نکلتی ہیں

اب ہم او کی صداقت کو دکھاتے ہیں

فرض کرو کہ شکل ب س د قی ق کر کے دو مربعوں

سے جو متصل ضلع یہ ضلع رکھی گئی ہیں

ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س د اور ق ہ کھینچو کاغذ کی یا دھلی کی کٹی شکل کتر لو

اور او کے تین حصہ ۱ اور ۲ و ۳ کے صورت کی بناؤ اور پھر ان حصوں کو اس طرح ملاؤ کہ

شکل ا ق س کے سے پیدا ہو پس اسی معلوم ہوا کہ ایک مربع اس طرح لیا بن گیا جس کا ایک

ضلع برابر ق ہ کے ہے

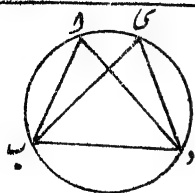
اسی معلوم ہوا کہ ق ہ پر مربع جو بنایا جاوے برابر اور مربعوں کے

ہوتا ہے جو ق س اور ح ہ پر بنائے جائیں

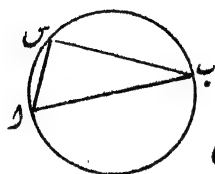
(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کریں تو نصف قطر نقطہ

تماس ہی کہنچا جائی گا اور خط مستقیم پر موجود ہوگا



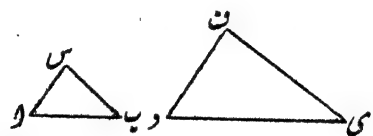


(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور بی د ایک ہی
 قطعہ دائرہ ب ا سی د میں واقع ہیں تو زاویہ بی ا س میں برابر ہوگی
 (۳۳) فرض کرو کہ ا ب دائرہ کا قطر ہو اور محیط میں کوئی
 نقطہ س کا لیکر خطوط تقسیم اس اور ب س کچھ تو زاویہ
 اس ب ایک قائمہ ہوگا



(۳۴) فرض کرو کہ ابس اور دیات دو ایسی مثلث ہوں

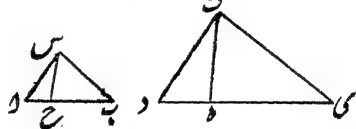
کہ زاویہ آبراہ ہوزاویہ کے
اور زاویہ ببراہ ہوزاویہ می کے اور زاویہ سبراہ ہوزاویہ ن کے



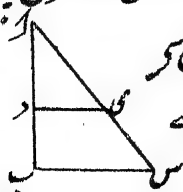
توان برابر زاولوں کے اُصلاح مناسب ہونگے

یعنی اگر حق دو چنڈ بس سی ہو تو قوی دہی دو چنڈ اسے اور دمی دو چنڈ اب سی ہوگا
اور اگر حق سے چنڈ بس سے ہو تو قوی سے چنڈ اسے اور دمی سے چنڈ اب سی ہوگا
اور علیٰ ہذا القیاس ایسی دو مثلثوں کو متشابه مثلث کہتے ہیں

(۳۵) فرض کرو کہ آپس اور دمیق مثلث متساہین اور زاویہ α اور β نظر آئے۔

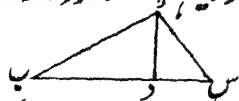


اور س ج کو اب پر اور ف ہ کو دمی بر نقاط س اور ف سے مقابل کے ضلعوں عمود
فرض کرو تو س ج کو اب سرودہ نسبت ہوگی جو ف ہ کو نسبت ہی دمی سر
الہامی فرض کرو ثلث اب س ہر اوپر تقسیم دمی ضلع بس کا توازن ہے
اور ضلع اب اور اس سے ملتا ہے



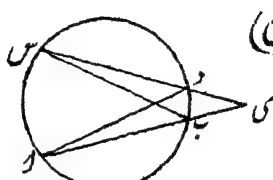
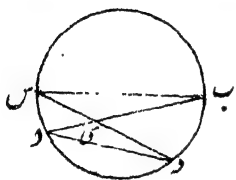
نو مثلث اب اس اور ادھی متشابہ ہونگے

(۳۷) فرض کرو اب اس مثلث قائم الزاویہ ہو اور اد عمود زاویہ قائمہ کی وتر پر لگا لایا



نو مثلث دب اور اس متشابہ ہونگے

(۳۸) فرض کرو کہ اب اس دو وتر ایک اس کو کی ہوں (اور ضرورت کی صورت میں خارج ہو کر نقطہ تی پر ملتے ہین)



ملاو اب اس اور اد نو مثلث ادھی اور بی اس آپس میں متشابہ ہونگی اور زاویہ ی اور د

اور سی اس آپس میں برابر ہونگے اور زاویہ ی اور بی اس ہی آپس میں برابر ہو دھندہ ہو سکونگے

میسری فصل ہندسہ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کریں گے اور وہ عملی ہونگی ایک آمد ہین اور ان کی کلیں صحیح ہونگی

ہین آلات میں صرف خط ہر کار اور وار یعنی مسطر مطلب برائی کیو اس طرح کافی ہین انوی کا ہر کار کام چل جاتا ہے اگرچہ اور آلات بھی مثل مربع یا متوازی و لڑکی کام کی ہوتی ہین مگر ان کی ضرورت کم ہے

فصل دوم میں جو کچھ ہم نے ذکر کیا ہے اور ہمیں بران اشکال عملی کا حل موقوف ہو اور عملہ نتائج کی صحت

کا ثبات کرنا تو بڑی بات نہیں وہ سب آسانی سے ثابت ہو جاتی ہین اور علما جو تحریر تقلید کرتے

جانتی ہین وہ بخوبی ان کی صحت کو سمجھ سکتی ہین غرض علما اور عملہ دونوں طرح سے ان کی صداقت ثابت ہے

(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اب کو مرکز مقرر کر کے اس کی نصف قطر پر جو نصف خط مستقیم معلوم

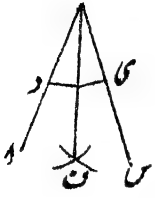


سے ملے ہو داسری کہتا اور فرض کرو کہ وہ نقاط داوری پر تقاطع کرتے ہین

ملاو ادھی جو اب کو نقطہ س پر قطع کرے تو اس برابر ہو گا اس کے



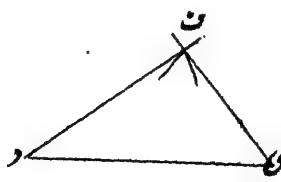
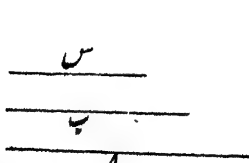
اور خط مستقیم دی زاویہ قائمی آدب پر بنا کر اور اسی ہیہ معلوم ہوگا کہ ہم اس طرح ایک خط مستقیم
زاویہ قائمی بنانا ہوا ایک خط مستقیم معلوم ہو اور اس کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہوا کہیں
(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو



فرض کرو کہ آدب س زاویہ معلوم ہو مرکز آدب اور کسی نصف قطر پر گزرا کہیں
کہ آدب کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ سی پر قطع کریں اور
د اور سی کو مرکز مانکر کسی کافی نصف قطر پر قوسیں دائرہ کی کہیں جو نقطہ ق پر تقاطع کریں
ملاؤ ب ق تو زاویہ آدب ق برابر ہوگا زاویہ س ب ق کے

(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی لجد معلوم ہو کہیں

فرض کرو کہ آدب خط مستقیم معلوم ہو اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہے آدب میں دی نقطہ
د اور سی کو مرکز مقرر کر کے اول نصف قطر برابر س کے مقرر کر کے قوسیں کہیں اور خط مستقیم ق ح
ان قوسوں کو مس کرنا ہوا کہیں تو آدب کا متوازی ق ح معلوم س ہوگا
(۴۳) ایک مثلث بناؤ جس کے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہوں
فرض کرو کہ آدب اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہوں



ایک خط مستقیم دی برابر
خط مستقیم معلوم آدب کے کہیں مرکز د اور نصف قطر برابر آدب کی لیکر ایک قوس کہیں اور مرکز سی برابر
قطر برابر ب کی بنا کر دو سر قوس کہیں اور فرض کرو کہ یہ قوسیں نقطہ ق پر ایک دوسرے کو قطع کریں
ہیں ملاؤ د ق اور ق سی تو دی ق مثلث ہوگا

(۴۴) نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو

فرض کرو کہ نقطہ معلوم اور بس خط مستقیم ہو
کوئی نقطہ دھڑکے میں لاو اور مرکز او نصف قطر

دو برابر ایک سرہ کھینچو جو بس کو نقطہ آتی پر قطع کریں اور دھڑکے کھینچو اور مرکز او براد نصف قطر
دو برابر ایک سرہ کھینچو اور دھڑکے برابر دھڑکے کے کھینچو اور ملاو ات تو ات متوازی بس کا ہوگا
(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر از وی قائمی بنانا ہو ایک خط مستقیم ایک نقطہ معلوم جو اس میں ہو قائم کرو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم اب سے اور نقطہ معلوم سے
کسی نقطہ کو باہر خط مستقیم سے مرکز مقرر کر کے نصف قطر اس
پر دھڑکے کھینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطہ آتی پر قطع کریں تو کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ آتی پر سے
ملاؤں ق توں ق را وی قائمی اب پر بنا کر

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ سے جو اسی باہر سے عمود نکالو
فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم اب اور نقطہ معلوم سے

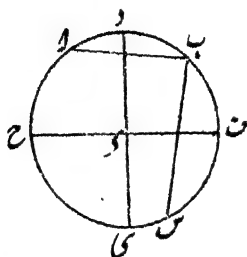
کوئی سے دو نقطہ راوری خط مستقیم معلوم
اب میں لاو اور مرکز او نصف قطر اس پر ایک قس کھینچو اور مرکز او نصف قطر اس پر دھڑکے کھینچو
فرض کرو کہ یہ دونوں نقطہ پر تقاطع کرتی ہیں ملاؤں ق توں ق عمود اب پر ہوگا

(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصوں میں تقسیم کرو
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم سے اور اسکو باہر

برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے
نقطہ آتی سے کوئی خط مستقیم اس کھینچو اور نقطہ آتی سے

خط مستقیم ب و متوازی اس کا کھینچو اور اس پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر
اور ۳ و ۴ کے نشان کرو اور ب د پر چار برابر طول برابر سلو طول کی قطع کرو اور نقاط تقسیم پر

اور ۳ و ۴ کے نشان کردہ اور ۵ میں اور ۲ اور ۳ میں اور ۲ اور ۳ میں
اور ۴ اور ۵ میں خطوط مستقیم کہیں کو باہر خط مستقیم وہاں برابر حصوں میں تقسیم کریں گے

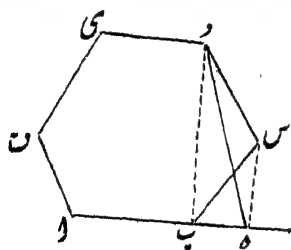



(۴۸) ایک سرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو
وہ سر آسا کینچہ اور اسکو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو
اور دسی، اوس پر زاویہ قائمی بنانا سوا کینچہ تو
دائرہ کا مرکز دسی میں ہوگا

ایک اور و تر باس کہنچو اور او سکود و برا بر حصون میں ایک خط مستقیم باج مسجد و او سپر
قامی بنائی تقسیم کرو نو مرکز دائرہ کا فتح میں ہوگا

پس دائرہ کا مرکز دی اور تاج کا نقطہ تقاطع کر ہوگا اس عمل سے پہلے ہی معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ
میں نقاط معلوم آ اور ب اور س پر گذرنا ہو اور دائرہ اس طرح کھینچا ہے
(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہے اس کی برابر ایک اور کثیر الاضلاع بناؤ جس کے ضلعوں کے
تساوی ایک کی ہو

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہے اس کی برابر ایک اور کثیر الاضلاع بناؤ جس کے ضلعوں کے
 تعداد ایک کم ہو



فرض کرو کہ اب اس دین کی کثیرۃ الفصائح معلوم ہو

ملاب و نقطه سحر باب و کامتواری
یک خط تقسیم نکالو اب محوره و نقطه پیرامور ملوده

تو بموجب دفعہ ۲۹ کے منسلک بس دربارہ ہر منسلک ب ہ کی اور سب سے زیادہ کثیر الاضلاع ابس دیان
برابر ہر کثیر الاضلاع آہ دیان کے یعنی ایسی کثیر الاضلاع کے جس کا ایک ضلع کم ہے اسے
عمل کو بار بار کر کے ایک کثیر الاضلاع کی برابر منسلک بنا سکتے ہیں
(۵۰) اسکیل جس کا قطر عشری موناؤ اور اس کا قطر لقمہ استعمال بناؤ

(۵۰) اکیس جی کاظم عشری مونیو اور اسکا طائفہ اسنماں تباؤ

آئینہ خط مستقیم وہ آئینہ طول کا جو حسین محل کی اندر آسانی ہو اور اس کو ایسا خارج کرو
کہ کل خط دس گنا آیت سی ہو اور وہ آئینہ پست اور س دنیاؤ اور یہی خط کا کوئی

خط متوازی لگا لو اور اوپر ہی دس بعد آیت اور تہ ۰۰۰ برابر اب کی بناؤ اور آدھ اور
ب ب اور س س اور د ۰۰۰ ملاؤ اور آدھ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے
خطوط متوازی اب کے کہیںچہ اور ب آدھ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر لکھو
۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰ کی نشان کرو اور ب آدھ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو
اور ب آدھ اور ب آدھ کے نقاط تقسیم میں قطری خطوط مستقیم صل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے
ملاؤ جو متصل ب کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب آدھ سے ملاؤ جو متصل پہلی نقطہ کی ہو اور ا کو اوس نقطہ
سے ملاؤ جو دوسری نقطہ کے متصل ہو اور علیٰ ہذا القیاس

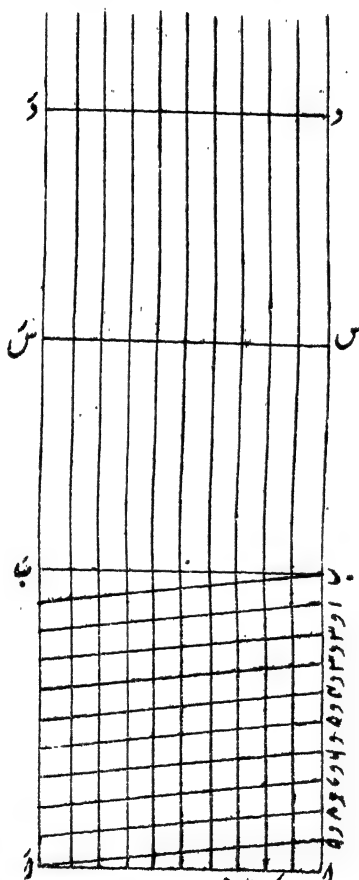
پس اب اسکیل بن گیا

اس بات کو سمجھ لو کہ شکل پورے اسکیل کی نہیں بتائی گئی سہمی کہ صفحہ میں گنجائش نہیں ہی دوسری شکل
حصہ شکل میں نہیں بنایا۔ گو اکثر آدھ کو عمود اب پر بناتی ہیں مگر اس عمود کا ہونا سرور ہی نہیں
جب طول معلوم ہوتے ہیں تو اسکیل سی اونچی موافق خطوط مستقیم کہیںچہ نہیں اور خط مستقیم
معلوم ہوتے ہیں تو اسکیل سی اونچی طول معلوم کرتے ہیں

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک انچ کو تعبیر کرنا ہے اور ۲۵ انچ طول کا خط کہیںچہ منظور ہے اب پھر
اور اوسکی ایک برہ کی سر کو دبیر کہو اور اوسکی کہو لو جب تک کہ دوسرے سرہ کا سرہ آدھ آدھ
پس طول ۲۵ انچ کا حاصل ہو گیا اور اسی جگہی قریب قریب خط ہم کو دریافت کرنا ہے اب پھر
ایک برہ کو دبیر سر کا اور دوسرے برہ کو اوس قطری خط پر جو بائیں کی گنجائش ہے اور برہ کا کو بقدر سرہ
نشانہ کرو پس جب دوسری اوس خط برہ کے ساتھ متوازی آدھ کا ہو آجائیں تو فاصلہ مابین
برہ کے دونوں سروں کے ۲۵ انچ کو تعبیر کر لیا

اب اگر اب بجای ایک انچ کی دس انچ کو تعبیر کری تو فاصلہ جواہی دریا ہو اسی ۲۵ انچ کو تعبیر کر لیا
اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کری تو فاصلہ مذکورہ ۲۵ انچ کو تعبیر کر لیا
اب ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریا کیا جائے تو برہ کا کو لکھ کر اوسکی دونوں سرور کی سرور کو خط

انجاموں پر کہوا اور پرکار کے ایک پرہ کی سری کو خط تقیم ب ب دس س دودو... پر اور
دوسرے کو قطری خط تقیم پر کہوا اور پرکار کو ثلاثی جلاتی رجعت تک اون کا تقسیم ہو گیا
کہ متوازی آد کے کسی ایک خط تقیم پر دو نو بری اجا میں تو اسی طول معلوم ہو جائیگا
مثلاً فرض کرو کہ پرکار کا ایک پرہ س س اور دوسرا قطری خط تقیم پر جو اسی شروع ہوتا ہے
اور دو تو سری او خط پرین جو با نچوان متوازی اب کا ہر تو طول مطلوب ۹۵ گان طول
اب کا ہوگا



(۵۱) اس طرح ایسا کیل بھی بنا سکتی ہیں جس کا قطر ثنائی عشری ہو اس صورت میں دس عدد کو
۱۲ کر بل دین اور ہر عمل موافق سابق کے کریں۔ جس کیسے ہم فی ۱۲۵۵ انچ طول کا تقسیم
دریا کیا تھا اوس کیسے ہم خط مستقیم $۲ + \frac{۵}{۱۲} + \frac{۴}{۱۲}$ طول کا دریا کرنگریں اگر اب ایک فٹ کو تیرہ گان

نقطہ سقیم اسی طول کا درجہ ہوگا جسکا طول ۲ فیٹ ۵ $\frac{5}{16}$ انچ ہے
 اور اسی ہی دفعہ ۵ مین جس بعد کا طول درجہ کیا گیا ہے وہ اس محل کے موافق اب سے
 وہ نسبت رکھی گا جو $1 + \frac{9}{16} + \frac{5}{16}$ ایک سے نسبت رکھتا ہے اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کرتی بعد فٹ ۴ $\frac{5}{16}$ انچ

دوسرا باب طول کی باب میں

چوتھی فصل بیانہ طولانی

(۵۲) غالباً طالب علم طولانی بیانوں سے واقف ہوگا مگر آسانی کی لئے اوکو ہم بیان دیئے ہیں

۱۲ انچ کا ایک فٹ

۳ فٹ کا ایک گز

۴ فیٹ کا ایک قدم

۱۴ $\frac{1}{4}$ فیٹ کا ۵ $\frac{1}{4}$ گز یا ایک بول یا ایک روڈ یا سچ

۳۰ بول کا فرننگ

۸ فرننگ کا ایک میل

اسے بہ نتائج حاصل ہوتے ہیں

انچ	فٹ	گز	بول	فرننگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	$14\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{4}$	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۳۰	۱	
۹۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے تاجہ کے وسطے گنٹر حسب کی جریب کا بڑا رواج ہے اور یہ جریب ۲۲ گز کی
 ہوتی ہے اور برابر کر یاں اوسمین ہوتی ہیں اسی سبب اوسمین سے یہ ایک کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے
 یعنی ۷۹۲ انچ کا پس ۵ سکرٹوں کا ایک بول ہوتا ہے اور اجریبون کا یا ۱۰۰۰ سکرٹوں کا
 ایک فرننگ اور ۸ جریب یا ۸۰۰ سکرٹوں کا ایک میل ہوتا ہے ہندوستانی جریب میں
 ۱۰ گھٹے ہوتے ہیں اور ہر گھٹہ میں ۳۰ گز ہوتے ہیں

یا نچون فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط بنقسیم ہو گیا ہو اور میں ہی اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط کا طول معلوم ہو سکتا ہے اس طول کے دریافت کرنے کے واسطے ہم قاعدہ بیان کرینگے وہ ۳۰ کی شکل نظر میں پر ہوتی ہے اور اس مطلب کو پہلے اور زیادہ صفائی سے بیان کرینگے

(۵۵) مثلث قائم الزاویہ کی دو ضلعے معلوم ہیں وتر دریافت کرو

قاعدہ ضلعوں کی مربعوں کو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو

(۵۶) مثالیں

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ہے
مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ ہے اور ۶۴ اور ۳۶ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے پس وتر ۱۰ فیٹ ہے

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہیں اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے

(۵۷) مثال (۱) میں ایک ضلع فٹوں میں بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچوں میں تھا کے درمیان کرنی کی قاعدہ کو چھوٹے عمل میں لایا گیا فٹوں کی انچ اسلی بنائی کہ دو ضلعے ہم جنس ہو جائیں اس طرح تمام علم متساویں ہوئے ضرور ہے کہ جتنی طول معلوم ہوں اور سب کو ہم جنس بنالین یعنی تجنیس اور نہیں کرنی ضروری ہے ہم کو اختیار ہے کہ ہم تمام طولوں کو انچوں میں تعبیر کریں یا فٹوں میں تعبیر کریں یا گزوں یا میلوں میں غرض جس میں چاہیں مگر یہ نہیں کرنا چاہیے کہ ایک طول ایک پیمانہ میں اور دوسرا طول کسے دوسرے پیمانہ میں تعبیر ہو سب کا ہم جنس کرنا ضروری ہے

(۵۸) دفعہ ۵۶ میں جو مثالیں حل ہوئیں ہیں انہیں پورا پورا جذر نظر رکھی اسلی وتر کا طول

ہی ٹھیک ٹھیک دریافت ہو گیا مگر یہی ہوتا ہے کہ جذر پورا نہیں نکلا اچھا ات میں ہم جذر
میں مراتب عشریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہیں

(۵۹) مثالیں

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ضلع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

۲۹۲۶۰۰۰	۴۰	۳۲
۲۵	۴۰	۳۲
۱۰۱۱۲۷	۱۴۰۰	۹۷
۱۰۲۲	۱۰۲۲	۹۹
۲۰۴۴	۲۴۲۲	۱۰۲۲
۱۰۲۲۲		
۲۵۴۰۰		
۲۰۴۸۷		
۵۱۱۴		

پس اگر دو مراتب عشریہ تک عمل کریں تو وتر تقریباً ۵۱۵۲۲ انچ ہوگا

(۲) ایک ضلع ۴ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ضلع ۲ انچ ہے

۱۸۰۵۶۰۰	۴۰	۳۲
۱۴	۴۰	۳۲
۸۳۲	۳۶۴	۲۵۴
۲۲۹	۳۶۴	۲۵۴
۸۴۲	۲۱۹	۹۹
۱۶۲۲	۱۰۸	۳۸
۵۶۹	۱۲۵۴	۵۶۹
	۵۶۹	
	۱۸۵۶۲	

اب اگر عمل دو مراتب عشریہ تک کریں تو وتر تقریباً ۱۸۵۶۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر
نکالنا منظور ہو تو ۱۸۵۶۲ فیٹ ہوگا

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہے دوسرا ضلع دریافت کرو
قاعدہ وتر کے مربع میں ہی ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو
یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہے

مربع ۱۰۰ کا ۱۱۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہے ۱۰۰ کو ۶۴ میں سے تفریق کرو تو حاصل ہونگے

۳۶ کا جذر ۶ ہے اسلیٰ دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہے

یا اس طرح کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہے اور اول کا تفاوت ۲ ہے اور حاصل ضرب

۱۸ اور ۲ کا ۳۶ ہے اور جذر ۳۶ کا ۶ ہے

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہے

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے ۶۷۶ کو ۱۰۰ میں سے تفریق کرو تو حاصل تفریق

۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۱۲ انچ کا ہے

یا اس طرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہے اور اول کا فرق ۱۶ ہے اور ۳۶ اور ۱۶ کا

حاصل ضرب ۵۷۶ ہے اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے

(۶۲) دفعہ ۶ کی قاعدہ کی دو صورتیں بیان کیں اول صورت کا تعلق تو دفعہ ۵۵ سے ظاہر

معلوم ہوتا ہے اور دوسری صورت اس کی ایسی ہی کہ اسی عمل میں آسانی اور تسہیل بخانی کر

اور کچھ تہوڑا ہی سا عمل کرنا پڑتا ہے

(۶۳) دفعہ ۶ کی دو مثالوں میں پورا پورا جذر درپٹ ہو گیا اور اسی سبب ضلع کا طول

ٹھیک ٹھیک معلوم ہو گیا لیکن یہی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہیں نکلتا تو اس

میں جذر کا عمل جتنی مرتبہ کی اشاریہ لکھا جائے جلدی رکھیں اسی تقریبی قیمت ضرب کرنا

دریافت ہو جائیگے

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۴ انچ ہے اور ایک ضلع ۱۳ انچ ہے

$$\begin{array}{r} ۲۲۵ : ۱۵۵۴۵ \\ ۲۵ \overline{) ۱۲۵} \\ ۱۲۵ \\ \hline ۳۰۶ \overline{) ۲۰۳۶} \\ ۳۱۲۵ \overline{) ۱۹۲۰۰} \\ ۱۵۹۲۵ \\ \hline ۳۲۵ \end{array}$$

۱۹ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۲۵ = ۱۲ + ۲۱

۴ = ۱۲ - ۲۱

۲۲۵ = ۴ × ۳۵

اب اگر دوسری مرتبہ یک عشریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵۵۴۵ معلوم ہوگا
(۲) وتر ۲۵ گز اور ایک ضلع ۳۵ فٹ ہے

$$\begin{array}{r} ۵۳۵ : ۵۰۰۰ \\ ۲۵ \overline{) ۳۵۰۰} \\ ۲۲۵ \\ \hline ۱۲۷۵ \overline{) ۴۰۰۰} \\ ۴۳۲۵ \\ \hline ۲۷۵ \end{array}$$

۴۲۵ گز = ۸ فٹ

۱۱۵۵ = ۳۳۲ + ۸۲۳

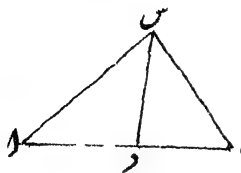
۲۵۴ = ۳۳۲ - ۸۲۳

$$\begin{array}{r} ۱۱۵۵ \\ ۲۵۴ \\ \hline ۸۰۰ \\ ۲۷۰ \\ \hline ۵۳۵۰ \end{array}$$

پس اگر عمل دوسری مرتبہ یک عشریہ کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۳۵ فٹ معلوم ہوگا
(۴۵) اب ہم چند ایسی مثالیں لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدوں پر موقوف ہے

(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۲۰۸ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۶۸ فٹ ہو تو وتر
بموجب قاعدہ ۴۰ وتر اور دوسرے ضلع کی مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۲۰۸ کا مربع ہے
اسی طرح اگر ۲۰۸ کے مربع کو ۵۶۸ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے
ضلع کا فرق ہوگا اس طرح ہم کو وتر اور دوسری ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا
پس وتر اور دوسری ضلع کا مجموعہ ۵۶۸ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے ان کو جمع کر کے ۲
تقسیم کرو تو ۲۳۳ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا اور ۵۶۸ اور ۲۳۳ کو تقریباً
تو ۱۲۵ حاصل ہونگے یہ دوسرا ضلع ہوگا

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہے اور اس کا ارتفاع درجہ کرو



فرض کرو کہ اوبس مثلث اور س و ارتفاع ہر تیس و

اوب کو دو برابر حصوں تقسیم کر لگا اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

نو دفعہ ۴ کی دوسری قاعدہ کی بموجب س و کو دریا کرتے ہیں کہ

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

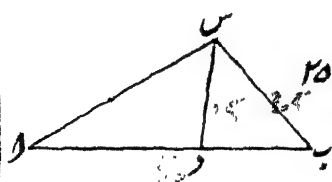
اب $\frac{1}{4}$ کا جذر برابر ہے $\frac{1}{2}$ جذر ۳ کے ۳ کا جذر اور ابورائین دریا ہو سک اگر تین مربع کے

اشارہ تک جذر نکالیں نو ۳۲ ۱۲ حاصل ہونگی اور نصف اس کا ۸۴۴ ہے ہر س ارتفاع

کا طول تقریباً ۸۴۴ فٹ ہے

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۴ فٹ ہے اور ارتفاع ۱۵ فٹ اور ایک ضلع ۲۵ فٹ ہے

دوسرا ضلع دریا فٹ کرو



فرض کرو کہ اوب = ۵۴ اور س = ۱۵ اور ب = ۲۵

بموجب دفعہ ۴ کے ہم ب کو دریا کرتے ہیں کہ

$$25 + 25 = 50 \text{ اور } 54 - 25 = 29 = 10 \times 20 = 200 \text{ اور } 200 \text{ کا جذر } 20 \text{ ہے}$$

$$20 \text{ سیو } \frac{1}{2} = 20 - 54 = 34$$

بموجب دفعہ ۵ کے اس کو دریا فٹ کرتے ہیں کہ ۳۴ کا مربع ۱۲۴۴ ہے اور ۵۴ کا جذر

۲۲۵ ہے اور ۱۲۴۴ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہے اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہے پس اس = ۹

پانچویں فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں اضلاع معلوم سے وتر دریا فٹ کرو

(۱) ۵۳۲ فٹ ۱۴۵ فٹ (۲) ۵۸۴ فٹ ۳۹۳ فٹ

(۳) ۴۷۸ فٹ ۸ اینچ ۲۴۲ فٹ ۴ اینچ

(۴) نصف میل اور ۳۴۵ گز فٹ

مثلثات قائم الزاویہ میں وتر کو دوسرے کی عشاریہ تک ضلع معلوم معضلہ فعل سے دریافت کرو
(۵) ۴۳۷ فیٹ ۳۴۲ فیٹ (۶) ۴۳۹۵ فیٹ ۳۸۷۴ فیٹ

(۷) ۳۱۴ فیٹ ۳۱۴ فیٹ ۲۲۸ فیٹ ۹ اینچ (۸) چوتھائی میل ۴۲۷ گز ۲ فیٹ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم دوسرا ضلع دریافت کرو

(۹) ۲۵۷ فیٹ ۶۴۴ فیٹ (۱۰) ۱۴۴۱۷ فیٹ ۲۰۸ فیٹ

(۱۰) ۲۶۹ فیٹ ۵ اینچ ۲۵۰ فیٹ ۸ اینچ (۱۲) ۳۴۰ گز ۱۴ فیٹ اور ایک فرلنگ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم دوسرے ضلع کو نوٹوں میں دوسرے کی عشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۶۴۷ فیٹ ۴۳۱ فیٹ (۱۴) ۴۹۸۷ فیٹ ۳۷۹۵ فیٹ

(۱۵) ۴۲۴ فیٹ ۳ اینچ ۲۷۹ فیٹ ۴ اینچ (۱۶) ۵ فرلنگ اور ۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کی ضلع ۲۲۴۲۰ فیٹ ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۸۸۴ فیٹ قاعدہ کو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسری ضلع کا فرق

۴۲۵ فیٹ ہے وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لنبا ایک دیوار کی برابر کھڑا ہو تو بناؤ زینہ کو کتنا درمی سر کاٹیں گے

زینہ کا سر دیوار سے ایک فٹ اتر آئے

(۲۰) ایک زینہ ۴۰ فیٹ لنبا ۲۴ فیٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف کی مکانات پر پہنچ جائے

اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کی مکانات پر لگائیں تو وہ ۳۲ فیٹ بلند کھڑکی تک پہنچ جائے

بازار کا عرض دریافت کرو

(۲۱) ایک مکان سی ۱۴ فیٹ کی فاصلہ پر ایک زینہ کی بیہین اور سر او کا مکان کی ۸ فیٹ

بلندی پر زمین سی او پنچا لگا ہوا سی جیب س زینہ کو او کی بیہین پر ۱۸ کدو دوسری طرف بازار

کے لگا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سی سر او کا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک اینچ ہو اور کسی قطر کی مقدار دس مرتبہ کی عشاریہ تک دریافت کرو

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہے اور اس کا قطر دریافت کرو

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۴۹۲۵ فیٹ ہے اور مرکز سے جو عمود وتر پر لگا لایا جائے وہ ۱۵۱۷

فیٹ ہے وتر کو دریافت کرو

(۲۵) ایک سطح زمین کے دو متصل ضلعوں پر ایک ٹیبا بنی ہوئی ہے اور اس کا ایک ضلع ۱۹۹ گز کا اور دوسرا

۴۷ گز ہے تو بتاؤ اگر اس قطر میں جو زمین کے وسط میں چلیں گی نسبت کتنی فاصلہ کی طمی کر سکیں گے

(۲۶) ایک چہت ۲۸ فیٹ جوڑی اسلامی کی بنی ہوئی ہے اور ہر ایک طرف کی اسلامی ۷۰ فیٹ ہے

تو بتاؤ چہت کی اسلامی کا کنارہ کتنا اونچا اولٹی سی ہوگا

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اس کے گرد جو دائرہ بنایا جائے اس کا قطر کیا ہوگا

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ ہے اور اس میں جو مربع بنایا جائے اس کا ضلع دریافت کرو

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے تو بتاؤ ۸ فیٹ کی وتر پر مرکز سے جو عمود لگا لیں اس کا طول کیا ہوگا

(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۱۰ ہے اور جس وتر پر مرکز سے لگا لایا گیا ۱۳۰ ہے اس کا طول کیا ہوگا

(۳۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور باہر خط تقسیم سے خط وسط مستقیم زاوے

قائم بناتی ہوئی محیط تک پہنچی گئی ہے اس میں طول خط لگا لیں تو اس میں تین مرتبہ کی عشرت یہ کیا

کرے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہے

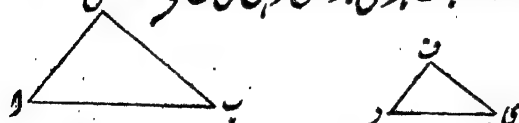
(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہے اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ

دائرہ کا مماس نکالا جائے اس خط مستقیم کا طول دریافت کرو

چہت فیصل اشکال متشابہ

(۴۹) فرض کرو کہ ابس اور دیات دو متشابہ مثلث ہیں تو بموجب دفعہ ۳۴ کے

اب کو بس سے وہ نسبت ہوگی جو دی کو ہی سے ہوگی



پس اگر دو مثلث ایک مثلث کی معلوم ہوں اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظر کا معلوم ہو تو اس کا دوسرا

ضلع ہی دریافت ہو سکتا ہے۔ اس ضلع کی دریافت کرنی کا عمل مناسبات یا تناسب سے ہوگا۔
(۶۶) مثالی

(۱) فرض کرو کہ $آب = ۵$ اور $بآس = ۱۴$ اور $دسی = ۷$

$$۵ : ۱۴ :: ۷ : د$$

$$تو دسی = ۱۴ = \frac{۷ \times ۱۴}{۵} = \frac{۹۸}{۵} = ۱۹.۶$$

(۲) فرض کرو کہ $آب = ۵$ اور $بآس = ۱۴$ اور $دسی = ۷$

$$۵ : ۱۴ :: ۷ : د$$

$$پس دسی = ۱۴ = \frac{۷ \times ۱۴}{۵} = \frac{۹۸}{۵} = ۱۹.۶$$

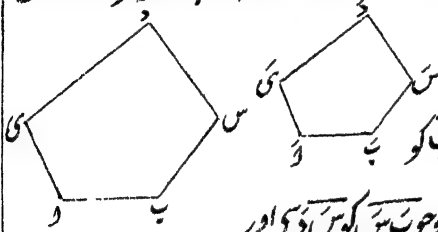
(۶۷) علوم ریاضیہ کی نظریات اور حکامیات میں متشابہ مثلثوں کی اکثر کام پڑتا ہے مثلاً دفعہ ۱۱ میں ہم نے بیان کیا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہے اس کا ارتفاع ۸۶۹ فٹ ہے اب یہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کی ضلع اور ارتفاع میں ہوگا پس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۸۶۹ فٹ ہو تو ارتفاع ۸۶۹ فٹ ہوگا دفعہ ۸۶ کی شکل میں ہم نے بیان کیا کہ مثلث $آبی$ اور $بی$ میں متشابہ ہیں اور $آبی$ کی $آبی$ وہ نسبت ہے جو $آبی$ کی $آبی$ سے اسی معلوم ہوتا ہے کہ مسئلہ مناسب کے موافق حاصل ضرب $آبی$ اور $آبی$ کا برابر ہو جائے ضرب $آبی$ سے اور $آبی$ کی یہ دوسرہ کا ایک خاصہ ہے اور قابل یاد رکھنے کے ہے اور یہ بت بکار آتا ہے

(۶۸) متشابہ مثلثوں کی جانیت سے ہم ارتفاع کسی شی کا اوکی سایہ کو پائش کر کے دریا کے کنارے پر مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کی سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے ۳ فٹ اونچی کھڑی ہوئی اور اس کا سایہ ۴ فٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فٹ اوس قے پڑا ہوا تو ہم مناسب سے ارتفاع درخت کا دریافت کر سکتے ہیں

$$۳ : ۵۲ :: ۴ : ارتفاع$$

بس ارتفاع = $\frac{3 \times 52}{4}$ فٹ یعنی ۳۹ فٹ

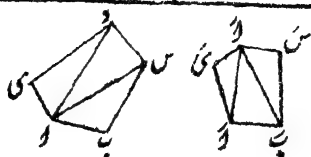
(۷۰) متشابه مثلثوں سے خود بخود خیال متشابهہ تقسیم الاضلاعوں کی طرف جاتا ہے ان متشابهہ تقسیم الاضلاع میں وہ ہیں جنکی زاوی متناظرہ آئین برابر ہوں اور انکی اضلاع متناظرہ (۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعے کی شکلوں اب س دہی اور اب س دہی میں زاوی آ اور ب اور س اور ج اور جی برابر ہوں زاویوں آ اور ب اور س اور ج اور جی کی موافق اپنی اپنی نظر کے اور اضلاع کے ان زاویوں کی متناسب ہوں



یعنی اب کو اب س سے وہ نسبت ہی ہو جو اب کو اب س سے اور اب س سے اب س کو س دہی سے وہ نسبت ہو جو اب س کو س دہی سے اور علیٰ ہذا القیاس تو یہ دو مثلثیں متشابهہ ہوں گے

(۷۲) اشکال متشابهہ الاضلاع کی متشابهہ ہونی کیو سطر دو خاصیتوں کا بیان ہوا ہے یعنی مساوی زاویوں کی اور متناسب ہونا اضلاع کا نظریات ہندسیہ میں ثابت ہے کہ اگر مثلثوں میں ان خاصیتوں میں سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہے کہ او میں دوسرے خاصیت بھی باقی جائی اور عملیات میں بھی ثابت کا ثابت کرنا کچھ مشکل نہیں اور وہ اس طرح ہوتا ہے کہ دو مثلث کاغذ کی سطح کترو کہ ایک مثلث کے اضلاع دو چند یا سہ چند دوسرے مثلث کی اضلاع سے ہوں تو او میں یہ امر ظاہر معلوم ہوگا کہ زاوی متناظرہ آئین برابر ہیں یعنی جن زاویوں کو منطبق ایک دوسرے کر دوگی وہ بالکل منطبق ہو جائیں گے۔ گراؤ اشکال متشابهہ الاضلاع میں جنکی ضلعی تین سے زیادہ ہیں ایک خاصیت بغیر دوسرے خاصیت کی باقی چھوڑ کر مثلاً مربع اور متطیل میں زاوی آئین برابر ہوں مگر انکی اضلاع متناسب نہیں ہوں اب مربع اور متطیل کو تو انکی اضلاع متناسب کے درمیان زاوی ایک شکل کی برابر دوسرے شکل کے زاویوں کے نہیں ہیں

(۷۳) متشابهہ اشکال متشابهہ الاضلاع ہمیشہ متساوی تعداد متشابهہ مثلثوں میں تقسیم ہو سکتی ہے مثلاً خطوط متشابهہ تقسیم س آ اور د آ اور س د اور د آ کے



کچھ سو و قعہ کی باہر ضلعی کی شکلوں کو تین زوج متشابہ مثلثوں میں تقسیم کر سکتے ہیں
(۴۴) دفعہ ۹۹ میں جو متشابہ مثلثوں کی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیم الاضلاع کی
نسبت ہی بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل میں معلوم ہوں اور انکی نظیر کا ایک خط
دوسری شکل میں معلوم ہو تو دوسری خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدہ مناسب کے موافق دریا ہو سکتا ہے
(۴۵) متشابہ مثلثیں جیسی خطوط مستقیم و احاطہ نوئی میں سطح خط سطحی ہی ہی محدود ہو سکتی ہیں
مثلاً دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کریں تو دونوں نقشے متشابہ ہونگے
ایک نقشہ میں پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کریں اور دوسری نقشہ میں پیمانہ نصف انچ کا ایک
میل کو تعبیر کریں تو ہر خط ایک نقشہ میں ہوگا اور دوسری خط دوسری نقشہ میں دو چند ہوگا
(۴۶) متشابہ ہونے کا مفہوم اس تعریف سے خوب ذہن میں بیٹھ جاتا ہے کہ متشابہ مثلثیں
وہ ہیں جنکی صورت متماثل ہو یعنی ایک سے دوسرا انوکھا طول اور عرض مختلف ہو تمام اسی متشابہ مثلثیں ہیں
(۴۷) اب ہم چند مثالیں لکھتی ہیں جنکا حل اشکال کے متشابہ ہونے پر موقوف ہے
(۱) دفعہ ۳ کی شکل میں فرض کرو کہ ای = ۲ انچ کے اور اس = ۴ انچ

اور ای = ۱ انچ اس کو دریافت کرو

$$۲ : ۴ :: ۱ : اس$$

$$۲ \times اس = ۴ \times ۱$$

پس اس = ۲ انچ

(۲) مثال گذشتہ میں خط مستقیم آد اور آد کی نسبت دریافت کرو

جو کہ ای = ۲ اور ای = ۱ اور کسی خط مستقیم مثلاً آد کو اپنی نظیر کے خط مستقیم آد کی
نسبت ہو جو کہ ای = ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ سے یعنی ۲ کو ۱ سے

(۱) دفعہ ۱۵ کے شکل میں اگر ب س = ۱۵ اور ب د = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو

شکل ۱ اور ب د ۱۵ متساوی ہیں تو

ب س : ب د :: ب د : ب د

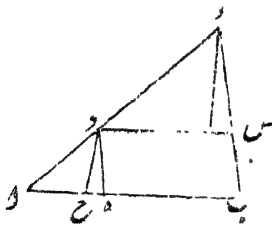
یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د

$$\text{پس ب د} = \frac{12 \times 12}{15} = \frac{144}{15} = 9 \frac{6}{5}$$

(۲) ۱۵ ب س د ایک ذوزنقہ ہے اضلاع متوازی ۱۵ اور ۱۲ زمین فاصلہ ۳ فٹ ہے

۱۵ ب = ۱۰ فٹ اور د س = ۴ فٹ

فرض کرو کہ ۱۵ اور ب س نقطہ تک بڑھائی گئی ہیں، مطلوب یہ ہے کہ کتنا فاصلہ عمود
جی دس سے دریافت کریں



۱۵ عمود ۱۵ ب س کا متوازی ۱۵ لکھو

تو ب د = د س پس ۱۵ = ۱۰ - ۴ = ۶ اور د س = ۱۲ ب

شکل ۱۵ اور د س متساوی ہیں

اسی واسطے بموجب دفعہ ۱۵ کے

۱۵ : ح د :: د س : فاصلہ مطلوب

$$\text{پس فاصلہ مطلوب} = \frac{4 \times 3}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۴ کی شکل میں اگر د س = ۵ پنچ دی = ۴ اور ب س = ۴ تو ب س کو دریافت کرو

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ پنچ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۳) ایک آدمی کا قد ۴ فٹ کا تھا جب وہ سیڑی کھڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۸ فٹ ۴ پنچ کا پڑا

اور اسی وقت ایک جھنڈی کا سایہ ۴ فٹ ۸ پنچ پڑا تھا تو اوس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو

(۴) ۳ فٹ لمبی لکڑی کو سیڑی زمین پر کھڑا کیا تو اوسکا سایہ ۴ فٹ ۴ پنچ تھا تو ب د ۴

فیث بلند بی کا سایہ گنا پڑے گا

(۳) کسی نقشہ میں ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھواں پانچ ہی اور ملک کا طول ۵۰۰ میل ہے تو بتاؤ اس نقشہ کا طول کیا ہوگا

(۴) دو شہروں میں ۳۳ میل کا فاصلہ ہے اور نقشہ میں ان کی مقامات کے درمیان ۳۴ پانچ فاصلہ ہے تو بتاؤ نقشہ کس پیمانہ کے موافق بنایا گیا ہے

(۵) دو شہروں میں ۴۲ میل کا فاصلہ ہے اور نقشہ کی اندرون کی مقامات کے درمیان میں ۴۳ پانچ اور دو اور شہروں کے مقامات کے درمیان ۸ پانچ تو بتاؤ ان شہروں کی درمیان کتنا فاصلہ ہے

(۸) دفعہ ۳۴ کی شکل میں اگر $س = ۲۰$ پانچ اور $دی = ۱۶$ اور $ب = ۴$ تو $د$ کو دریا کر

(۹) دفعہ ۳۴ کی شکل میں اگر $د = ۸$ پانچ اور $دی = ۴$ اور $ب = ۳$ تو $س$ کو دریا کر

(۱۰) دفعہ ۳۴ کی شکل میں اگر $دی = ۴$ پانچ اور $ب = ۱۰$ اور $د = ۲$ تو $د$ کو دریا کر

(۱۱) ایک درخت کی ضلع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہوں اور فاصلہ عمودی ان کے درمیان ۱۶ فیٹ ہو

اور دو باقی ضلعی ٹیڑھے بائیں تو ملا کر ان کے نقطہ کا فاصلہ عمودی ضلع متوازیہ میں ٹیڑھے کی فاصلہ

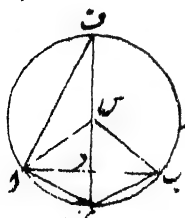
(۱۲) ایک درخت کی ضلع متوازیہ ہیں اور ان کا طول ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہے اگر دو خط متوازی ان

ضلع متوازیہ کی شکل کی اندر کھینچی جائیں اور یہ چاروں خط باہم منسلک ہوں تو ان خطوں کا طول کیا ہوگا

ساتویں فصل اوتار داسرہ کی بیان میں

(۷۸) فرض کرو کہ داسرہ کا وتر $آب$ ہے اور $س$ مرکز ہے اور $س$ د عمود $آب$ پر ہے اور خارج ہو کر

محیط سے نقطہ $آ$ پر پڑے گا تو وتر $آدب$ کا نقطہ وسط دہی



اور قوس $آدی$ کا نقطہ وسطی ہو قوس کا وتر $آب$ ہے اور نصف قوس کا وتر

$آدی$ یا $آب$ ہے اور قوس کا ارتفاع $دی$ ہے

(۷۹) جس کو ٹیڑھا کر محیط سے نقطہ $ن$ پر ملاؤ تو بموجب دفعہ ۳۲ کی زاویہ $آ$ اور فاصلہ $آ$ معلوم ہوگا کہ بموجب دفعہ ۳۲ کی شکل ہی اور $دی$ وہ منشا بہ ہیں اسی ہی $آ$ کو $دی$ اور $س$ نسبت

جو ہی آگوستے ہی ت کا سیدو

ی د ی ت = ی د ی ا

اور نیز بموجب دفعہ ۳۸ کے

ی د ی د ت = ا د ی د ب

اس باب میں فقط ان ہی دو طریقیں تجویز کا ذکر ہوا باب انہیں کے استعمال بہر اثرا ہے
آسانی کی لئی ان دونوں تجویز کو قاعدہ بنا کی لکھتے ہیں مگر جو شخص ان تمام کو یاد کرے گا
قاعدوں کا حفظ کرنا ضرور نہیں

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہے دائرہ کا قطر دریافت کرو
قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا
(۸۱) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴۰ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے

$\frac{12 \times 12}{34} = 4.235$ پس قطر دائرہ ۳۴ انچ ہے

(۲) قوس کا ارتفاع ۴۰ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے

$\frac{4 \times 4}{16} = 1$ پس قطر ۱۲ فیٹ ہے

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو
قاعدہ وتر نصف قوس کی مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا
(۸۳) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو اور قطر دائرہ ۳۴ انچ ہے

$\frac{12 \times 12}{34} = 4.235$ پس ارتفاع قوس ۴ انچ ہے

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے

$\frac{4 \times 4}{16} = 1$ پس ارتفاع قوس ۱ فیٹ ہے

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو
قاعدہ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دو حاصل ضرب کا جذر نصف قوس کا وتر ہوگا
 (۸۵) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ اینچ ہی اور دائرہ کا قطر ۳۴ اینچ ہے
 $۳۴ \times ۴ = ۱۳۶$ اور ۱۳۶ کا جذر ۱۱.۶۶ ہے نصف قوس کا وتر ۱۱.۶۶ ہے

(۲) قوس کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے
 $۱۲ \times ۱۱ = ۱۳۲$ اور ۱۴ کا جذر ۱۱.۶۶ ہے نصف قوس کا وتر ۱۱.۶۶ فیٹ ہے

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہیں دائرہ کا قطر دریافت کرو
قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا
 پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا
 (۸۷) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ

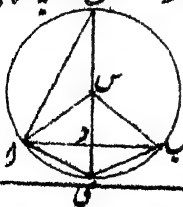
$\frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲$ پس قطر کا باقی حصہ ۲ فیٹ ہوا ہے اسی کو قطر افیٹ ہے

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ ہے

$\frac{۲۱ \times ۲۱}{۴} = ۱۱۰.۲۵$ اور ۲۴.۵ کا باقی حصہ ۲۴.۵ ہے

اسی کو قطر ۲۴.۵ فیٹ ہے

(۸۸) اس باب اور باب پنجم میں جو قاعدی بیان ہوئی ہیں اونکی استعانت سے مختلف سوالات
 دفعہ ۷ کے شکل سے متعلق حل کر سکتے ہیں اور اب ہم حل کر کے نو کے طور پر پڑھیں گے کہ ہر مسئلے کے
 (۸۹) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں قوس کا وتر دریافت کرو



یہاں ہی دائریات معلوم ہو سکتی ہیں معلوم ہوگا اس کو
 بموجب دفعہ ۷ کے اور معلوم ہو جائیگا

(۹۰) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہے

بیان می دے ۹ اور دن = ۱۶ اس واسطے کہ مربع = $14 \times 9 = 126$

پس رد = ۱۲ فیٹ اس واسطے کہ اب = ۲۴ فیٹ

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے

بیان می دے ۲ اور دن = ۸ اس واسطے کہ مربع = $8 \times 2 = 16$

پس رد = ۴ فیٹ اس واسطے کہ اب = ۸ فیٹ

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع قوس دریافت کرو

بیان قطر معلوم کا نصف لاس اور وتر معلوم کا نصف رد معلوم ہیں

اول موافق دفعہ ۹ کیس دریافت کرو اور اس کو سی مین سی لفریق کرو ورنہ دہی دریافت ہو جائیگا

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے

بیان لاس = $\frac{1}{2} \times 24 = 12$ فیٹ اور رد = ۱۲ فیٹ

$\frac{1}{2} \times 12 + \frac{1}{2} \times 12 = 12$ اور $\frac{1}{2} \times 12 - \frac{1}{2} \times 12 = 0$ اور $\frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 3$ اور $\frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 3$ کا $\frac{1}{2}$ ہے یعنی

$\frac{1}{2} \times 12$ اور $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ اس واسطے دی = ۹ فیٹ

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے

بیان لاس = ۵ فیٹ اور رد = ۴ فیٹ

$4 + 5 = 9$ اور $5 - 4 = 1$ اور ۹ کا جذر ۳ ہے اور $5 - 3 = 2$

اسی واسطے دی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو

یہاں اس اور آدو معلوم ہیں اول موافق دفعہ ۹۱ کی دی کو معلوم کریں

اور ہر دفعہ ۵ یا دفعہ ۸۴ کی موافق اسی کو دریافت کریں

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہیں

یہاں اس = ۲۵ اور د = ۷ پس موافق دفعہ ۴۰ کی س د = ۲۴ کی حاصل ہوگا

اسی واسطے دی = ۱۱ اب بموجب دفعہ ۵ کے یا ۸۴ کی دی برابر ۵ کی جذر کی ہے

اگر چار مرتبہ کی عشریہ تک جذر نکالیں تو دی = ۷۰۷۰ کی حاصل ہوگا پس

نصف قوس کا وتر ۷۰۷۰ انچ ہے اگر عشریہ سات مرتبہ تک نکالیں تو ۸۷۰۷۰۷۰ کی حاصل ہوگا

(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ

یہاں اس = ۱۰۰ اور د = ۲۴ پس دفعہ ۴۰ کی موافق ۵۱۵۴ کا جذر س د سے

پس عشریہ کی چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۷۰۷۰ کی تقریباً حاصل ہوگا

اسی واسطے دی = ۳۷۲۹۷۰ اب اسی کا حساب موافق دفعہ ۵ کی یا موافق دفعہ ۸۴ کے

اگر اس اور آدو اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہوں تو دونو قاعدوں سے ایک ہی نتیجہ

حاصل ہوگا لیکن اس صورت میں دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہیں معلوم اسلئے دونو قاعدوں سے

جو دو نتیجے نکلتے ہیں انہیں ذرا اختلاف ہوتا ہے دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہے

اور اس کے موافق اسی ۸۵۴۷۴ کا جذر ہی اسلئے دی = ۲۹۳۲۷۰ تقریباً

پس نصف قوس کا وتر تقریباً ۲۹۳۲۷۰ انچ ہے

(۴۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہے قوس کا وتر دریافت کرو

یہاں اسی اور دی معلوم ہیں اول ہم دفعہ ۸۲ کے موافق دی د کو

بہر بموجب دفعہ ۴۰ کے آدو کو دریافت کرتے ہیں

(۴۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے اور قطر دائرہ ۳۴ انچ ہے
 بموجب دفعہ ۸۳ کی د = ۱۴ اور بموجب دفعہ ۴۰ کی د = ۱۲۸ کا جذر ہے
 ہے معلوم ہوتا ہے کہ د = ۱۱۵۳۱۴ تقریباً اور اسیوے اب = ۲۵۴۲۸ تقریباً قوس
 ۲۲۵۴۲۸ انچ تقریباً ہے

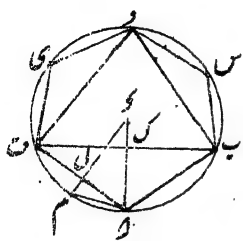
(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے
 دفعہ ۸۳ کی طرح یہاں د = ۱۴ اور دفعہ ۴۰ کے موافق د = ۱۲۸ کا جذر ہے
 اسیوے اب = ۱۲۸ کی جذر کی اسیوے اب = ۱۲۸ کی من مرتبہ تک عمل کرنی ہے د = ۱۴۷۳
 اور اسیوے اب = ۵۵۴۲ پس وتر قوس تقریباً ۵۵۴۲ فیٹ ہے
 (۳) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو
 اب یہاں د = ۱۲۸ اور اسیوے معلوم ہیں دفعہ ۴۰ کی موافق اسیوے کو معلوم کر کے د کو موافق قوس
 (۴) مشالین

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۴ انچ ہے پس
 یہاں د = ۲۴ اور اسیوے = ۲۴ پس دفعہ ۴۰ کے موافق د = ۱۰ حاصل ہوتا ہے
 اب موافق دفعہ ۸۰ کی د = $\frac{24 \times 24}{4 \times 4} = 4 \times 4$

پس دائرہ کا قطر ۴۷ ہے

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰.۵ انچ ہے
 یہاں د = ۱۰.۵ اور اسیوے = ۱۰.۵ پس موافق دفعہ ۴۰ کی د = ۱۰.۵ کا جذر ہے
 اشاریہ کے چار مرتبہ تک اسیوے د = ۳۵۲۰۱۵ کی حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۸۰ کے
 د = $\frac{10.5 \times 10.5}{4 \times 4} = 10.5$ ہے معلوم ہوتا ہے کہ د = ۳۵۲۰۱۵ تقریباً
 پس قطر دائرہ ۳۵۲۰۱۵ انچ تقریباً ہے

(۳) بطور مشق کی ہم مثلث متساوی الاضلاع اور بارہ ضلع کی کثیر الاضلاع منظم کو دائرہ
 میں بنا کر اون کے اضلاع کا حساب کرینگے



ایک دائرہ کہنچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر اب اور ب س اور
س د... و کنچین تو ایسی چہ وتر برابر برابر دائرہ
کے کل محیط میں مانینگے یا اسکویون بیان کرو کہ اگر دائرہ
کے اندر مسدثنیائیں قسمدس کا ضلع نصف قطر دائرہ کے برابر ہوگا

خطوط مستقیم ق ب اور ب د اور د س کنچین تو مثلث مساوی الاضلاع بن جائیگا
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور ق ب کا معلوم کرنا منظور ہے۔ یہ ایک
مثال دفعہ ۵ کے ہے

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز د ہے د کو کہنچو کہ ب ق کو نقطہ ک پر قطع کرے
ہم کو معلوم ہے کہ د ک = $\frac{1}{4}$ پس ب ک $\frac{3}{4}$ کا جذری یعنی جذر $\frac{3}{4}$ کا $\frac{1}{4}$ ایسا ق ب کا حاصل
اگر غائب کی سات مرتبہ تک عمل کریں تو ب ق = ۳۲۰.۵۰۸ یا انچ کے حاصل ہوگا
اب ہم فرض کرو کہ ر ک عمود ا ق پر ہے اور ا د س عمود کو ٹرٹا کر محیط سی نقطہ پ پر ملاؤ اور ا د س
تو ا د س بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ میں بنائی جائی و م کا حساب دفعہ ۴ کی
موافق کر سکتے ہیں

ل = $\frac{1}{4}$ اور د ک = ابس د ل = $\frac{1}{4}$ جذر ۳ کے = ۰.۲۵۸ یا
ایسا ل م = ۱۳۳۹.۴۴ پس ا م ۲۴۶۹۹۹۲ کا جذری یعنی ۵۱۷۴۴ تقریباً
پس جو بارہ ضلع کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جائی اوس کا ضلع ۵۱۷۴۴ یا انچ تقریباً ہے

ساتویں فصل کی مثالین

- (۱) ارتفاع قوس ۱۵ انچ اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۶ انچ ہر قطر دائرہ دریافت کرو
- (۲) ارتفاع قوس ۲۸ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۱۵ فیٹ ہر قطر دائرہ دریافت کرو
- (۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچ ہے اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ، ارتفاع قوس دریافت کرو

- (۵) قوس کا ارتفاع ۱۸ انچ ۳ اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۱۳ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو
- (۶) ارتفاع قوس ۳۴۲۲۷ فیٹ اور قطر دائرہ ۴۷۲۸۵ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو
- (۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو
- (۸) قوس کا وتر ۷۸ فیٹ ۱۵ اور ارتفاع قوس ۲۵۸ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو
- (۹) وتر قوس ۱۵ انچ اور قطر دائرہ ۲۰ انچ ہے نصف قوس کا وتر دریافت کرو
- (۱۰) قوس کا وتر ۸ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو
- (۱۱) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۱۶ انچ ہے اور قطر دائرہ ۴ فیٹ ۲ انچ وتر قوس دریافت کرو
- (۱۲) نصف قوس کا وتر ۴۴۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶ فیٹ وتر قوس دریافت کرو
- (۱۳) قوس کا وتر اگر اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فیٹ ۱۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو
- (۱۴) قوس کا وتر ۴۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو

۱۱۰۰۔ فضل محیط دائرہ

- (۱۰۰۰) دائرہ کی قطر اور محیط کے طو کون کے نسبت دریافت کرنے کے اکثر ضرورت پڑتی ہے گو یہ نسبت بالکل صحیح نہ بیان ہو سکی مگر یہی وہ ایسی صحت کی ساتھ دریافت ہو سکتی ہے کہ مطالب علمی کے کارروائی میں کچھ خلل نہیں عاید ہوتا
- (۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہے محیط دائرہ دریافت کرو
- قاعدہ قطر کو $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{1}{2}$ میں ضرب دو یا یوں قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو $\frac{1}{2}$ میں ضرب اور حاصل ضرب کو، پر تقسیم کرو حاصل محیط ہوگا
- (۱۰۲) مثالیں

(۱) قطر دائرہ ۴ فیٹ ۱۸ انچ ہے

۴ فیٹ ۸ انچ = ۵۴ انچ

$$۱۷۴ = ۲۲ \times ۸ = \frac{1}{2} \times ۵۴$$

پس محیط تقریباً ۱۷۴ انچ ہے یعنی ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

(۲) دائرہ کا قطر ۲۵۹۲۵۹ فٹ ہے

$$\begin{array}{r} ۲۵۹۲۵۹ \\ ۲-۲ \\ \hline ۸۵۱۲ \\ ۸۵۱۲ \\ \hline ۵۹۲۵۹۲۵۹ \\ ۱۳۵۳۶۴ \end{array}$$

پس محیط دائرہ ۳۵۹۲۵۹ فٹ ہے

(۱۰۳) دفعہ ۱۰: میں جو قاعدہ بیان ہوا اسی محیط جتنا نکلنا چاہی اسی ذرا بڑا نکلتا ہے محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳ بجے گئے سے کم ہے لیکن ۳ بجے گنی سی بڑا ہی اکثر ۳ پانچ میں ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہے

(۱۰۴) اگر ہم چاہیں تو دفعہ ۱۰ کے قاعدہ کو تناسب کے صورت میں اسی طرح رکھ سکتی ہیں کہ ۲۲ سے وہ نسبت ہے جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہے

(۱۰۵) اور اسی ہی زیادہ صحیح تناسب یہ ہے کہ ۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہی جو

قطر دائرہ کو نسبت ہے محیط دائرہ کو اس قاعدہ سی ہی محیط جتنا ہونا چاہی اسی ذرا زیادہ نکلتا ہے مگر ہم غلطی ایسی کم ہوتی ہے کہ اس حساب سی ۱۹ سو میل کے اندر ایک فٹ سی بھی کم غلطی بڑتی ہے ایسی بڑی حساب میں ایسی چھوٹی غلطی کو کا عدم جانتی ہیں

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت میں بدل لیتی ہیں کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ کی نسبت ہے جو ۱ کو نسبت ہے ۳۵۹۲۵۹۲۵۹۲۵۹ سے اس تناسب کا حساب ۴۰۰ مرتبہ کی غلطی

تک کیا گیا ہے لیکن ان ہندسوں میں سے جتنی ہم چاہیں استعمال میں لاسکتی ہیں اکثر ۱۴۱۴ سی کے استعمال کو صحت غلطی کو کمی کافی سمجھتے ہیں اکثر کتب ریاضیہ میں اس عدد ۳۵۹۲۵۹۲۵۹ کو ترک کر دیا کرتے ہیں

(۱۰۷) ادھر بیان و ظاہر کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریا کر نکا قاعدہ اسی طرح بیان ہو سکتا ہے کہ قطر کو

۳ بجے میں ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جواب میں منظور نظر ہو تو قطر کو ۱۴۱۴ میں ضرب دو

دو سے قاعدہ سی ہی محیط جتنا ہونا چاہی اسی کچھ زیادہ نکلتا ہے مگر غلطی اوس میں

..... جسے محیط سی زیادہ تر نہ ہوگی اسی طرح غلطی ۵ میل میں ایک فٹ سے کم واقع ہوگی

(۱۰۸) جب ہم کہتی ہیں کہ قطر کو ۱۴۱۴ سے ضرب دو تو اسکو اس طرح بھی کہہ سکتی ہیں کہ
۱۴۱۴ کو قطر میں ضرب دو اور یہی کیفیت اون سبفا عدون میں بھی جائز ہے اور کابینا

ہوا ہے

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۷۲۵۶ پانچ ہے

$$\begin{array}{r} ۳۵۱۴۱۴ \\ ۲۲۵۶ \\ \hline ۲۱۵۹۱۲ \\ ۴۲۸۳۲ \\ \hline ۱۲۵۴۴۲ \\ ۱۳۴۶۱۴۳۲ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۱۳۴۶۱۴۳۲ پانچ ہے

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

$$۳۵۱۴۱۴$$

$$\begin{array}{r} ۸۰۰۰ \\ \hline ۲۵۱۳۲۵۸ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲۵۸ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہی کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پائیش کری مسئلہ ایک پیہ کر اسکی محیط
اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھی اگر نتیجہ بالکل صحیح اور کوئین حاصل ہوگی مگر پہر بھی اسکو
دل میں یقین ہو جائیگا کہ محیط ۳ ۱/۲ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہے

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳ ۱/۲ پر تقسیم کرو یعنی ۲۲ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ

محیط کو، میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب
نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۱۴۱۴ سے ۳۵۱ پر تقسیم کرو

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہے

(۲) ۸۴ گز اخٹ

(۱) ۱۴ فیٹ

(۳) ۲ گز ۲ فیٹ ۸ اینچ (۴) ۹ فرنگ گز

محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم قطرون سے دائروں کے محیط دریا کرو

(۶) ۴۱ گز ۲ فیٹ

(۵) ۲۷ فیٹ

(۷) ۵۵۵ گز ۵ فیٹ ۴ اینچ (۸) ۸۰ فرنگ گز

محیط دائرہ کو ۳۱۶ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں سے دائروں کے قطر دریا کرو

(۹) ۹۹ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرنگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں سے دائروں کے قطر دریا کرو

(۱۳) ۱۴ فیٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز (۱۶) ۱ فرنگ

(۱۷) فرض کرو کہ عطار ۸۸ دن میں ایک بار گرد ایک دائرہ چمکت کرنا ہو جس کا نصف قطر میل

تو بتاؤ عطار د کتنی میل ایک سنڈ میل چلتا ہے

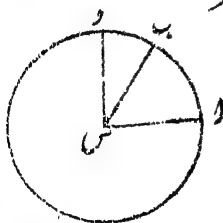
(۱۸) گاڑی کے پیہ کا قطر ۲۸ اینچ ہے تو بتاؤ نصف میل چلنے میں کتنی چکر کر لگا

(۱۹) ایک گول روشن کے گرد شکر بنی ہوئی ہے اس کا محیط سیرونی ۴۰۰ فیٹ ہو اور

محیط اندرونی ۲۸۰ فیٹ ہے اس کا عرض دریافت کرو

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط میں فرق ۱۰ فیٹ ہے قطر دائرہ دریافت کرو

نویں فصل قوس دائرہ



(۱۱۴) فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز 'س' ہو اور دائرہ کی کوئی قوس 'آب' ہو

اور آدو ربعہ محیط ہو 'آب' کے طول کو آدو کی طول سے وہ نسبت ہے

جو کہ زاویہ 'آس' ب کو نسبت ہو زاویہ 'آس' د سی یعنی جو نسبت زاویہ 'آس' ب کو ہو زاویہ قائمہ سے

اسو 'آب' کی طول کو کل محیط سے وہ نسبت ہو جو کہ زاویہ 'آس' ب کو ہے چار فائیمون سے

(۱۱۵) زاویوں کو اکثر درجوں میں بیان کرتے ہیں ۹۰ درجوں سے ایک زاویہ قائمہ کہلاتا ہے

اسلئے ۳۴۰ درجوں میں چار قائمی پیدا ہوتی ہیں۔ اور ایک درجہ ۶۰ دقیقوں میں اور دقیقہ ۶۰ ثانیوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ دقیقہ اور سنت کی ایک ہی معنی ہیں اور نیا اور سنڈ ایک ہی چیز ہیں (۱۱۴) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کو اسطی اختصاراً رموزہ $^{\circ}$ $'$ $''$ مقرر کر لئے ہیں مثلاً ۴ درجے ۲۳ دقیقے ۲۷ ثانیہ لکھنی ہوں تو اسطرح لکھینگے کہ ۴ ۲۳ ۲۷ (۱۱۵) دائرہ کی مرکز پر جو زاویہ محاذی کسی قوس کی واقع ہوا وہی درجوں کی تعداد معلوم قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ ۳۴۰ درجوں کی تعداد معلوم ہو وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو قوس کے طول (۱۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا محیط ۳۸۱۸ ہے اور زاویہ مرکز پر محاذی قوس کے ۵۴ درجہ کا قوس کا طول دریافت کرو

$$۳۴۰ : ۵۴ :: ۳۸۱۸ : \text{طول مطلوب}$$

$$۵۴ = \frac{۳۸۱۸ \times ۵۴}{۳۴۰} = \frac{۲۰۶۰۵۲}{۳۴۰} = ۶۰۶.۰۳۵$$

پس قوس کا طول ۶۰۶ ہے

(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے اور قوس کے محاذی زاویہ مرکز پر ایک درجہ کا قوس کا طول دریافت کرو

$$۳۴۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : \text{طول مطلوب}$$

$$۳۴۰ (۲۵۰۰۰) = ۶۵۰۰۰۰۰$$

$$\begin{array}{r} ۲۱۴ \\ ۳۳۰ \\ ۳۲۲ \\ ۱۴۰ \\ ۱۳۲ \\ ۱۴ \end{array}$$

قوس کا طول ۶۵۰ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہو جو زاویہ مرکز پر اس کے محاذی ہوا وہی درجوں کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۰) مثالین

(۱) محیط دایرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰:۲۸::۳۶۰: تعداد مطلوب درجات

$$\frac{360}{50} = \frac{28}{5} = \frac{340.8}{5} = 68.16$$

زاویہ ۶۸.۱۶ درجہ کا ہے

(۲) محیط دایرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۵۰ میل

۲۵۰۰۰:۴۵::۳۶۰: تعداد درجات مطلوب

$$1058 = \frac{360 \times 25000}{45} = \frac{360 \times 5000}{9} = \frac{360 \times 5000}{9} = 20000$$

پس زاویہ ۱۰۵.۸ درجہ کا ہے

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا ہی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کرو

فرض کریں کہ وتر نصف قوس کی آٹھ گنتی میں کل قوس کا وتر تفریق کرو اور حاصل تفریق کو نصف قوس

سب سے قاعدہ بالکل ٹھیک نہیں اسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہی اسی کچھ کم دریا ہونا

اگر زاویہ مرکز پر قوس کی ساسنی ۴۵ درجہ کا ہو تو غلطی بقدر جیسے طول قوس کے

واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑھتا جائیگا غلطی بھی اتنی بڑھتی گھٹتی جائیگی

(۱۲۲) مثالیں

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دایرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ ۹۴ کے نصف قوس کا وتر ۴۸.۴۱۰۴۵۰ انچ ہے

$$48.410450$$

$$\frac{5450485222}{14}$$

$$14$$

$$3 \quad 2250485222$$

$$1451895141$$

پس قوس کا طول ۱۴۵۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ انچ ہی اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ انچ ہے

بموجب دفعہ ۴۲ کے وتر نصف قوس کا ۲۴۵۳۲ انچ ہے

$$\begin{array}{r} ۲۴۵۳۲ \\ ۲۳۸۵۴ \\ \hline ۵۸ \\ ۳۱۲۴۵۴ \\ \hline ۵۸۵۸۵ \end{array}$$

پس قوس کا طول ۵۸۵۸۵ انچ ہے

(۲۳) دفعہ ۱۲ کی قاعدہ کی استعمال ہو جس کی ہم نے بیان کیا ہے وہ جتنی قوس بھی ہوگی اوتنی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کی غلطی کی کم ہوگی اسکا بعض صورتوں میں اس بات کی ضرورت ہوگی کہ بجای کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب جتنا عہدہ اسی طرح کریں ایک جتنا ہی قوس کے وتر کو اٹھ گنا کر کے اوس میں سی نصف قوس کا وتر تفریق کریں اور حاصل تفریق کو دو میں ضرب دیں اور حاصل ضرب کو تین پر تقسیم کریں

(۲۴) دفعہ ۱۲ میں جو قاعدہ قوس کی طول دریافت کرنے کا لکھا ہے اسی زیادہ صحیح بقاعدہ مگر اوسکو وہاں برتنا چاہیو جہاں زیادہ تر صحت منظور ہو

قاعدہ جو ہٹائی قوس کی وتر کو ۲۵ گنا کرو اور حاصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور اس کا وتر قوس تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدہ سے قوس کا طول جتنا ہونا چاہیو اسی قدر زیادہ نکلتا ہے اگر دائرہ کی مرکز پر زاویہ

۴۵ درجہ کا ہو تو اوسکی سامنی کی قوس کی طول میں غلطی کم حصہ قوس سے واقع ہوگی

جتنا زاویہ بڑی ہوگا اوتنی غلطی بڑی ہوگی اور جتنا زاویہ گہری گا اوتنی ہی غلطی گہری

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالیں مشق کے لئے حل کرتے ہیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو کل ۴۰ درجہ کی قطاع کا مجموعہ ضلع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہی تو محیط دائرہ کا ۳۱۴۱۵۹۲ یعنی ۳۱۴۲۸۳۲ ہے

۴۰ : ۳۱۴۲۸۳۲ :: ۱ : طول قوس

پس قوس کا طول ۴۲.۵۷۷ اور نصف قطر ۲ جو ۲ فیٹ ہی زیادہ کر دو تو کل
مجموعہ اضلاع ۴۲.۵۷۷ فیٹ ہے

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہے نصف قطر دریافت کرو
مثال گذشتہ کی نتیجہ کو استعمال میں لاؤ تو یہ متناسب حاصل ہوگا

$$۴۲.۵۷۷ : ۲ :: ۱ : نصف قطر مطلوب$$

۱ ہے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲ \times ۴۲.۵۷۷}{۴۰}$ فیٹ = ۲۱.۲۸۸۵ فیٹ تقریباً

فصل نہم کی مثالین

- (۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے اور قوس کی سامنی زاویہ مرکز پر ۲۷ ہے تو قوس کا طول دریافت کرو
- (۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ۷ انچ ہے اور قوس کی سامنی زاویہ مرکز پر ۱۷۱ ہے تو قوس کا طول دریافت کرو
- (۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہے اور قوس کا طول ۱۵ انچ ہے تو زاویہ مرکز پر جو اس کی سامنی مرکز پر ہو دریافت کرو
- (۴) دائرہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہے اور قوس کا طول برابر نصف قطر کی ہے تو قوس کی سامنی مرکز پر جو اس کی سامنی مرکز پر ہو دریافت کرو
- (۵) ایک قوس کا طول ۳۶ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۴ انچ قوس کو دریافت کرو
- (۶) قوس کا وتر ۵۶ انچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے قوس کو دریافت کرو
- (۷) قوس کا وتر ۹ انچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے قوس کو دریافت کرو
- (۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے تو ۹۰ کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو
- (۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے اس قطعہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

کہ جبکہ قوس کی سامنی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے

- (۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے نصف دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو
- (۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہے نصف قطر دریافت کرو
- (۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۱۲۲ ۳۱ ۱۲ ہے اس کی سامنی
کے قوس کا طول دریافت کرو

مربع پیمانوں کی بیان میں

نہ سو فیصل مربع یا سطح پیمانوں کی جدول

(۱۲۶) رقبوں کی پیمانوں کی جدول جسکو اکثر مسطح یا مربع پیمانوں کی جدول کہتے ہیں یہ ایک ہی سطح پر ہے

۱۸۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے

۴ مربع فٹ سے ایک مربع گز بنتا ہے

۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۷۲ مربع فٹ سے یعنی ۳۰ مربع گز سے ایک مربع بول یا روڈ بنتا ہے

۱۴۰۰ مربع بول سے ایک مربع فرلنگ بنتا ہے

۴۸ مربع فرلنگ کا ایک مربع میل ہوتا ہے

اسے یہ جدول مرتب ہوتی ہے

مربع انچ	مربع فٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلنگ	مربع میل
۱۸۴	۱				
۱۲۹۶	۴				
۳۹۲۰۴	۲۷۲	۳۰			
۹۲۷۲۹۰۰	۲۳۵۴۰۰	۸۴۰۰	۱۴۰۰	۱	
۲۰۱۸۲۸۹۴۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۴۰۰	۱۰۲۸۰۰	۴۸	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات بھی رقبوں کی بتلائی میں کام آتی ہیں کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکڑ

بیگہ بسوانسی کچھ اسی وغیرہ

ایک مربع جریب میں ۲۲ × ۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہیں ایک روڈ ۱۴۰۰ بول یعنی ۱۲۱۰ مربع گز کا ہوتا ہے

اور ایک ایکڑ ۴۸ روڈ کا ہوتا ہے یعنی ۲۸۸۰۰ مربع گز کا پس ایک ایکڑ ۱۰۰ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب میں ۱۰۰ × ۱۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہیں اسلیٰ ایک ایکڑ میں

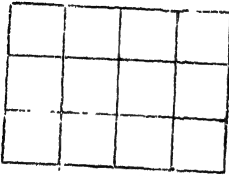
۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہیں — ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگہ کہلاتا ہے

ایک بیگہ میں ۲۰ بسودہ اور بسودہ میں ۲۰ بسوانی اور بسوانی میں ۲۰ کجوانی ہوتی ہیں

گیارہویں فصل سطح قائم الزاویہ یعنی مستطیل

(۱۲۸) فرض کرو کہ ایک قائم الزاویہ ۱۲ انچ لمبی اور ۱۲ انچ چوڑی ہو ایک ایک انچ کی فاصلہ خطوط

متوازی مضلع ایک کجیہ تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی اور اون میں سے ہر ایک



ایک مربع ہو جائے گا ایک انچ لمبا اور ایک انچ چوڑا ہے

تو قائم الزاویہ میں ۱۲ مربع انچ ہیں اور اسکو اس طرح بیان کیا

کرے ہیں کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہے

عدد ۱۲ کا حاصل ضرب عدد ۱۲ اور ۳ کا ہی جنسی کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تغییر ہوتا ہے

(۱۲۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کی طرح دکھا سکتے ہیں کہ

اس کا رقبہ ۴۰ گناہ مربع انچ کا یعنی ۴۰ مربع انچ ہی اور اس طرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لمبا اور

۶ انچ چوڑا ہو تو اس کا رقبہ ۵۴ گناہ مربع انچ کا ہی یعنی ۵۴ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس

(۱۳۰) اس طرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ چوڑا ہو تو رقبہ اس کا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا

یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی جس میں سے ہر ایک ایک فیٹ لمبی اور ایک فیٹ

چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لمبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اس کا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا

اور علی ہذا القیاس

(۱۳۱) بندیوں کو پڑی غور سے اس بات کو دیکھنا چاہیے کہ قبی کس طرح بنائی جاتی ہے

جب تک چیز میں قابلیت حسا کی کہتی ہیں اون سب میں اندر چھل حسا کہتے ہیں جس سے

مثلاً جب ہم طول یا پتھر میں تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معلوم پڑتی ہیں خواہ وہ ایک انچ ہو

خواہ ایک فیٹ اور اس پیمانہ ہی سے اوپر لوں گا اندازہ بتلاتے ہیں جب تک کہتی ہیں کہ ایک خط کا طول

۱۱ انچ ہی تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ خط ہمارا پیمانہ معلوم ایک انچ سے ۱۱ گنا ہے اس طرح

جب ہم رقبہ یا پتھر میں تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معلوم مقرر کرنے ہیں اور اس پیمانہ سے

اور رقبوں کا اندازہ بتلائی ہیں۔ رقبوں کی اندازہ بتلائی کیوٹی مریج کو پانچہ مقرر کر کے ہیں
اسمین بڑی آسانی ہوتی ہے اور سہ پانچہ کا مریج خواہ ایک مریج اپنچ ہو خواہ ایک مریج فٹ ہو یا مریج کڑی ہو
(۱۳۴) کسی قائم الزاویہ کی رقبہ کی دریافت کرنے کے لئے ضروری کہ کم طول اور عرض کو ایک جنس کے
پانچہ میں بیان کریں پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کریں گے اور نکاحا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریں گے
اگر طول اور عرض دونوں اپنچوں میں تعبیر ہوں تو رقبہ اپنچوں میں بیان ہوگا اور اگر طول اور عرض
دونوں فٹوں میں تعبیر ہوں تو رقبہ مربع فٹوں میں تعبیر ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

(۱۳۵) اطباء علم کی سمجھ میں آگیا ہوگا کہ شکلوں کی رقبوں کا کسطح حساب کرنی ہیں
اور قواعدوں کو کسطح صحت کی ساتھ استعمال میں لاتی ہیں۔ قواعد کو اختصار کی ساتھ ہم
بیان کریں گے اگر اطباء علم اوپر کے بیانات کو سمجھ گیا ہوگا تو اسکو سمجھ میں آئے نہیں ہونگے
(۱۳۶) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا
بعض اوقات عرض اور طول کی جگہ قاعدہ اور ارتفاع لکھا کرتے ہیں
(۱۳۷) مثالیں

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ اپنچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ اپنچ ہے
۳ فیٹ ۴ اپنچ = ۴۰ اپنچ اور ۲ فیٹ ۶ اپنچ = ۳۰ اپنچ
 $۳۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع اپنچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۴ اپنچ = $\frac{۳}{۱۰}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ اپنچ = $\frac{۲}{۱۰}$ فیٹ
 $\frac{۳}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} = \frac{۶}{۱۰۰} = \frac{۳}{۵۰} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴}$
پس رقبہ $\frac{۱}{۴}$ مربع فٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۰ گز ہے

نصف میل = ۸۸۰ گز اور $۲۲۰ \times ۸۸۰ = ۱۹۳۴۰۰$

پس رقبہ ۱۹۳۴۰۰ مربع

یا سطح ۲۲۲ گز = $\frac{1}{8}$ میل اور $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$

پس رقبہ $\frac{1}{64}$ مربع میل ہے

(۱۳۴) اگر ہم کو قائم الزاویہ کا رقبہ معلوم ہو اور اس کا طول بھی ہم جانتی ہوں تو عرض سطح دریافت کر سکتی ہیں کہ رقبہ کو جو عدد تعبیر کرتی ہیں اونکو اوس عدد پر کہ طول کو تعبیر کرنا مقسم کرین اور سطح اگر کسی قائم الزاویہ کا رقبہ اور عرض معلوم ہو تو طول دریافت ہو سکتا ہے مگر اقسیم میں ہم کو رقبہ اور طول یا عرض کی پانچوں کی تطبیق کر لینی پر ضرور ہر دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو (۱۳۵) مثالیں

(۱) قائم الزاویہ کا رقبہ ۹۴ مربع انچ ہے اور اس کا طول فٹ ۱۷ انچ ہے

فٹ ۱۷ انچ = ۱۴ انچ اور $\frac{94}{14} = 4$ پس عرض ۴ انچ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۰ مربع فٹ ہے اور اس کا عرض گز ہے

گز = ۳ فٹ اور $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

پس طول $3\frac{1}{3}$ فٹ یعنی ۳ فٹ ۱۷ انچ

(۱۳۸) مربع ہی ایک قائم الزاویہ ہے جس کا طول عرض آپس میں برابر ہے معلوم ہوا کہ مربع کا

سطح دریافت ہو سکتا ہے کہ جو عدد مربع کی ضلع کی طول کو تعبیر کرنا ہوا اوسکو فی انفسہ ضرب میں

ایک مربع کی ضلع کا طول، انچ ہو تو رقبہ اوسکا گنا، مربع انچ کا ہے یعنی ۴۹ مربع انچ

ہے معلوم ہوتا ہے کہ عدد فی انفسہ ضرب یا گنا جو مربع عدد کہلاتا تھا اوسکی وجہ یہی ہوتی ہے

فضائل نجم کے قواعد اور دفعہ ۳۰ کی مسئلہ کا باہم ربط اور تعلق دیکھ سکتی ہیں

(۱۳۹) فصل دہم میں جو جدول لکھی ہیں وہ اس باب کی مضامین پر آسانی سمجھ میں آسکتی ہے

اور اوسکی وجہ معلوم ہو سکتی ہے اور آسانی سے یاد رکھ سکتی ہے مثلاً اول ہی جدول میں یہ لکھا

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جس کا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اس کو ^{سطح} بموجب فہمہ ۲۸ کی ایک مربع فٹ ۱۲x۱۲ مربع انچ یعنی ۱۴۴ مربع انچ ہے

(۱۴۰) اگر ہم کو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کی ضلع کا طول اُطرَح دریا کر سکتے ہیں جو عدد رقبہ کو تعبیر کرتا ہوا کا جذر نکالیں مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے پس مربع کی ضلع کا طول ۱۱ انچ ہو اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہاں جذر پورا نہیں نکل سکتا ہے اس کو ضلع کا طول صحیح چھ نہیں دریا ہو سکتا ہے اگر زمین بڑے ٹکڑے پر تو ۲۴x۱۲ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فٹ اور فٹ مربع میں تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فٹ سے مراد اوس رقبہ سی ہے جو تین ایسی حصوں میں منقسم ہوتا ہے کہ ہر ایک اونچ میں ایک مربع فٹ ہے اور ۳ فٹ مربع سے مراد اوس مربع سی ہے جس کا ضلع طول میں ۳ فٹ ہے اور اوس فٹ میں ۳ مربع فٹ ہے اور سطح ۴ فٹ مربع سے مراد اوس مربع سی ہے جس کا ضلع ۴ فٹ طول میں ہے پس اس مربع میں ۴ مربع فٹ ہیں

(۱۴۲) اب چند مثالیں مشتق کیو اسطے اس باب کی قواعد سے حل کرتے ہیں

(۱) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۴ انچ لمبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہو تو بتاؤ اوس کمرہ میں ۳۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۴ رگز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہیں کمرہ کا طول ۱۸ ۱/۲ فیٹ ہے

اور عرض ۱۱ ۱/۲ فیٹ ہی اسی معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ ۲۱۰ ۱/۴ مربع فٹ ہے یعنی ۲۱۰ ۱/۴ مربع فٹ ہے

اور فرش کا عرض ۲ ۱/۲ فیٹ ہے اسی معلوم ہوا کہ فرش کا طول ۱۰۴ ۱/۲ کو ۲ ۱/۲ تقسیم کرنی ہوگی

یعنی ۱۰۴ ۱/۲ x ۲ ۱/۲ فیٹ یعنی ۲۱۰ ۱/۴ فیٹ اب آگے کام علم حساب کا ہے کہ ایک رگز کے

قیمت ۴ رگز تو قیمت ۲۱۰ ۱/۴ فیٹ کی کیا ہوگی حاصل ۱۰۴ ۱/۲ x ۲۱۰ ۱/۴ آنے

توی ب = ۶ اینج اور ف س = ۲ اینج

ای ک ف کا رقبہ = 10×6 یعنی ۶۰ مربع اینج کی

مئی ب کی کا رقبہ = 4×6 یعنی ۲۴ مربع اینج کی

ف ک ح س کا رقبہ = 10×2 یعنی ۲۰ مربع اینج کی

ک ہ ح د کا رقبہ = 4×2 یعنی ۸ مربع اینج کی

ان چاروں رقبوں کا مجموعہ ۱۲۴ مربع اینج کی اور وہ برابر ہے 4×31 مربع اینج کے اگرچہ یہ مثال نہایت آسان ہے مگر اس علم کا ایک بڑی مسئلہ کا ثبوت انگہوں کے سامنے دکھائی دیتا ہے اور ۱۱۰ کا مجموعہ ضرب یا لگایا اور ۲ کے مجموعہ برابر ہے 4×10 اور 4×2 اور 2×31 اور 2×4 کی مجموعہ

(۵) ایک قائم الزاویہ ہے اینج یعنی اور ۳۱ اینج جوڑی کر اور س کا رقبہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ دفعہ ۴۴ کے رقبہ 31×3 مربع اینج ہے یعنی 93 مربع اینج ہے

لیکن دفعہ ۱۲۸ کے قاعدہ کا ثبات اس صورت میں ہو کہ اعداد صحیح ہوں اس لیے اس بات کا ثبات

کرنا ضرور ہو کہ قاعدہ اس صورت پر ہی صادق ہو کہ طول اور عرض کسرین ہوں

کسرون کا نسبتاً متحد کیا تو $\frac{31}{54}$ اینج اور $\frac{3}{54}$ اینج ہوئی اب فرض کرو کہ ایک اینج کا $\frac{1}{54}$ حصہ طول کا پانچواں حصہ

قائم الزاویہ کے طول میں ۳۱ اور عرض میں ۳۲ ایسی پانچواں حصہ سے تعبیر ہوگا

اور اس لیے قائم الزاویہ کا رقبہ 31×32 مربع اس پانچواں حصہ ہوگا اور ایک اینج مربع میں اس پانچواں حصہ

$4 \times 31 \times 32$ مربع میں اس لیے قائم الزاویہ کا رقبہ 31×32 مربع اینج

یعنی $\frac{31 \times 32}{54}$ مربع اینج یعنی $\frac{16}{3}$ مربع اینج ہے

گیارہویں فصل کی مثالین

مربعوں کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبی مربع گزوں میں دریافت کرو

(۱) ۱۲ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۶ گز (۴) ۴۸ گز

مربعوں کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبی مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو

(۵) ۱۰ گز ۲ فٹ (۶) ۱۳ گز ۱ فٹ

(۷) ۱۸ گز ۲ فٹ (۸) ۲۰ گز ۱ فٹ

مربعوں کی ضلع کی طول تفصیل ذیل میں اونچی رقبی مربع گزوں مربع فٹوں مربع انچوں میں دریافت کرو

(۹) ۳ گز ۲ فٹ ۷ انچ (۱۰) ۵ گز ۲ فٹ ۸ انچ

(۱۱) ۸ گز ۱ فٹ ۹ انچ (۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

مربعوں کی ضلع کی طول تفصیل ذیل میں معلوم ہیں اونچی رقبی ایکڑ روڈ اور پول مربعوں میں دریافت کرو

(۱۳) ۴ جریب ۵۰ کڑی (۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۵) ۱۲ جریب ۵ کڑی (۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعوں کے قطر تفصیل ذیل میں اونچی رقبی دریافت کرو

(۱۷) ۲۵۵ فٹ (۱۸) ۸۸ گز ۲ فٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی (۲۰) ۸ جریب ۳۶ کڑی

مربعوں کی رقبی تفصیل ذیل میں اونچی ضلع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۴۴ مربع گز (۲۲) ۷۲۲۵ مربع گز

(۲۳) ۷۲۵۲۹ مربع گز (۲۴) $\frac{1}{14}$ مربع میل(۲۵) ۱۴۰ ایکڑ (۲۶) $\frac{1}{2}$ ایکڑ

(۲۷) ۱۴۰۴۴۰۱۴ مربع فٹ (۲۸) ۳ ایکڑ ۳ روڈ ۳۱ پول ۵ سہ مربع گز

ان مربعوں کی رقبی تفصیل ذیل میں اونچی ضلع کی طول کو تین مرتبہ کی عبارتہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ مربع فٹ (۳۰) ۲۸۷ مربع فٹ

(۳۱) ۴۷۸ مربع گز مربع فٹ (۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکڑ (۳۴) $\frac{3}{4}$ ایکڑ

(۳۵) جس مربع کا رقبہ مربع انچ ہے اس کا قطر دریافت کرو

(۳۶) سطح کی بساط ۱۰۰ مربع انچ ہو اور اس کی ہر طرف آٹھ آٹھ خانہ کی صورت کی بنی ہوئی ہو تو بتائو ایک خانہ کا طول کیا ہے

قائم الزاویوں کی طول عرض تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی رقبہ فٹ مربعوں میں دریا کرو
(۳۷) ۱۷ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۱۸

(۳۹) ۱۵ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸ سے ۲۰

قائم الزاویوں کی طول و عرض تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبہ مربع گز اور فٹوں میں دریا کرو
(۴۱) ۵ گز ۲ فٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۸ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۸ فٹ سے ۱۲ گز ۸ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

قائم الزاویوں کی متساویہ تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبہ مربع گز پنج میں دریافت کرو
(۴۵) ۲ گز ۸ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۸ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فٹ ۸ انچ سے ۴ گز ۲ فٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۸ گز ۲ فٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویوں کی متساویہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی رقبہ ایکڑ روڈ پول میں دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۱۷ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۲۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۳۴ کڑی

(۵۲) ۱۰ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۲ جریب ۲۰ کڑی

رقبہ اور طول قائم الزاویوں کی تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے عرض دریافت کرو

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکڑ طول ۱۱۰ گز

(۵۵) رقبہ ایک مربع میل طویل ۵ میل

(۵۶) رقبہ ۱۰۰۰ ایکڑ طویل ۲ ۱/۲ میل

(۵۷) رقبہ ۲ ۱/۲ ایکڑ طویل ۱۱ ۱/۲ گز

(۵۸) رقبہ ۵ ۱/۲ ایکڑ طویل ۳۲ جریب

(۵۹) رقبہ ایکڑ اردو ۱۵ پل طویل ۵۳ گز ۲ فینٹ ۳ انچ

(۶۰) ایک تختہ ۱۸ انچ چوڑا ہو سکا کیا طویل کہیں کردہ مساحت میں ایک مربع گز ہو

(۶۱) ایک قائم الزاویہ ۱۹ انچ سے ۱۸ انچ ہے تو بناؤ اور اس کا رقبہ کونسی عشاریہ مربع گز کہے گی

(۶۲) قائم الزاویہ ۲۱ گز لمبی اور ۲ گز چوڑی ہو اس کی رقبہ کو ایکڑ کی کس میں بیان کرو

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازو اگر بازار کی ایک طرف ۴ ۱/۲ فینٹ چوڑا فرش بنائیں

تو بناؤ وہ کتنی مربع گز ہوگا

(۶۴) ایک کسیت مستطیل کی شکل کا ہو اور اوسمین زمین کاٹ کر ایک مستطیل کے شکل کا باغ

اسا بنانا ہو کہ اوسمین پون ایکڑ زمین آئی ہو اور اس کا ایک ضلع تو کسیت ہی کا ضلع ہو اور اس کا

طویل ۲ ۱/۲ جریب ہے دوسری ضلع کا طویل دریافت کرو

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۵۸ فینٹ ہو اور ایک ضلع ۴۴ فینٹ ہو رقبہ دریافت کرو

(۶۶) چار مربعوں کی ضلع جدا جدا ایک اور ۱۲ اور ۱۲ فینٹ ہیں ان چاروں مربعوں کی کراہ

جو مربع ہو اور اس کا ضلع دریافت کرو

(۶۷) ضلع مربعوں کی جدا جدا ۱۵ اور ۱۴ فینٹ ہیں اس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان

تین مربعوں کے برابر ہو

(۶۸) مکان میں شیشہ کا دروازہ ۸ فینٹ ۲ انچ سحر ۵ فینٹ ۲ انچ کا لگا ہو اور اوسمین

شیشہ کے پرکالے ۱۲ ۱/۲ انچ سے ۹ انچ لگی ہوئی ہیں تو اون کی تعداد بناؤ کیا ہے

(۶۹) ایک مکان ۱۵۰ گز ۱۲ فینٹ ہو تو بناؤ اس کی فرش میں چکی ۳ فینٹ ۱۲ انچ لمبی اور ۱۳ ۱/۲ انچ چوڑی

(۷۰) ۱۶ انچ لمبی ۱۲ انچ چوڑی سلیم کتنی ۲۴ فیٹ لمبی اور ۱۹ فیٹ چوڑی چیت بن لکینگے

(۷۱) ایک جگہ ۸ فیٹ لمبی اور ۱۲ فیٹ ۱۹ انچ چوڑی ہر اوسمین ۹ انچ لمبی اور ۱۲ چوڑی انٹین کتنی بچینگے

(۷۲) ایک فرس کا ٹہ کا ۴۴ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنا جاسکتی ہیں تو تاو اوسمین ۱۲ فیٹ لمبے ۱۰ انچ چوڑے سے تختے کتنے بچینگے

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لمبا اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوسکی فرش میں ۱۲ فیٹ ۹ انچ لمبی اور ۱۲ انچ چوڑے سے تختے کتنے صرف ہونگے

(۷۴) ایک مکان ۸ فیٹ لمبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہے اگر ایک آدمی ۲۰ انچ لمبی ۱۸ انچ چوڑی جگہ گہری نو اوس مکان میں کتنی آدمی کھڑی ہونگی

(۷۵) ۵۰ صفین آدمیوں کی کھڑی ہوتی نہیں اور ہر ایک صف میں ۱۲ آدمی نہر اگر سب آدمی ایک پیری ہوتی مربع کی صورت میں کھڑی ہوتی تو تاو ایک ضلع میں کتنی آدمی ہوتی

(۷۶) اگر ایک گیہون کا درخت نو مربع انچ جگہ گہرے نو ایک ایکڑ میں کتنی گیہون درخت لکینگے

(۷۷) ایک جنگل آدہ میل لمبا اور چوتھائی میل چوڑا ہے اور ایک مربع جریب میں ۴ درخت ہیں تو تاو اوس جنگل میں کتنی درخت ہونگے

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سو سہ اور ۴۰۰ میل لمبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اوسمین ۲۰۰۰۰۰۰ باشندے سب سب ہیں تو تاو ایک آدمی کتنی ایکڑ میں بسنا ہے

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لمبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکی وسط میں فرش محل ۱۲ فیٹ ۱۲ اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہے تو تاو باقی جگہ کے فرش میں ۲۰ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگی گا

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہے اور مربع کے باہر عیاروں طرف ۱۰ اگر چوڑا راستہ بنا ہو تو ۴ فیٹ ۱۲ انچ لمبی ۱۰ انچ چوڑی پتھر کتنے اوس راستہ کی فرش میں لکینگے

(۸۱) ایک قائم الزاویہ صحن ۴۳ فیٹ لمبا ۳۴ فیٹ چوڑا ہے ایک سڑک ۴ فیٹ ۹ انچ گرا

- اوسی باہر بنا ہوا ہر ٹو بتاؤ ۴ اینچ لمبی ۲ ۱/۲ اینچ چوڑی انٹھین اوس رستہ کی فرش میں کتنی بچھینگے
- (۸۲) ۹ اینچ لمبی ۲ ۱/۲ اینچ چوڑی انٹھین ۱۲۹۹ ایک خاص صحن میں بچھتی ہیں تو بتاؤ کتنی کہیں
- ۴ اینچ مربع کے اوس رستہ کی نوین حصہ میں بچھینگے
- (۸۳) اگر متصل کے ضلع ایک مستطیل کے ۱۹ اور ۱۴ ہوں اور دوسرے مستطیل کے ضلع متصل
- ۳۴ اور ۲۵ ہوں اور ان میں ہر ایک برابر مربع بنائیں تو انکو ضلعوں کی نسبت آپس میں بتلاؤ کیا ہوگی
- (۸۴) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ لمبا ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۴ اینچ اونچا ہے اوسکی دیواروں پر
- ۲۷ اینچ عرض کا کاغذ کتنا لنبالگے گا
- (۸۵) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ اینچ لمبا اور ۱۴ فیٹ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۴ اینچ اونچا ہر ٹو بتاؤ
- کتنے مربع فٹ کاغذ اوسکی دیواروں کے منڈھن میں صرف ہوگا
- (۸۶) ایک مستطیل ۲۸ فیٹ ۸ اینچ فیٹ ہر ٹو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ ضلع
- برابر اس مستطیل کے مجموعہ ضلع کے ہو
- (۸۷) ایک مستطیل میں ۳۳ مربع فیٹ ہیں اور طول اوکا بہ نسبت عرض کے چھ فیٹ ہر ٹو اوسکے ضلع دریافت کرو
- (۸۸) سات کاغذ کی تختوں کا وزن ۲ ۱/۲ ٹونہ ہے اور تختہ ۱۹ اینچ سے ۶ ۱/۲ اینچ ہے
- تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۸ ۱/۲ اینچ سے ۱۱ اینچ ہو
- (۸۹) مثال دیکھو اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کی مجموعہ ضلع آپس میں برابر ہوں
- تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا
- (۹۰) مثالین دیکھو اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کا مجموعہ ضلع آپس میں برابر ہو
- تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کی زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے
- ضلع کے تفاوت کے ہو
- (۹۱) ایک کہیت ۵ جریب ۱۰ گٹھہ طول میں اور ۴ جریب ۷ گٹھہ عرض میں ہر اوکا
- لگان بشرح اروپہ ۳۳ فی بیگہ کے دریافت کرو

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۲۲۳۵ گز لمبا اور ۲۸ گز چوڑا ہو اور اس کا لگان شرج ۴ پونڈ ہلنگنی کی طرح کے درخت

(۹۳) ایک مستطیل ۱۸ فیٹ ۱۴ انچ سے ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہو تو تباؤ اس کی فرش میں ۲۲ فی مربع فٹ کے

حساب کیا لاگت لگیگی

(۹۴) اگر ۹ مربع فٹ میں بھری ڈالنی کی اندر ایک اٹھنی صرف ہوئی ہو تو ایک صحن میں جس کا

قطر ۳۰ گز ہے بھری ڈالنی میں کیا لاگت لگیگی

(۹۵) ایک رقبہ ۲۳ فیٹ ۳ انچ سے ۱۴ فیٹ ۱۴ انچ ہو اور اس کی فرش میں ۲۴ پائی مربع گز کی حساب کیا

(۹۶) ایک بڑا کھول فرنگ ۴۲ گز ۱۴ انچ ہو اور اس کا عرض ۲۲ گز ۸ انچ ہو تو ۸ پائی آنہ فی گز کے

حساب اس کی فرش میں کیا لاگت لگیگی

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۴۶ فٹ طول میں اور ۸۴ فٹ عرض میں ہی اور اوس میں چار

قائم الزاویہ قطعی گھاٹس بنے ہوئے ہیں اور ہر ایک قطعہ ۲۲ پائی فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہے

تو تباؤ باقی زمین کی فرش میں ۸ پائی آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۸۵ گز طول میں اور ۴۵ گز عرض میں ہو اور اس کی

اندر چاروں طرف یکساں عرض کی ٹرک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہو تو ۲۴ پائی مربع گز کی حساب

اوس ٹرک درست کرانے میں کیا لاگت لگیگی

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جس کے فرش بنانی میں ۹۳ پائی فی مربع گز کی حساب ۳۸ روپیہ ۲۸ پائی

صرف ہوئی تو تباؤ اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے

(۱۰۰) ۲ پائی گز کی حساب ایک مربع باغ کی گرو مینڈ بنوائی میں ۲۷ روپیہ ۳۸ پائی صرف

تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو

(۱۰۱) ایک مربع کہیت کا لگان ۳۳ روپیہ اسی اور لگان کی شرج ۳ روپیہ ۹ پائی فی پائی ہے

اگر اس کہیت کی گود چھاؤ ہی کہیں اور اوس میں ۹ پائی گز صرف ہو تو تباؤ کل لاگت کیا لگیگی

جن کمروں کی طول اور عرض تفصیل ذیل ہوں تو تباؤ اوکی فرش کی داگت کتنی گز کرے گی

- (۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا اگر عرض
(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ کپڑا اگر عرض کا
(۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲۰ انچ عرض کا
(۱۰۵) ۱۰ فیٹ ۳ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۲۰ انچ عرض کا
(۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۱۶ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
(۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۱۶ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
کمروں کا طول اور عرض اور کپڑی کے قیمت معلوم ہو اور کچھ فرش کے قیمت بچ کر مشائیں دریا
(۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۱۲ انچ سے ۱۶ فیٹ ۱۲ انچ قیمت کپڑی کی ۱۶ بائی مبیع فٹ
(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ قیمت کی قیمت ۱۳ ۱۶ بائی مبیع گز
(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑی کی قیمت ۱۲ ۱۶ بائی مبیع گز
فرش کی قیمت ان کمروں میں دریا کر طول عرض کمروں کا اور عرض اور قیمت کپڑی معلوم
(۱۱۱) ۳۴ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ۱۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑی کی قیمت ۱۲ ۱۶ بائی گز
(۱۱۲) ۱۸ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑی کی قیمت ۱۲ ۱۶ بائی گز
(۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۵ انچ کپڑی کا عرض اگر ۱۸ انچ اور کپڑی کی قیمت ۱۶ گز
(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ کپڑی کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑی کی قیمت ۱۲ گز
(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۵ انچ کپڑی کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑی کی قیمت ۱۲ گز
(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۱۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ کپڑی کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑی کی قیمت ۱۲ ۱۶ بائی
(۱۱۷) ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ ۱۶ انچ ۱۲ ۱۶ بائی قیمت
(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لمبی فرش میں ۵ مبیع گز کا فرش ۱۰ روپیہ ۱۰ کا خرچ ہو تو باؤ کپڑا کا عرض کا
(۱۱۹) ایک کمرے کے وسط میں ۱۲ فیٹ ۱۶ انچ چوڑا اور ۱۶ فیٹ ۱۶ انچ لمبا فرش کیا ہوا ہو تو
تاؤ بیہ کتنا فرش ہو اور ۲۰ انچ عرض کا کپڑا ۱۶ ۱۶ بائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا وہیں جرن

اور اگر فرش کی کناری اور دیواروں کی درمیان سب جگہ $\frac{1}{2}$ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بناؤ کتنی جگہ فرش سی خالی رہیگی

(۱۲۰) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ لمبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو اوسکی دیواروں میں ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا

(۱۲۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لمبا ۱۵ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ہے اور کاغذ لون گز عرض کا تو بناؤ اوسکی دیواروں میں کتنا کاغذ صرف ہوگا

(۱۲۲) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ لمبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو دیواروں پر کاغذ کا صرف ۴ بانی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۱۲۳) ایک کمرہ ۴ گز ۱۱ انچ لمبا اور ۴ گز ۱۴ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلندی اور ایک فٹ چوڑا کاغذ اور ۴ پائی گز کا کاغذی تو بناؤ اوس کمرہ میں کاغذ منٹہنی میں کیا صرف ہوگا

(۱۲۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لمبا ۱۵ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ بلندی ایک مربع گز کی سفیدی پرانی میں کیا صرف ہوتی ہیں اور ایک ٹش دان ۴ فٹ ۱۴ انچ طول میں اور ۳ فیٹ عرض میں ہے اور ایک دروازہ

۵ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض میں ہے اور دروازہ کی ان ۴ پائی ۵ فیٹ میں تو بناؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے میں کیا صرف ہوگا

بارہویں فصل متوازی الاضلاع

(۱۲۵) دفعہ ۲۸ میں ہم ثابت کیا ہے کہ متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ ہوتی ہے جس کا قاعدہ اور ارتفاع

(۱۲۶) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا

(۱۲۷) مثالیں

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہے

$$۳ \times ۵ = ۱۵ \text{ پس رقبہ } ۱۵ \text{ مربع فیٹ ہے}$$

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۱۵ انچ = ۳۵ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

$۳۵ \times ۲۷ = ۹۴۵$ بس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۱۵ انچ = ۳۳ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۲ فیٹ

$۳۳ \times ۲۲ = ۷۲۶$ بس رقبہ ۸۱۶ مربع فیٹ ہے

(۱۴۴) اگر ہم کو متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو متساوی ارتفاع اور قاعدہ میں سے ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ ۱۳۴ کی معلوم ہو سکتا ہے

(۱۴۵) اب ہم بعض مثالیں مشق کی واسطی حل کرتے ہیں

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہو اور اس کا ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۸۰}{۱۵} = ۱۲$ بس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے

(۲) ایک متوازی الاضلاع کی متصل کے ضلع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ اس طرح

رقبہ سے دو تہائی ہو چکا مجموعہ ضلع برابر متوازی الاضلاع کی مجموعہ کی ہو اور اس کا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ ضلع ۳۲ + ۱۶ = ۴۸ فیٹ یعنی ہر ایک ضلع معلوم ہو گا اور اس مربع کا

ضلع جبکہ مجموعہ ضلع متوازی الاضلاع کی مجموعہ ضلع کی برابر ۱۲ فیٹ ہو گا اور اس کا رقبہ ۳۲۴ مربع

فیٹ ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۶۲ مربع فٹ کی ۲۴ یعنی ۹۶ مربع فٹ کی برابر ہو گا اگر ہم

اس ضلع کو جوہ فیٹ طول میں ہے قاعدہ بنائیں تو ارتفاع $\frac{۹۶}{۱۲}$ یعنی ۸ فیٹ ہو گا اور ۱۶

فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنائیں تو $\frac{۹۶}{۱۶}$ یعنی ۶ فیٹ ارتفاع ہو گا

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۱۸ فیٹ ہو اور اس کا ایک قطر ہی ۱۸ فیٹ ہو اور اس کا رقبہ دریافت کرو

اس قطر کے کونجی سے معین دو مثلث متساوی الاضلاع میں تقسیم ہو گیا اور ہر چوتھہ ہوا

ہر ایک مثلث کا ارتفاع $۱۸ \times \frac{۱}{۲} = ۹$ فیٹ ہو اور ہر ارتفاع برابر معین ارتفاع کی ہی ہے

پس معین کا رقبہ مربع فٹوں میں $۱۸ \times ۱۸ \times \frac{۱}{۲} = ۱۶۲$ یعنی ۱۶۲ مربع فٹ کی برابر تقریباً ہو گا

بارہویں فصل کی مثالین

متوازی الاضلاع کی ربعی دریافت کرو انکی قاعدی اور ارتفاع بہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۵ گز فیٹ ارتفاع ۱۱ گز افٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز فیٹ ۲۰ فیٹ ارتفاع ۱۳ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۱۲ جرب ۱۶ کڑی ہے ارتفاع ۹ جرب ۸ کڑی

متوازی الاضلاع کی ربعی اور قاعدی تفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فٹ قاعدہ ۱۵ گز

(۶) رقبہ ۳ $\frac{1}{2}$ انچ قاعدہ ۲۴۲ گز

(۷) رقبہ ۹۳ مربع فٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۵ انچ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۳ مربع فٹ ۳۳ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱۱ انچ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۱۶ انچ ہو اور اس کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے

قاعدہ کی متصل ضلع ۳ فیٹ ہو تو مقابل کے ضلع کی نقطہ سی عمود قاعدہ پر نکالیں اور کا طول دریافت کرو

(۱۰) متوازی الاضلاع کی متصل کے ضلع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اس کا رقبہ نصف اوس کے ہے

جس کا مجموعہ ضلع برابر متوازی الاضلاع کی مجموعہ ضلع کی ہو تو مقابل کے ضلع کے درمیان ضلع عمود کو دریا کرو

(۱۱) معین کا ہر یک ضلع ۲۴ فیٹ ہو اور اس کا قطر ۲۴ فیٹ ہو اور اس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر یک ضلع ۳۲ فیٹ ہو اور ہر یک اویہ کلان دو چند کرنا ویہ خورد ہو اور رقبہ دریافت کرو

تیرہویں فصل مثلث کی بیان ہین

(۱۳) دفعہ ۲۴ مین ہم نے ثابت کیا ہے کہ اوس قائم الزاویہ مثلث نصف ہوتا جس کا قاعدہ اور

ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کے دلیل ہے

(۱۴) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا
 یہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ میں ضرب دین
 یا قاعدہ اور ارتفاع کی حاصل ضرب کا نصف لین سب صورتوں میں نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا
 (۱۵۰) مثالیں

(۱) قاعدہ مثلث کا سگزا اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہے

سگزا = ۴ فٹ ۶ انچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ

$$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2 \text{ اور } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

پس مثلث کا رقبہ $\frac{1}{2}$ مربع فٹ ہے

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۴ فیٹ ہے

۳۴ کا نصف ۱۷ ہے $17 \times 45 = 765$ پس رقبہ ۸۱۰ مربع فٹ ہے

(۱۵۱) اگر ہم کو مثلث کا رقبہ اور اس کی دو مندا دون میں سے ایک متساوی یعنی قاعدہ اور ارتفاع

ایک معلوم ہو تو دوسرا دریا ہو سکتا ہے اسلئے کہ اگر رقبہ کی عدد کو دو چند کریں اور اس کو ارتفاع کی عدد

کریں تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دو چند رقبہ کی عدد کو قاعدہ کی عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کی تین ضلعی معلوم ہیں اس کا رقبہ دریا بنت کرو

قاعدہ تینوں ضلعوں کی نصف مجموعہ میں سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور

اور تینوں باقیوں اور نصف مجموعہ ضلع کو آپس میں ضرب دو حاصل ضرب کا جز مثلث کا رقبہ ہوگا

(۱۵۳) مثالیں

(۱) ایک مثلث کی ضلع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہیں

$$2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ اور } 2 \text{ فٹ } 4 \text{ انچ} = 28 \text{ انچ}$$

$$2 \text{ فٹ } 6 \text{ انچ} = 30 \text{ انچ}$$

$$172 = \frac{1}{2} \times 28 \times 24 = 336 + 28 + 24$$

$$۲۴ - ۲۲ = ۲۴ - ۲۲ = ۲۸ - ۱۲ = ۳۰ - ۱۲$$

$$۱۲ \times ۱۴ \times ۱۶ = ۱۲۸۹۶ \text{ پس } ۱۲۸۹۶ \text{ کا جذر } ۳۳۳ \text{ ہے}$$

پس رقبہ ۳۳۶ مربع انچ ہے

(۲) اضلاع مشک کے ۲۷، ۲۵ و ۲۴ فیٹ ہیں

$$۲۷ + ۲۵ + ۲۴ = ۷۶ \text{ اور } ۷۶ \text{ کا } \frac{1}{4} = ۱۹$$

$$۳۶۵ - ۱۹ = ۳۴۶ \text{ اور } ۳۴۶ - ۱۹ = ۳۲۷ \text{ اور } ۳۲۷ - ۱۹ = ۳۰۸$$

$$۳۰۸ \times ۱۳۵ \times ۱۱۵ = ۳۷۷۳۵۵ \text{ اور}$$

نیک

$$۳۷۷۳۵۵ \text{ کا جذر } ۶۱۴ \text{ ہے۔ یہ لکالین نو ۲۴۹۵۶۴۴ کا جذر ہے}$$

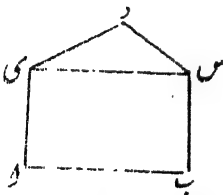
پس رقبہ ۶۱۴، ۶۱۴ مربع فٹ کی قریب قریب ہے

(۵۴) اب ہم بعض مثالیں مشق کی نحو حل کرتے ہیں

(۱) ایک عرصہ کی چھت سلامی کی بنی ہوئی ہے اور اس کا عرض ۲۲ فیٹ ہے اور دیوارین اوکی زمین سے

۳۰ فیٹ بلند ہیں اور چھت کی لنگر کا فاصلہ اولیٰ سی ۱۰ فیٹ ہے تو اس دلمہ کا رقبہ بتلاؤ

یہ شکل مستطیل اور مشک سے مرکب ہے، اب یا جی



عرض ہے اور دیواروں کی بلندی یعنی آبی یا بس

۳۰ فیٹ ہے اور اولیٰ سی چھت کا عمودی فاصلہ

۱۰ عمود ہے جو نقطہ د سی سے پہنچا لاج چھت کی سبب بلند حصہ کو لگ کر چھت کی بلندی ۴۰ لگ کر پڑے

اور مشک سی دس کو سلامی کی چھت کہتے ہیں اور چھت دیوار سے ملنے والی سی او تہی کہتی ہیں

اب یہاں مستطیل آبی سی کا رقبہ ۲۲ x ۳۰ مربع فٹ یعنی ۶۶۰ مربع فیٹ ہیں اور

مشک کا رقبہ ۲۲ x ۵۰ مربع فیٹ یعنی ۱۱۰۰ مربع فیٹ ہے پس کل رقبہ ۱۷۶۰ مربع فیٹ ہے

(۲) مشک متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ایک فٹ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{نصف مربع } ۱۲ = ۱۲ \text{ اور } ۱۲ - ۱ = ۱۱$$

۳۴ رقبہ میں تعداد مربع فٹون کی $\frac{1}{4}$ کا جذر ہے
یعنی ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

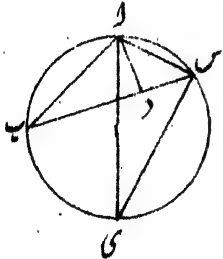
ہم اس نتیجہ کو اس طرح ہی حاصل کر سکتے ہیں کہ دفعہ ۴۵ میں ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع نصف جذر ۳ کا ہے، اس لیے بموجب دفعہ ۱۴۹ کے رقبہ مثلث کا ۳ کی جذر کے ایک چوتھائی ہے پس رقبہ تخمیناً ۴۳۳ مربع فٹ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک ۱۲۴۰۳۳۳ مربع فٹ رقبہ ہوگا

(۳) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہیں جو عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالیں اور اس کا طول دریافت کرو اور وتر کی دھیمی جسے اسی عمود سے ہونے والا کاپیٹل فٹ کرو بموجب دفعہ ۱۴۹ کے مثلث کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے بموجب دفعہ ۵۵ کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہے بموجب دفعہ ۱۵۱ کے عمود $\frac{12}{17}$ فیٹ یعنی $\frac{1}{17}$ فیٹ ہے بموجب دفعہ ۴۰ کی عمود جو دھیمی ہو کر اوپر میں سے ہو چکا ہے

$$۸ \times ۱۵ - ۱۲ \times \frac{12}{17} = ۱۲۰ - \frac{144}{17} = ۱۲۰ - ۸ \frac{۸}{17} = ۱۱۲ \frac{۸}{17} \text{ کا جذر یعنی } ۱۰ \frac{۴}{17}$$

$$\frac{۲۰۹۹}{۲۸۹} \text{ کا جذر یعنی } ۲۷ \frac{۱۱}{۲۷} \text{ ہے اس لیے دوسرا حصہ } ۱۴ - ۲۷ \frac{۱۱}{۲۷} \text{ یعنی } ۱۲ \frac{۱۶}{۲۷} \text{ ہے}$$

(۴) مثلث کی اضلاع معلوم ہیں جو دائرہ اور اس مثلث پر بنا یا جا اس کا قطر دریافت کرو جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہیں اور ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہے اور یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ مسائل ہندسہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے



فرض کرو کہ اوپر اس مثلث ہی اور اسی اوپر دائرہ کا قطر ہے جو مثلث اوپر پر بنا یا جاسی اور قاعدہ اوپر پر آد عمود ملاؤ اسی

بموجب دفعہ ۳۳ کے زاویہ اس ہی قائمہ ہی پس اسلی وہ زاویہ اوپر کی برابر ہے اور

بموجب دفعہ ۳۳ کی زاویہ دومی سے برابر ہے زاویہ اب د کے اسی طرح بموجب دفعہ ۳۳ کے
ب اور برابر ہوا زاویہ می اس کے

اسی طرح بموجب دفعہ ۳۳ کے مثلث اب و اور امی اس متشابه میں پس اب کو اد سے
وہ نسبت ہی ہو امی کو ہے اس سے اور اسی طرح اب د اس = اد د امی
پس امی = $\frac{اب \times اس}{اد} = \frac{اب \times اس}{اد}$

پس اسی بہ نتیجہ نکلتا ہے کہ مثلث کی اوپر جو دائرہ بنایا جاوے گا قطر برابر ہوگا اور اس خارج قوس کے
جو تینوں اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کی دو چند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے
مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کی ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہیں تو بموجب دفعہ ۳۳ کے
۳۳۴ مربع انچ رقبہ ہے پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچوں میں

$$\frac{1}{4} \times 32 = \frac{45}{2} = \frac{30 \times 28 \times 26}{334 \times 2} =$$

تیرہویں فصل کی مثالین

مثلثوں کی امتداد بقضیل ذیل معلوم ہیں اور انکی رقبہ دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۸ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ ہے

(۲) قاعدہ ۸ گز افٹ ارتفاع ۵ گز ۲۰ فٹ ہے

(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲۰ فٹ ۶ انچ ارتفاع ۷ گز ۳ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۱۷ اجریب ۵ اکڑ می ارتفاع ۱۲ اجریب ۲۴ کڑ می ہیں

قائم الزاویہ مثلثوں میں امتداد بقضیل ذیل معلوم ہیں انکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۱۲۲ اور ضلع ۲۹ ہے

(۶) وتر ۳۰ اور ضلع ۱۵۲ ہے

قائم الزاویہ مثلثوں میں امتداد بقضیل ذیل معلوم ہیں انکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۱ اور ضلع ۷ ہے

(۸) وتر ۱۳ ضلع ۹ ہے

منشون کے اضلاع یہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۷۵ ۵۵ ۱۱۲ (۱۰)

(۱۱) ۱۵۴ اور ۸۵ ۱۵۴ (۱۲) ۵۰۴ و ۳۶۳ و ۳۶۳

(۱۳) ۶۸ و ۷۵ و ۷۵ (۱۴) ۱۶۴ و ۱۶۵ و ۱۱۱

(۱۵) ۱۴۳ و ۱۱۴ و ۱۰۵ (۱۶) ۸۸۸ و ۸۶۵ و ۴۳

(۱۷) ۸۸۸ و ۸۶۵ و ۴۳ (۱۸) ۳۴۰۵ و ۳۴۰۴ و ۳۵۰۱

(۱۹) ۸۸۸ و ۸۶۵ و ۴۳ (۲۰) ۳۴۰۵ و ۳۴۰۴ و ۳۵۰۱

(۲۱) منشون کی اضلاع یہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی تین مرتبہ کی اشاریہ تک دریافت کرو

(۲۲) ۷۵ و ۷۵ (۲۳) ۱۳ و ۸ و ۱۳

(۲۴) ۱۶ و ۱۴ و ۱۵ (۲۵) ۲۰ و ۳۳ و ۲۳

(۲۶) ۴۳ و ۴۳ و ۴۳ (۲۷) ۴۳ و ۴۳ و ۴۳

(۲۸) منشون کی اضلاع ۱۱ اور ۲۴ و ۳۱ ہیں تو ثابت کرو کہ رقبہ اسکا ۴۴۴ ہے

(۲۹) منشون کی اضلاع ۴۱ و ۴۲ و ۴۳ ہیں ثابت کرو کہ رقبہ ۵۶۷ ہے

(۳۰) منشون کی اضلاع ۷۸ و ۷۵ و ۷۴ ہیں بڑی ضلع کا متوازی ایک خط منشون کو کاٹتا ہوا

کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعوں کو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو رقبہ منشون کی دو حصوں کا مجموعہ

وہ تقسیم ہوتا ہے دریافت کرو

(۳۱) منشون کے اضلاع ۱۱۱ اور ۱۱۷ اور ۱۱۷ ہیں بڑی ضلع کی متوازی دو خط منشون کو کاٹتے

ہوئے کتنی گئی ہیں اور باقی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہیں تو منشون

جو تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) منشون کی اضلاع ۱۳ اور ۱۵ و ۱۵ ہیں مقابل کی زاویہ سے جو ۱۲۰ ڈیگری کی ضلع پر

عمود نکلی گاؤں کو دریافت کرو

(۳۲) مثلث کی ضلع ۵۱، ۵۲ و ۵۳ فیٹ ہیں فیٹ ہیں تو ۵۲ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ پر عمود نکالا جا اسی دریافت کرو اور مثلث جو اس عمود پر دو حصوں میں تقسیم ہو اور قریب دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہے اور اس کے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کی دونوں انجائون پر ۴۰ فیٹ اور ۸ فیٹ کے فاصلہ پر لیا گیا ہے تو ان چاروں مثلثوں کا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کی کونوں میں ملانے سے پیدا ہوں

(۳۴) آدھ بس ایک مثلث ہے اور آدھ عمود نقطہ آدھ بس پر نکلا ہے اگر آدھ = ۱۳ فیٹ اور عمود جو نقطہ سے آدھ اور اس پر نکالیں ۵ فیٹ اور ۱۰۵ فیٹ ہوں تو مثلث کے ضلع اور قریب دریافت کرو

(۳۵) ایک ترکون کہیت کا قاعدہ ۱۱۶۶ کڑی ہے اور ارتفاع ۳۸ کڑی ہے اور وہ کہیت ۲۲ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکڑ کیا قیمت کہیت کی ہے

(۳۶) ایک مثلثی کہیت کی ضلع ۳۵۰ اور ۱۲۴ اور ۵۰ کڑی ہیں اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کہیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکڑ کیا قیمت کہیت کی ہے

(۳۷) ایک مثلث کی ضلع ۵۰، ۶۰ و ۷۰ فیٹ ہیں اس کا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو

(۳۸) ایک کہیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اس کی ضلع جو زاویہ قائمہ کی محیط میں ۱۰۰ کڑی اور ۲۰۰ کڑی ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو۔ اور اگر زاویہ قائمہ پر عمود مقابل کے ضلع پر

نکال کر مثلث کو دو حصوں میں تقسیم کریں تو رقبہ ہر ایک مثلث کا دریافت کرو

(۳۹) ایک مثلث کی ضلع میں وہ نسبت ہے جو اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ میں اور مجموعہ ضلع ۵۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو

(۴۰) ضلع مثلث میں وہ نسبت ہیں جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ میں اور مجموعہ ضلع ۶۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو

(۴۱) ۱۰ روپائی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گہ کی جہت کی دریافت کرو اور چھپتا

سلاخی کی بنی ہوئی ہواؤ کا عرض ۲۶ فیٹ ہواؤ زمین سی ۳۳ فیٹ بلند اولتی ہے
اور چہت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فیٹ ہے

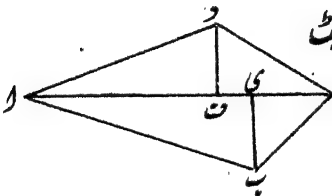
قطر اون دائروں کی دریافت کرو جو ان مثلثوں پر بنائی جائیں جنکی ضلعی تفصیل ذیل ہیں
(۲۲) ۶۸ و ۲۸۵ و ۲۴۳

(۲۳) ۴۹ و ۱۲۵ و ۱۳۴

(۲۴) ۴۹ و ۱۲۶ و ۱۲۳

(۲۵) ۱۴۱ و ۲۲۴ و ۲۴۶

چودھویں فصل ذواریعہ الاضلاع کی سیانہیں
(۱۵۵) دتر کینچری ہر ذواریعہ الاضلاع دو مثلثوں میں تقسیم ہو سکتی ہی اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت
ہو سکتا ہے اسکی ان دونو مثلثوں کی رقبوں کا مجموعہ ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ہوگا
(۱۵۶) مثالین



(۱) ذواریعہ الاضلاع اس د کا وتر اس ۱۲ فیٹ

ہر اور عمود ب سی ۳ فیٹ اور عمود د ق ۴ فیٹ ہر

$$\text{رقبہ مثلث اس ب} = ۱۸ = ۳ \times ۱۲ \times \frac{۱}{۲}$$

$$\text{رقبہ مثلث اس د} = ۲۴ = ۴ \times ۱۲ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۴۲ = ۲۴ + ۱۸$$

پس ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہے

(۳) ذواریعہ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہی اور عمود مقابل کے ضلعو تر نیز کالی گئی ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہیں
رقبہ دیا

$$۱۱۰۰ = ۲۵ \times ۸۸ \times \frac{۱}{۲} \text{ اور } ۱۳۲۰ = ۳۰ \times ۸۸ \times \frac{۱}{۲}$$

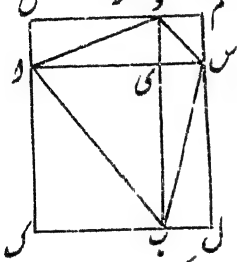
$$۲۴۲۰ = ۱۱۰۰ + ۱۳۲۰$$

پس ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہے یعنی نصف ایکڑ

(۱۵۶) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں اور اسی قبیل کی اور مثالوں میں ظاہر ہے کہ بجائی اسکی کہ رقبہ کا جدا جدا حساب کیا جائے ہم اس قاعدہ کو کام میں لاسکتے ہیں کہ عمودوں کی مجموعہ کو وتر میں ضرب دیں اور حاصل ضرب کا نصف لی لیں

دفعہ ۱۵۶ کے اول مثال میں عمودوں کا مجموعہ فیٹ ہے اسلئے رقبہ مربع فیٹوں میں $\frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$ اور دوسری مثال میں عمودوں کا مجموعہ ۵۵ گز ہے اور ہر ایک رقبہ $\frac{1}{2} \times 88 \times 55 = 2390$

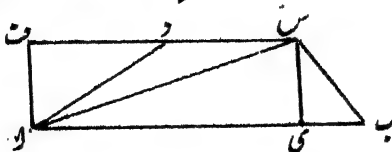
(۱۵۸) خاص صورتوں میں جن میں وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں رقبہ دریا کرینکا قاعدہ کہ وتروں کی حاصل ضرب کا نصف لی ہو شکل کہنچنی سے ہم قاعدہ بدیہ معلوم ہوتا ہے فرض کرو کہ اب اس دوار ربع الاضلاع جسکی وتر اس اور ب ایک دوسرے کو



قائمہ زاویوں پر قطع کرتے ہیں اور یہی نقطہ تقاطع ہے نقطہ آ اور س سے با د کے متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د سے اس کے متوازی خطوط مستقیم نکالو

اب قائمہ الزاویہ ک ل م ن بن گئی۔ یہ بات آسانی سے سمجھ میں آتی ہے کہ مثلث ل ای ب برابر ہے مثلث ب ک د کے اور مثلث س ی د برابر ہے مثلث د م س کے اور مثلث ب ی س برابر ہے مثلث س ب ل کے اور مثلث د ی د برابر ہے مثلث ل ن د کی یہ دوار ربع الاضلاع اب اس وقائمہ الزاویہ ک ل م ن نصف ہے اور ہر ایک دوار ربع الاضلاع اس اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتی ہیں اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا معین سے متعلق ہو سکتا ہے (۱۶۰) اکثر دوزلفہ کی رقبہ دریافت کرنی کیواسلئے خاص قاعدہ کا بیان کیا کرتے ہیں



فرض کرو کہ اب اس دوار ربع الاضلاع جسکی ضلعے اب اور س د متوازی ہیں نقطہ س سے

س سی عمود اب پر اور سی اف عمود س د پر لگا لو تو

رقبہ مثلث اب س = $\frac{1}{2}$ اب \times سی

رقبہ مثلث ا د س = $\frac{1}{2}$ س \times اف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہیں کہ اف = سی اس واسطے ذواریعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہے
حاصل ضرب س سی اور نصف مجموعہ اب اور س د کے واسطے قاعدہ ذیل اسی متبسط ہوتا ہے
(۱۶۱) رقبہ ذوزلقہ کا دریافت کرو

قاعدہ دو تو متوازی ضلعوں کی درمیان جو عمود فاصلہ ہو اس کو دو تو متوازی ضلع کے مجموعہ پر ضرب
حاصل ضرب ذوزلقہ کا رقبہ ہوگا

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزلقہ کی متوازی ضلعی ۲ فیٹ ۱۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ اور اونکی درمیان عمود فاصلہ ۱۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۱۶ انچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ

۱ فیٹ ۸ انچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ \times $\frac{3}{4}$ فیٹ = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ = $\frac{5}{4}$

$\frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$ = $\frac{35}{4}$ = $\frac{165}{4}$

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۱۸ \times $\frac{165}{4}$ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوزلقہ کی متوازی ضلعی ۳۲ س ۴ فیٹ اور ۴۸ س ۵ فیٹ ہیں اور فاصلہ عمودی اونکی
درمیان ۱۸ س ۲ فیٹ ہے

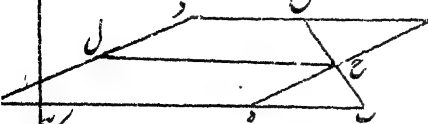
۳۲ س ۴ = $\frac{1}{4}$ اور ۴۸ س ۵ = $\frac{5}{8}$

۱۰۶۴۸۲ = $۱۸ \times ۲ \times ۱۸$

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۱۰۶۴۸۲ مربع فیٹ ہے

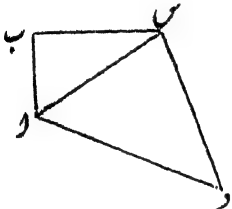
(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزلقہ کے رقبہ دریافت کرنے کا بہایت سیدھا سادہ دفعہ ۱۴ میں کیا ہے
مگر ایک اور عمل دیکھو اور عمدہ ہے اس کا بھی ذکر کرتے ہیں

فرض کرو کہ ابس د ذواریعۃ الاضلاع جو کسی اضلاع دس اور اب متوازی ہیں ابس کی نقطہ
وسط سطح سے خط مستقیم ج کی متوازی آؤ گا نکالو کہ
جو اضلاع متوازیہ نقطہ کی اورہ پر سے



نوشئت ب ج ہ اور س ج کی برابر ہیں اسلی ذوزلفہ ابس برابر متوازی الاضلاع وہ ک د کہ
اور چونکہ ہ اب برابر ہیں س کی ای ثابت ہوتا ہے کہ وہ نصف مجموعہ اب اور س کا ہے
بس ذوزلفہ برابر متوازی الاضلاع کے ہے جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ سے
ہے اور اسکا ارتفاع برابر اونچی درمیانی عمودی فاصلہ کی ہے اسی قاعدہ دفعہ ۱۱ کا ثابت ہوتا ہے
نقطہ ج سے ایک خط مستقیم متوازی ابس کا آؤ سر نقطہ ل پر ملتا ہوا کہ جو نقطہ آؤ گا نقطہ وسط آؤ گا
اور ل ج = آہ بس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہے

جو باقی اضلاع کے نقاط وسط میں ملائیں



(۱۱۴) اب ہم چند مثالیں مشق کی سطح حل کرتی ہیں

(۱) ابس د ذواریعۃ الاضلاع ہے

اب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۴ فیٹ اور د ل = ۶ فیٹ

اور زاویہ ابس قائمہ ہے ذواریعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۵ کے اس برابر ہے ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کی جذر کے پس اس = ۵

مثلت ابس کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

مثلت اس د کا رقبہ موائف دفعہ ۵ کی سطح حاصل ہوتا ہے

$2 = 6 + 4 + 5 = 15$ اور $17 = 5 - 4$ اور $13 = 4 - 9$ اور $2 = 6 - 9$

$214 = 2 \times 3 \times 4 \times 9$

۲۱۴ کا جذر پورا نہیں نکل سکتا اگر تین مرتبہ عشر کے جذر میں لگائیں تو ہم کو ۱۴۴ حاصل ہوگا

پس دو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۵۴۹ مربع فیٹ ہے
(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو اور اس کی ضلع کا طول بھی
اور ارتفاع بھی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times 80 \times 60 = 2400$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہے
معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتی ہیں پس ضلع کی طول دریافت کرنی کیوں
اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جس کے ضلع ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہیں دریافت کرو جو حبث فرعہ کا
وتر ۲۵۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہے پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا
 $\frac{1}{2} \times 2400 = 1200$ پس معین کا ارتفاع ۲۸ فیٹ ہوا

چودھویں فصل کی مثالین

دو اربعۃ الاضلاع کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونہی رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۵۰، ۵۰ فیٹ عمود ۱۲، ۱۰ اور ۸ فیٹ

(۲) وتر ۴۴ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۵ انچ اور ۱۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۳۸ جریب ۴۸ کڑی عمود ۴ جریب ۲۴ کڑی اور ۸ جریب ۴ کڑی

(۴) وتر ۳۸ جریب ۴۸ کڑی عمود ۲ جریب ۵ کڑی اور ۸ جریب ۵ کڑی

(۵) وتر ۱۸ اگر ۲ فیٹ مجموعہ عمودوں کا ۱۴ اگر ۱۴

(۶) دو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۳ ایکڑ ۴ روڈ ۴ پاول اور ایک وتر ۲۵ جریب ۱۸ عمودوں کا

مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویوں سے وتر بنکالین

اشکال ذوزنقہ کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی اضلاع ۳ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہیں عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ اگر ۲۰ اور ۲۰ اگر ۲۰ ہیں عمودی فاصلہ ۱۲ اگر

- (۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۴۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۴۰ کڑے
- (۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۱۲۲۵ کڑی اور عمودی فاصلہ ۲۴۰ کڑے
- (۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰ کڑی اور ۱۲۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۲۵۰ کڑی
- (۱۳) ایک ذوزنقہ کا رقبہ $\frac{1}{2}$ ایکڑ ہے مجموعہ اضلاع متوازیہ ۲۲۲ کڑی اور انکی درمیان کا عمودی فاصلہ ۲۲۲ کڑے
- (۱۴) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۱ پل ہے اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۶ کڑے ہے فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو
- (۱۵) مثال میں ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط میں کھنچا ہو تو ذوزنقہ جن دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۶) ۴ مثال میں دو خطوط مستقیم متوازی اضلاع متوازیہ کی سطح کھنچی گئی ہیں باقی اضلاع کو تین حصوں میں تقسیم کرتے ہیں ان خطوطی ذوزنقہ جن تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۷) ذواربغہ الاضلاع کی وتر ۲۴ فیٹ اور ۲۲ فیٹ ہیں اور ایک دوسری کوزاویہ قائمہ قطع کرتے ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۸) ایک معین کے وتر ۸۸ گز اور ۱۱۰ گز ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۹) ایک معین کے قطر ۴۴ گز اور ۳۶ گز ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴۲ فیٹ گز مربع کی حساب اوکے فرش بچانی میں کیا صرف ہوگا
- (۲۰) رقبہ ایک معین کا ۵۲۰۰۴ مربع فیٹ ہے اور ایک وتر ۲۴۸ فیٹ ہے دوسرا وتر دریافت کرو
- (۲۱) اب س ذواربغہ الاضلاع میں اب = ۲۸ فیٹ اور ب س = ۲۵ فیٹ س د = ۵۱ فیٹ اور د ا = ۵۲ فیٹ اور و تر ا س = ۵۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو
- (۲۲) اب س ذواربغہ الاضلاع ہے اب = ۳۸ جریب اور ب س = ۲۰ جریب قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو
- (۲۳) ذواربغہ الاضلاع کی اضلاع بالترتیب ۲۴، ۳۶، ۳۶، ۲۵ فیٹ ہیں اور اعلیٰ و ضلع

در میان زاویہ قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذواربجۃ الاضلاع کی اضلاع بالترتیب ۵ و ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہیں اور ذوالضلاع کے درمیان زاویہ ۹۰ کا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چوبترہ کی دو مقابل کی ضلعے متوازی ہیں اور دو ضلعے برابر ہیں اور متوازی سے اضلاع ۱۰ اور ۵ فیٹ ہیں اور سامی ضلعوں میں ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب اس ذواربجۃ الاضلاع ہر اب = ۸ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ س د = ۱۰ فیٹ

اس ذکا متوازی اب ہے اور زاویہ آبر قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اب اس ذواربجۃ الاضلاع کی اضلاع اب اور د س متوازی ہیں اب = ۴ فیٹ

اور س د = ۱۲ فیٹ اور اب اور د س کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ ہے اب میں نقطہ

جی ایسا ہے کہ اسی برابر اب اور س د کے نصف فرق کی ہر مثلثی ب س کا اور ذواربجۃ الاضلاع

اسی س د کا رقبہ دریافت کرو

(۲۸) ایک معین کے قطر ۸۸ اور ۲۳ فیٹ ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اس کے ایک

ضلع کا طول اور ارتفاع ہی معلوم کرو

(۲۹) معین کا رقبہ ۳۵۴۱۴۷ مربع فیٹ ہے اور ایک قطر ۴۷۲ فیٹ ہے

دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع ہی معلوم کرو

(۳۰) دو متصل کی ضلعی ایک ذواربجۃ الاضلاع کی ۲۲۸ فیٹ اور ۷۰ فیٹ ہیں زاویہ درمیان

۹۰ ہے اور باقی دو اور ضلعے اوسکی آئینہ برابر ہیں اور زاویہ اونکی درمیان ۹۰ کا ہے

تو ثابت کرو کہ رقبہ اس ذواربجۃ الاضلاع کا مربع فٹوں میں

$$۸۰۲۵۶ + ۳۸۱۳۴۹۰۰$$

پندرہویں فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۴۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

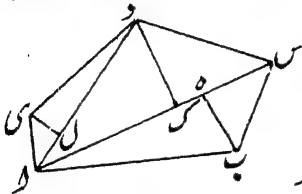
قاعدہ شکل کو ایسی حصوں میں تقسیم کرو جن کا رقبہ دریا کرنا آسان ہو اور ان حصوں کے رقبوں کو جمع کرو تو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا

الاضلاع

اگر کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کی مثلثی

ہو تو ہمیں لیکن بعض صورتوں میں اس میں ایک مربع یا متوازی

یا ذوزنقہ بھی ایک حصہ ہوتا ہے



(۱۴۴) مثالیں

(۱) اب س دی با پچر ضلع کی شکل ہے رقبہ اور
دک عمود اس پر ہیں اور سی عمود اور پچر اور فٹون میں ہمہ طول معلوم ہیں

$$اس = ۱۰۵۴ \quad اد = ۸۵۷$$

$$پہ = ۳۵۸ \quad دک = ۴۵۵ \quad یل = ۳۵۲$$

$$رقبہ مثلث اب س = ۱۰۵۴ \times ۳۵۸ \times \frac{1}{2} = ۱۸۵۹۴$$

$$رقبہ مثلث اس د = ۴۵۵ \times ۱۰۵۴ \times \frac{1}{2} = ۳۳۵۸$$

$$رقبہ مثلث ا ی د = ۳۵۲ \times ۸۵۷ \times \frac{1}{2} = ۱۵۵۹۲$$

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ میں = ۱۸۵۹۴ + ۳۳۵۸ + ۱۵۵۹۲ = ۳۷۵۴۴

(۲) اب س دی ت چر ضلع کی شکل ہے اور ب ک اور سی عمود اور فٹون میں معلوم ہیں اور طول یہ تفصیل ذیل فٹون میں معلوم ہیں

$$بک = ۳ \quad سل = ۴ \quad می = ۴۷۷ \quad فن = ۵۱۷$$

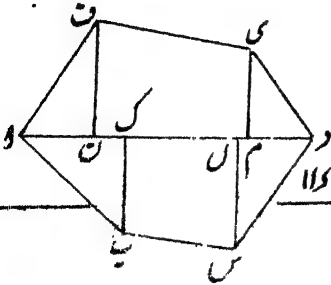
$$اوک = ۳۵۴ \quad اورک ل = ۳۵۲ \quad اورل د = ۴۷۷ \quad اورن = ۳۵۳ \quad اورم ن = ۵۱۷$$

ان طولوں کی معلوم ہونے سے یہہ دریافت ہوتا ہے کہ اد = ۱۰۵۷ اور ام = ۸۵۴

$$معلوم ہوا کہ د = ۱۰۵۷ - ۸۵۴ = ۲۰۳$$

$$رقبہ مثلث اوک ب = ۳ \times ۳۵۴ \times \frac{1}{2} = ۵۳۱$$

$$رقبہ ذوزنقہ پاک ل س = ۳۵۲ \times ۲۰۳ \times \frac{1}{2} = ۱۱۵۲$$



اور سی سر عمود جو اوپر نکالیں وہ ۵ فیٹ ہے رقبہ دریافت کرو
(۲) اب س دی بائیں ضلعے کی شکل ہی بسک اور سل اور سی ام عمود اوپر نکالیں
فٹو نہیں معلوم ہیں $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور
وک = ۲۷ دل = ۳۴ رقبہ دریافت کرو

(۳) اب س دی بائیں چپہ ضلع کی شکل ہو اور بسک اور سل اور سی ام اور فن عمود اوپر
اور نیم طول فٹو نہیں معلوم ہیں $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور $۱۵۳ = ۱۵۳$ اور
فن = ۱۳ اور وک = ۱۳ اور فن = ۱۳ اور دل = ۱۳ اور دم = ۱۳ اور رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل اب س دی بائیں چپہ ضلع کی شکل ہو اور بسک اور سل اور سی ام اور فن عمود اوپر
اور او سکا حصہ ب س سی قائم الزاویہ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو
(۵) اب س دی بائیں ضلعے کی شکل ہے اور زاویہ نقطہ سی بر قائمہ ہے اور سکا حصہ او
معلوم ہیں اب = ۱۱۳ اور بس = ۱۰ اور س = ۱۰ اور دی = ۱۲ اور سی = ۱۰
اور اس = ۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر یک ضلع ۲۰ فیٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو
(۷) دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے اور اس کے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہے اس کا رقبہ دریافت کرو
(۸) ایک کہیت مسدس منتظم کے شکل کا ہے اس کا ہر یک ضلع ۱۰ جری ہے اس کا رقبہ دریافت کرو
(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اس کی اندر چوتھ ضلع کی شکل منتظم بنائی جاے
اس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۲۴ ضلع کی ایک دائرہ کی اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک
فٹ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہویں فصل دائرہ کی بیان میں

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو $\frac{۲۲}{۷}$ میں ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب میں منظور ہو تو
نصف قطر کے مربع کو ۳۵۱۷۱۶ میں ضرب دو

(۱۶۹) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

$$\text{مربع ۵ کا } ۲۵ \text{ ہے اور } ۲۵ \times \frac{۲۲}{۷} = \frac{۵۵۰}{۷} = ۷۸ \frac{۴}{۷}$$

پس دائرہ کا رقبہ ۷۸ $\frac{۴}{۷}$ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور $۹ \times ۳۵۱۷۱۶ = ۳۱۶۵۴۴۴$ پس دائرہ کا رقبہ تقریباً ۳۱۶۵۴۴۴ مربع فٹ ہے

(۱۷۰) نفس الامر میں جو دائرہ کا رقبہ ہوتا، اسی کچھ زیادہ رقبہ دونوں قاعدوں سے

دریافت ہوتا ہے مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی صحت جواب میں منظور ہو تو

عدد ۳۱۵۹۲۶۴ کی زیادہ مراتب غشاریہ کی حسب ضرورت لے لو

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو

قاعدہ رقبہ کو $\frac{۲۲}{۷}$ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لگالو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو

رقبہ کو ۳۵۱۷۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو

(۱۷۲) مثالیں

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ فیٹ مربع ہے

$$۱۰۰ \div \frac{۲۲}{۷} = \frac{۷۰۰}{۲۲} = \frac{۳۵۰}{۱۱} = ۳۱ \frac{۸۱}{۱۱}$$

اور اس کا جذر $۵۵ \frac{۹۲}{۱۱}$ ہے پس دائرہ کا نصف قطر $۵۵ \frac{۹۲}{۱۱}$ فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکڑ ہے

ایک ایکڑ ۴۸۴۰ مربع گز ہے ۴۸۴۰ کو ۳۵۱۷۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت

۱۵۴۰۵۶۱ ہوا اس کا جذر ۳۹۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۲۵۹ گز ہے

۴ فصل
علاوه برین اوزن عده ای که در قبه دریا از کبریا اسفاده کی برابر برین کرده مکنزاده بکار انداخته این چنین است که هر یک از اینها نصف قطر کو محیط بین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۱۵۴۷ زمین ضرب دو

محیط کی مربع کو 12×4 و 3×3 پر تقسیم کرو

یا محیط کے مربع کو ۹۵۸۰۰ زمین ضرب دو

(۱۷۷) جو طر فیقہ ہم فی اس کتاب میں وجوہات قاعدہ کی کھتی کا اختیار کیا ہے اور کسی سطحی دفعہ گذشتہ
جو قاعدہ بیان ہو ہیں اور میں اول قاعدہ نہایت دل چسپ ہے۔ اس قاعدہ سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اگر کسی
او مثلث کی رقبہ کی برابر ہو جائے گا قاعدہ محیط کی برابر ہو اور جس کا ارتفاع نصف قطر کی برابر ہو
اگر ثبوت کامل میں دعویٰ کا کہیں نوہ مبتدئ کی استعداد سے سببی ہو گا مگر اور ان اصول کا ہم ذکر کرتے
ہیں جسے قاعدہ کا مفہوم ذہن میں آجائے

فرض کرو کہ ہم ایک دائرہ میں کثیر الاضلاع ایسی بنائیں جس کی اضلاع کی تعداد حد سے زیادہ ہو تو یہ تین باتیں بدیہی معلوم ہونگی اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کی قوتوں میں تفاوت نہایت کم ہوگا دوم کثیر الاضلاع کی مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ میں بہت کم تفاوت ہوگا سوم جو مرکز جو کثیر الاضلاع کے اضلاع کے نکالیں اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا دائرہ کی مرکز اور کثیر الاضلاع کے کوئی بیضی بنانے کے لئے اس کثیر الاضلاع کے اضلاع کے درمیان میں تقسیم ہو جائیگی اور ان نسبتوں کا رقبہ ملے برابر ہوگا اور اس مثلث کی رقبہ کی جس کا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کی ہو اور ارتفاع برابر اس عمود کی ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اسی ہمارے دعوے کا ثبوت ہونا ظاہر ہو گیا

دائرہ کی اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سے ضلعوں کی کھینچی جائیں انہی نسبت ہم تین باتیں یاد
کریں ہیں انہی تو ضیعہ کیوں بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکھتے ہیں دفعات ۱۴۴ اور ۱۴۶ و کچھ
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو تو عمود و عمود مرکز دائرہ سے کسی ایک ضلع پر نکالیں اور

کس نصف قطر مطلوب ۱۳ انچ کے برابر تقریباً ہوگا
(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی میں دوسری متحدہ مرکز ایسے کہنچو کہ دائرہ چار برابر حصوں
میں تقسیم ہو جائے

یہ مثال درحقیقت ان تین مثالوں کی حل کرنی کی برابر ہی خواہی اور یہ بیان ہو میں دائرہ
اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اسی معلوم ہوا کہ موافق سابق کی عمل کرنے
سے ہر دو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰۰ کا جذر حاصل ہوگا

اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کی درمیان سطحی دائرہ معلوم کے چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگی
اسو سطحی دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہوگی معلوم ہوا کہ موافق سابق کی عمل کرنی سے
دوسرے دائرہ کا رقبہ برابر ۲۰۰ کی جذر کے ہوگا

اسی طرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ کا جذر ہوگا

پس سطحی تینوں دائروں کی نصف قطر انچوں میں ۱۱۰ اور ۱۲۶ اور ۱۴۵
دو مرتبہ کے اعداد تک ہونگے

سولہویں فصل کی مثالیں

دائروں کے نصف قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اور یہی رقبہ فیٹوں میں محیط دائرہ کو ۳۱۴
قطر سے فرض کر کے دریافت کرو

(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۴ گز ۳ فیٹ (۳) ایک فرنگ

ان دائروں کی رقبہ دریافت کرو جسکی نصف قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اور دائرہ میں قطر
۱۷۱۴ و ۳ گز فرض کیا گیا ہے

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۲ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائروں کی قطر دریافت کرو جسکی رقبہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور محیط دائرہ قطر سے
۳۱۴ گز فرض کرو

(۷) ۱۰۰ مربع فٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۱۵ ایکڑ ۳ روڈ ۸ پل

ان دائروں کی قطر دریافت کرو جنکی رقبہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور دائرہ میں قطر کی محیط ۱۴۱۴ ہے
گنا فرض کیا گیا ہے

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۱۴ ایکڑ ۲ روڈ ۱۱ پل (۱۲) ایک مربع میل

سب ایسے مثالوں میں محیط قطر ۱۴۱۴ گنا فرض کیا گیا ہے بشرطیکہ
کہ زمین کنایتہ یا صراحتہً او سکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہے اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر
۱۴ فیٹ ہے اس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ گز ۲ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر
۸ گز ۲ فیٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک دائرہ ۱۵۰۰ فیٹ نصف قطر کا بالکل دوسری دائرہ کی اندر واقع ہے اور زمین دوسری
دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ فیٹ ہے دائرہ کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۲۰۰ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے نیز حلقہ کا نصف قطر ۱۲۰۰
(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد ۱۸۰۰ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے اندرونی حد کا

نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چوتھائی رقبہ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا محیط ۷۰۰ فیٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکڑ ہے اس کا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس سطح کی رقبہ کی برابر ہے جو ۲۰۰ فیٹ ۲۵۴ فیٹ ہے
دائرہ کا محیط دریافت کرو

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر فیٹ ہے دوسرا دائرہ اسی نصف رقبہ پر بنایا گیا ہے اس کا نصف قطر ۱۸ (۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ ہے جس دائرہ کا رقبہ بالچوان حصہ اس دائرہ کا ہوا اس کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہے اس کا نصف قطر افیٹ ہے اور وہ دو متحد المکرات دائروں میں حصوں میں تقسیم ہوا ہے تو بناو دائروں کی کیا نصف قطر کہیں کہ دائرہ تین برابر رقبہ کی حصوں میں تقسیم ہو (۲۶) ایک کمرہ ۵ فیٹ ۳ اینچ لٹیا اور ۱۲ فیٹ ۶ اینچ چوڑا ہے اور اس کی ایک ضلع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۲ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو (۲۷) اگر ۱۵ پونڈ کا داب ہریک اینچ مربع پر ہو تو اس دائرہ پر کیا داب ہوگا جس کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہنڈ ریڈ ویتھ تک وزن دریافت کرو

(۲۸) ایک مدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہے اس کی درست کرائی میں ۲۳ باہمی فی مربع فٹ کی حساب سی کیا صرف ہوگا

(۲۹) ایک گول گہر کا اندرونی قطر ۹۸ فیٹ ۱۲ اینچ ہے اور اٹا دیا کا ۲۲ اینچ ہے تو بناو دیوار کے بنیادین کتنی زمین گہرے ہیں

(۳۰) ایک گول گہر ۱۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے اور اس کی باہر کے کنارہ سے اندر قطر چاروں طرف ۱۰ فیٹ چوڑا جو ترہ بنا ہوا ہے اگر آٹھ فیٹ اس جو ترہ کی بنوائی میں لگا ہو تو کل لاگت کیا لگے گی (۳۱) گہاس کا ایک گول قطعہ ہے اس کا قطر ۴ گز ہے اور اس کی کنارہ سے ایک گز دوری ایک گز چوڑا ہے بحری کی مٹر کی ہوئی ہے تو ۴ فیٹ گز کے حساب سے اس مٹر کی بنوائی میں کیا صرف ہوگا (۳۲) ایک گول باغ کی گرد مٹر کی ہوئی ہے اور اس کا محیط سیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۲۰ فیٹ ہے مٹر کا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اس دائرہ کی رقبہ کی ہو جس کا نصف قطر ۸۰ فیٹ ہو اس کا ضلع دریافت کرو (۳۴) جس دائرہ کا رقبہ برابر اس مربع کی رقبہ کی ہو جس کا ضلع ۸۰ فیٹ ہو اس کا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۶ فیٹ ہو اور اس کے اندر ایک دائرہ بنا لیا گیا ہو جو مربع کی ضلعوں کے درمیان

تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اس کا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۸ فیٹ ہو اور اس کی اوپر ایک دائرہ بنا لیا گیا ہے تو دائرہ اور مربع

درمیان جو سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی ضلع ۱۲ اور ۱۳ فیٹ ہیں اس میں اسرہ کا رقبہ دریافت کرو

جو مثلث کی دتر کو قطر بنا کر کھینچیں

(۳۸) نصف دائرہ کا قہ ۶۴۵ مربع فیٹ ہے تو اس کے کل احاطہ کا طول دریافت کرو

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو اور اس میں ایک مثلث متساوی الضلاع بنا ہوا ہو تو

مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو (قہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی ضلع ۳۰، ۴۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ ہیں اس میں اسرہ کا رقبہ دریافت کرو

جس کا قطر برابر اس مثلث کی دتر کے ہو

(۴۱) مستطیل ۸ فیٹ طول میں اور ۱۵ فیٹ عرض میں ہے تو بتاؤ اس میں اسرہ کا رقبہ کیا ہوگا

محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ ضلع کے ہو

(۴۲) مثلث کی ضلع ۱۳ اور ۱۵ فیٹ ہیں تو اس میں اسرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا

محیط اس مثلث کی مجموعہ ضلع کے برابر ہو

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ ضلع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعویٰ کو

ان مثالوں میں ثابت کرو

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۰ فیٹ ۱۳ فیٹ ہے

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ ضلع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالوں

ان دعویٰ کو ثابت کرو

(۴۵) ضلع مثلث ۹ و ۱۰ و ۱۱ فیٹ

(۴۶) ضلع مثلث کی ۱۱ و ۱۴ و ۱۷ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مثلث کے رقبہ کی ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کی مجموعہ ضلع سے چھوٹا ہوگا ان مثالوں میں اس دعویٰ کو ثابت کرو

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۲ و ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کی مجموعہ ضلع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعویٰ کو ان مثالوں میں ثابت کرو کہ

(۴۹) ضلع مثلث ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہیں

(۵۰) ضلع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہیں

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہی جو مربع او کی اندر بنایا جائے اس کا رقبہ دریافت کرو

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہی جو مربع او کی اندر بنایا جائے اس کا رقبہ دریافت کرو

سترہویں فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۴۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۳۴۰ درجہ کو قطاع کی زاویہ کی درجہ سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کی رقبہ کو ہر قطاع دائرہ کے رقبہ سے



(۱۸) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = $3.14 \times 25 \times 25 = 1943.75$

۳۴۰ : ۸۰ :: ۱۹۴۳.۷۵ : رقبہ مطلوب

$$\frac{1943.75 \times 80}{360} = \frac{1943.75 \times 2}{9} = 433.11 \text{ فیٹ}$$

(۳) داسرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

داسرہ کا رقبہ = $۳۱۴ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۰.۳۰$

۰.۳۰ : ۷۵ :: ۳۱۴ : ۱۲۰۰ : رقبہ مطلوب

$$۹۴۵۲۲۸ = ۳۱۴ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۰.۳۰ = \frac{۳۱۴ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۷۵}{۳۶۰} = ۳۱۴ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۰.۳۰$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۴۵۲۲۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) بہم ایک اور قاعدہ قطاع داسرہ کی رقبہ دریافت کرنی کا ہے کہ قوس نصف قطر میں چمکے اور حاصل ضرب کا نصف کرے

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ ۷۷ کے بیان سے ہوتے ہے

(۱۸۲) مثالین

(۱) داسرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

$\frac{1}{2} \times ۲ \times ۲ = ۲$ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہے

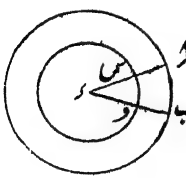
(۲) داسرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۴ انچ ہے اور قطاع کی قوس ۵۰ انچ ہے

$\frac{1}{2} \times ۲ \times ۲ = ۲$ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) فرض کرو کہ ہم کو اوس شکل کا رقبہ درپا کرنا ہے جو دو قطاع داسرہ کی درمیان واقع ہو

اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ وہ اب ایک قطاع ہو اور دوسرا

قطاع ہو پس شکل دیا دس کا رقبہ درپا کرنا منظور ہے



ہر قطاع کی رقبہ کا حساب کی جڑی قطاع کی رقبہ میں چھوٹے قطاع کا رقبہ تقریبی کو

یا اس طرح حساب کرو کہ جن داسروں کی قوسین دیا اور دس دہین

اونچی درمیان کے کل حلقہ کا رقبہ درپا کرنا اور ہر اس تناسب کو سناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ کے

درجوں سے وہ نسبت ہے جو کل حلقہ کے رقبہ کو ہے رقبہ مطلوب ہے

یا اس قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کے مجموعہ کو نصف قطر کے فرق میں ضرب کرو

حاصل ضرب کو نصف کرو

(۱۸۳) مثالین

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور افیٹ ۱۰ فیٹ اور قوسین ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ہیں

بموجب فہمہ ۱۸۱ کے بڑی قطاع کا رقبہ ۴ مربع فٹ مربعون میں $= 4 \times 15 \times \frac{1}{2} = 30$

اور چوٹی قطاع کا رقبہ ۴ مربع فٹ مربعون میں $= 4 \times 10 \times \frac{1}{2} = 20$ پس قبة مطلوب فٹ مربعون

$$۲۵ = ۳۰ - ۲۰ =$$

یا دفعہ گذشتہ کی قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ مجموعہ قوسوں کا = ۱۰ فیٹ اور

نصف قطرون کا فرق = ۵ فیٹ پس قبة مطلوب فٹ مربعون میں $= 5 \times 10 \times \frac{1}{2} = 25$

(۲) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اور زاویہ ۴۵ درجہ ہے دفعہ گذشتہ کے

دوسرے قاعدہ کو استعمال میں لاتے ہیں

بموجب فہمہ ۱۸۱ کی کل حلقہ کا رقبہ مربع فٹ میں $12 \times 12 \times \frac{1}{2} = 72$ یعنی $72 \times 5 \times 8$ پس

$$۳۴۰ : ۷۲ :: ۳۵ : ۳۴۰$$

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں $= \frac{۳۴۰ \times ۳۵}{۷۲} = ۱۶۲۸$

(۱۸۵) دائرہ کا وتر ا ب ہے اور عمود قطر نہیں ہے اور دائرہ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے

کہ ایک نصف قطر دائرہ ہے بڑا ہے اور دوسرا نصف دائرہ ہے چھوٹا ہے ایسی نصف دائرہ کے چھوٹے قطر

رقبہ دریافت کرنی کی لیے قاعدہ بیان کرنا کافی ہوگا

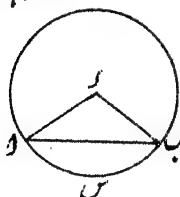
فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ہے و ب قلاب ظاہر ہے کہ قطعہ

و ب س برابر ہے قطاع و د س ب اور مثلث و ب ا کی تفاوت کے

پس اسی قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوپر قطاع کا رقبہ دیا کرو جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور وتر اور نصف



قطر دین ہو جس مثلث بنیاد اس کا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلی رقبہ میں دوسرے رقبہ کو تقریقی کرو
(۱۸۷) مثالین

(۱) نصف قطر دائرہ کا ۱۰ انچ ہی اور زاویہ قطاع کا ۹۰ درجہ ہر قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
رقبہ دائرہ کا مربع انچ میں $= 10 \times 10 \times 1.5708 = 157.08$ مربع انچ
رقبہ قطاع کا مربع انچ میں $= \frac{157.08}{4} = 39.27$ مربع انچ اور مثلث اس صورت میں
متساوی الاضلاع ہو اور مربع دفعہ ۱۵۲ کے اس کا رقبہ مربع انچ میں $5 \times 5 \times 5 \times 1.732 = 229.92$ کا جملہ
یعنی $229.92 + 39.27 = 269.19$ کے قریب
پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ میں

$$269.19 = 269.19 - 52.54 = 216.65$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہو اور زاویہ قطاع قائمہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
دائرہ کا رقبہ مربع فٹ میں $= 4 \times 4 \times 1.5708 = 25.13$

$$\text{اسی طرح قطاع کا رقبہ} = 4 \times 4 \times 1.5708 = 25.13$$

$$\text{پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ میں} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\text{پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹوں میں} = 25.13 + 8 = 33.13$$

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں ہم مثلثوں کا رقبہ دریافت کر سکتے تھے اور ہم انہی
استخراج قطعہ کی رقبہ کا کرتے تھے۔ لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ ہر قطعہ
ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہیں دریافت کر سکتے مگر علم مثلث کے
استعانت سے ہم رقبہ دریافت کر سکتے ہیں

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع کی ایک چوتھائی کو ارتفاع کے مربع کی دو یا پنجویں حصہ بڑا کر دو
اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی میں ضرب دو

بہرہ قاعدہ بالکل درست نہیں ہے، اسی قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا نصف الارمین ہونا چاہیے اور
زیادہ نکلتا ہے لیکن اس میں غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہے بشرطیکہ زاویہ قطاع جو
مطابق اوس قطع کی بنا یا جانہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو غلطی حصہ رقبہ ہر
کم واقع ہوتی ہے اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین

(۱) وتر ۱۲ پنج ارتفاع ۱ پنج ہے

$$\frac{1}{5} = 12 \times 12 \times \frac{1}{5} = 12 \times 12 \times \frac{1}{5} = 12 \times 12 \times \frac{1}{5}$$

$$= 34 + \frac{2}{5} = 34.4 \text{ اور اس کا جذر } 5.83096 \text{ ہے}$$

$$85.0423 = 45.0332 \times 12 \times \frac{1}{5}$$

پس قطعہ کا رقبہ ۸۵.۰۴۲۳ مربع پنج ہے

(۲) وتر ۲۰ پنج اور ارتفاع ۱۵۴ پنج ہے

$$\frac{1}{5} = 20 \times 20 \times \frac{1}{5} = 20 \times 20 \times \frac{1}{5} = 20 \times 20 \times \frac{1}{5}$$

$$105.0391 = 105.0391 \text{ کا جذر } 10.2489$$

$$185.43945 = 105.0391 \times 154 \times \frac{1}{5}$$

پس رقبہ ۱۸۵.۴۳۹۴ مربع پنج ہے

(۱۹۱) اگر قطعہ کے مطابق زاویہ قطاع کا ایسا پڑا ہو کہ وہ ان اس قاعدہ کا برابر و غلطی عظیم سے

خالی نہ ہو تو وہ ان قطعہ کو دو متساویہ قطعوں اور ایک مثلث میں تقسیم کر لو اور پہلے مثلث کا رقبہ

ہیکٹار عده سی دریافت کرو اور دفعہ ۱۸۴ کی موافق چھوٹی چھوٹی قطعات کا رقبہ دریا کرو

دفعہ ۸ کی شکل دیکھو جہیں قطعہ ادب سی مثلث ادب سی اور ان قطعات کو مرکب ہے

جنگل و ترابی اور میاب ہیں

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۲ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
اس مثال کا حل بالکل صحیح نہیں ہو سکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اس کا حل ہو سکتا ہے بموجب دفعہ
۱۲ کی قوس کا طول ۱۲۱.۱۸۹۵۱۴۱ انچ کی قریب ہے اور رقبہ قطاع مربع انچ میں .
$$\frac{1}{2} \times 25 \times 25 \times \frac{1}{180} \times 180 = 121.1895141 \times 180 = 21813.91254$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۲ انچ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابھی ہم نے قطاع کا رقبہ ۱۲۱.۱۸۹۵۱۴۱ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ ۱۵۲ کے ضلع
شکل کی ۲۵ و ۲۵ و ۱۲ انچ دریافت ہو چکی تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کی قریب ہو گا
پس قطعہ کا رقبہ ۱۲۱.۱۸۹۵۱۴۱ مربع انچ ہے دفعہ ۱۸۵ کی قاعدہ کی بموجب ہم قطعہ کے
رقبہ کا حساب اس طرح کرتے ہیں

اول ارتفاع دریافت کرتے ہیں دفعہ ۷ کی شکل میں اس = ۲۵ اور اب = ۱۲
پس ۱۷ = ۲۵ اور دفعہ ۴۰ کی بموجب ہم دریافت کرتے ہیں کہ اس = ۲۲ کیسے دی = ۱
$$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{1}{180} \times 180 = 12 \times 12 \times \frac{1}{180} \times 180 = 144$$

$$144 + 27 = 171$$
 پس اس کا جذر ۱۳.۰۲۸۵۱۳۵ ہے

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{1}{180} \times 180 = 144$$

بموجب اس قاعدہ کی ہم قطعہ کا رقبہ ۱۳۵.۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہیں یہ
پہلے نتیجہ سے کچھ تھوڑا ہے فرق رکھتا ہے

سترہویں فصل مثالین

ان قطاع دوائر کا جنہیں استاد ذیل معلوم ہیں رقبہ دریافت کرو

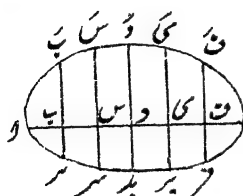
(۱) نصف قطر ۲۴ فٹ زاویہ ۲۵

(۲) نصف قطر ۱۲ فٹ زاویہ ۱۲۰

(۳) نصف قطر ۲۸ فٹ زاویہ ۲۸

- (۴) دو دائری متحد الکر میں جنکی نصف قطر ۱۰ فیٹ ۵ اینٹ ہیں تو جس شکل کی بہم دائری
 اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کی زاویہ پر پائل ہوں محیط ہوں اور سکا رقبہ دریافت کرو
- (۵) دو متحد الکر دائروں کی نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۸ فیٹ ہیں تو جس شکل کے یہ دائری اور
 دو نصف قطر جو ۵۰ درجہ کی زاویہ پر پائل ہوں محیط ہوں اور سکا رقبہ دریافت کرو
- (۶) قطاع کا رقبہ ۵۰ مربع فٹ ہے اور زاویہ قطاع کا ۵۰ نصف قطر دریافت کرو
- (۷) قطاع کا رقبہ ۲۳۰ مربع فٹ ہے اور زاویہ قطاع کا ۴۰ ہے کل مجموعہ ضلع دریافت کرو
- (۸) قطاع کا رقبہ ۴۵ مربع فٹ ہے اور نصف قطر ۸ فیٹ زاویہ دریافت کرو
- (۹) قطاع کا رقبہ ۹۴ مربع فٹ ہے نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے قوس دریافت کرو
- (۱۰) قطاع کا رقبہ ۳۵۴ مربع فٹ ہے اور قوس ۹۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو
- (۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فٹ ہے زاویہ دریافت کرو
- (۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فٹ ہے قوس کو دریافت کرو
- (۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۸ اینچ اور نصف قطر ۱۰۰ اینچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۴) ایک قطاع کا وتر ۶ اینچ ہے اور نصف قطر ۹ اینچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۳۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے دو متوازی وتر جن میں سے ہر ایک باہر نصف قطر کی پہنچی ہیں تو
 وتروں کی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے اور مرکز کی ایک ہی جانب میں دو وتر متوازی ہیں
 گئے ہیں اور ان میں سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰ ہے اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰ ہے
 تو جو منطقہ ان دونوں وتروں کی درمیان ہو اور سکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے مرکز کی مقابل سمون میں دو متوازی وتر ہیں جن کی

جتنی محدود زیادہ لوگی اونہائی نتیجہ زیادہ صحت کی مانند نکلی گا اگر خط منحنی نہایت غیر مستقیم ہو تو یہ



اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہیں چاہیو

(۱۹۸) اگر قریبہ مستقیم قریح اور خط منحنی قریح کے برابر ہوا تو

تو قاعدہ مذکورہ کی کستھال میں لاؤ یہاں تا فرق ہے

کہ محدود اول اور آخر کچھ نہیں ہیں اسلیٰ اذنا کو حساب میں ہی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو

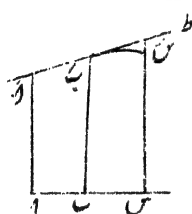
اگر قریبہ منحنی قریح بدلہ احاطہ کیا گیا ہو اور چاروں طرف سی محدود ہو تو بجا محدودین

کے ہم عرض ب برابر سی سرور غیر ما کام میں لائیں

(۱۹۹) اگر محدود سی سمبسن حساب کی قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہیں کر سکتا مگر سانی و اس

سمجھ سکتا ہو کہ قاعدہ ایسی اصل پر مبنی رہی کہ اس کی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہے

جو وہ متصل کے محدودین کی درمیان قریبہ واقع ہو اذنا تمام



ہم قطعہ کہتی ہیں اور قطعہ ۱۴۳ کی شکل کی اول قطعہ

پر بحث کرتے ہیں

فرض کرو کہ خط مستقیم اب لکھنا گیا ہے تو ایک شکل ذوزلقہ

میں جائیگی اور شکل سے ظاہر ہوگا کہ اول قطعہ اس ذوزلقہ سے بڑا ہوگا اور اول قطعہ کا قریبہ بڑا ہوگا اور

اخذتہ مجموعہ او اور ب ب کے حاصل ضرب ہے۔ اس کے اول قطعہ کا دو چند قریبہ بڑا ہوگا اور مجموعہ او اور

ب ب کے حاصل ضرب ہے۔ علم الذہاں اس سے سری قطعہ کا قریبہ بڑا ہوگا اور مجموعہ ب ب اور س س کے مجموعہ

حاصل ضرب ہوگا اور دو چند قریبہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب اب اور مجموعہ او اور

س س اور دو چند ب ب سے ہوا

اب ہر فرض کرو کہ خط ط ط اس نقطہ سے خط منحنی کا لگا لگا گیا ہو اور او اور ب ب خارج ہوگا اس خط

مستقیم سے کہتے ہیں تو دو سر ذوزلقہ پیدا ہوگا اور مجموعہ قطعہ ۱۴۳ کی قریبہ ذوزلقہ کا برابر حاصل ضرب اس

اور دو چند ب ب کے ہے اور یہی شکل سے ظاہر ہوگا کہ مجموعہ اول دو قطعہ کا اس ذوزلقہ سے کہتے

پس جنبہ اول دو قطعات کا کہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو چند ب ج سمی پڑی اسی معلوم ہوا کہ اگر ہم ان دونوں متحون کو تسبیح اشمال کریں تو یہ غلطیاں تسبیح کم و بیش کی ملکہ کسی قدر تسبیح پیدا کرے اور چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریباً برابر حاصل ضرب اب اور دو چوبہ اول اور اس میں اور چوبہ ب ج کے ہوگا

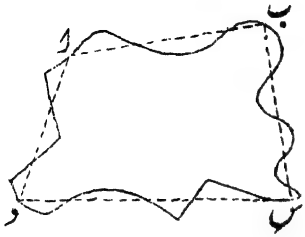
اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل میں دو سر زوج قطعات برابر ہی عمل کرینگے تو سمپن صبا کا قاعدہ برابر اعتبار ہو جائیگا دفعہ ۱۹۴ کی شکلوں پر کو عمل معینہ ہی نہ ہو مگر متشایا اوسکی عمل ہوگا بڑی بات اس عمل میں یہ ہوگی کہ ہم دو متحون کو لائی میں جن میں ایک تسبیح بڑا ہو تا ہو اور دوسرا تسبیح چھوٹا ہو تا ہو یہ چھوٹی بڑی تسبیح ملکہ غلطیوں میں معادلت پیدا کرتے ہیں

(۲۰۰) اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل میں اوج بجائی ہوئی کی ایک خط مستقیم ہو تا تو سمپن صبا کا قاعدہ صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورت میں ایک ذریعہ پیدا ہوتا جس کا رقبہ تسبیحانی ہی طرح معلوم ہو جاتا کہ اوج کو نصف مجموعہ اول اور ج میں ضرب میں اور اگر اوج ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو یہی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوسکی صورت کو بنا کر ان مبادی علم مساحت میں نہیں داخل کرتے

(۲۰۱) یہ بھی ہو سکتا ہے کہ شکل محدود ایک خط منحنی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منتظم ہو اور اوس میں قاعدہ سمپن کا نہ چل سکتا ہو تو اسی لحاظ میں ہم قاعدہ ذیل کی موافق عمل کریں کہ ایک مستقیم الاضلاع کثیر الاضلاع جو بہت قریب شکل کی ہو بنا میں اور یہ سمپن کے قاعدہ کی بموجب اوج حصوں کا رقبہ دریافت کریں جو در میان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کی واقع ہوں اور ان حصوں کے قیون کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے اندر ہوں تو اوسکی رقبہ بڑی زیادہ کروا دو اگر کثیر الاضلاع باہر ہوں تو اوسکی رقبہ تقریباً شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا

(۲۰۲) زمین کی پیمائش میں اکثر رقبہ کی شکلوں کا دریافت کرنا ہوتا ہے کہ جنکی حدود بہت بقیاعہ ہوتی ہیں لیکن خطوط منحنی کہیں چھوٹی چھوٹی خطوط مستقیم ہوتی ہیں اسی موقع پر

عمل مساحت میں ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اسی حدود طرح قائم ہو جانی میں کہ نہایت آسانی سے
بصحت رقبہ دریافت ہو جاتا ہے



فرض کرو کہ ایک کہیت چوکھی شکل اب س دس
سطح مستوی پر بیرونی ہو ایک خط مستقیم آسرت تک
کہنچو تو اسی خط کی اندر کچھ حصہ داخل ہو جائیگی
اور کچھ اسی خارج ہو جائیگے اور اس داخل خارج کو

معادلت پیدا ہوگی اور اس طرح رقبہ باوقبنا تھا و تناسلی ری گایا کچھ متغیر ہوگا تو بہت کم اور اس طرح
خطوط مستقیم بے سر تک اور س دس تک کہنچو تو کمی اور بیشی برابر ہوگی اور
ایک بار ضلع کے شکل مستقیمہ الاصلع برابر اصل شکل کے بنجائیگی جس کا رقبہ آسانی سے درشت ہو جائیگا
اب یہ مساحت کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم سطح کہنچے کہ حتیٰ الا مکان صحت کے ساتھ
حاصل ہو بہ خطوط مستقیم اس طرح خوب آسانی سے کچھ میں کہ کوئی سینگ یا شیشہ کا ٹکڑا جس کے کنارے سینگ
اور او میں آ رہا نظر آتا ہو اس کو حدود غیر منظمہ پر رکھ دین
اور انکھ سے خوب جاچ کر کے دیکھ لیں کہ سطح خطوط مستقیم کہنچیں کہ کنارہ اور حدود میں
حصے دونوں طرف برابر آئیں

(۲۰۳) ایسی رقبوں کی ناپنی کی لمبی جنگی حدود نہایت غیر منظم ہوں ایک اور ترکیب ہے جو
تجربہ پر موقوف ہے اور قابل لکھنے کی ہی وہ ہم لکھتے ہیں
فرض کرو کہ ایک کہیت سطح مستوی پر دفعہ ۲۰۲ کی شکل اب س دس در کہتا ہو موٹا کا غذا اصلی
ایسی لو کہ اس کی ضخامت سب جگہ یکساں ہو اس کو کو کہیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کاٹشی
میں جہین بال برابر ہی فرق نہ ہو تو لو اور جس چیز کی بہ شکل بنائی ہی اس کا ایک مربع اچتر کر
اور اویسی ہی اویسی کاٹشی میں تو لو اب وزنوں کی مناسبت سے ہم کو یہ معلوم ہو جائیگا کہ شکل
اب س دس میں کتنی مربع اینچ ہیں اور یہ جس جگہ کی موافق شکل بنی ہو گئے اور سپر

اونیسویں فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم میں ہم نے اشکال متشابہ کی خاصیتوں کا ذکر کیا ہے اب ہم ان کی رقبوں کے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہیں ایک مقدمہ عظیم اس باب میں بیان کرتے ہیں اور ان کی مختلف مثالوں کی اندر استعمال میں لاتی ہیں

(۲۰۵) اشکال متشابہ کی رقبوں میں وہ نسبت ہوتی ہے جو ان کی اضلاع لظیفہ کی مربعوں میں فرض کرو کہ دو مثلث متشابہ ہیں اور ایک کا ضلع چند دوسری مثلث کی ضلع سے ہی تو بڑی مثلث کا رقبہ چوٹی مثلث کی رقبہ سے وگنا ہوگا عدد ۹ کا مربع ۳ کا ہی اور اس بات کا دیکھ لینا ہی آسان ہے اسی کی کہ جب بڑی مثلث کا قاعدہ چند چوٹی مثلث کی قاعدہ کے ہوا تو مثلث کی متشابہ ہونی کی سبب سے بڑی مثلث کا ارتفاع ہی چوٹی مثلث کے ارتفاع سے چند ہوا

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اور بڑی مثلث کا رقبہ نو گنا چوٹی مثلث کے رقبہ سے ہوا

اسی طرح اگر دو متشابہ مثلثوں میں ایک مثلث کا ضلع بجگنا دوسرے مثلث کی ضلع سے ہو تو بڑی مثلث کا رقبہ بچیس گنا چوٹی مثلث کے رقبہ سے ہوگا

(۲۰۶) دفعہ ۱۵۴ میں ہم نے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اس کا رقبہ ۳۰۱۲۳ مربع فٹ ہے اب فرض کرو کہ ہکو ایسی مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جس کا ضلع ۷ فٹ ہے

مربع ۱۷۱ ہے اور مربع ۷ کا ۴۹ ہے اسی کو ہکو یہ مناسب حاصل ہوگا

$$۴۹ : ۳۰۱۲۳ :: ۷ : \text{رقبہ مطلوب}$$

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں = $۳۰۱۲۳ \times ۷ \div ۴۹ = ۴۲۲۳$

اسی طرح سی عمل اور مثالوں میں ہو سکتا ہے پس اسی بہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنے کا معلوم ہوا کہ طول ضلع کی مربع کو ۲۳۳۰۷۰ میں ضرب دو (۲۴۰) داسری ہی اشکال متساویہ میں اور دائروں کی رقبوں میں یہی نسبت ہوتی ہے جو انکی نصف قطروں کی مربعوں میں دفعہ ۷۸ کو دیکھو قطعاً داسری جنگی زاویہ ۱۰۰ میں برابر ہوتا ہے اشکال متساویہ ہوتی ہیں اور انکی موافق جو قطعات دائرہ ہوں وہ یہی اشکال متساویہ ہوتی ہیں دو متساویہ قطعات کی رقبوں میں وہی نسبت ہوتی ہے جو نصف قطروں کے مربعوں میں اور یہی کیفیت متساویہ قطعات دائرہ کی ہے کہ انکی رقبوں میں یہی نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جیسے کہ نصف قطروں کی مربعوں میں (۲۰۸) فرض کرو کہ ہر نصف قطر ایسی دائرہ کا دریافت کرنا ہو کہ اوپر ۴۰ درجہ کا قطر ہو اور اس کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو

دفعہ ۱۸ کی موافق یہ کو معلوم ہو کہ اگر دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہوتا ہو ۴۰ درجہ کا قطعہ دائرہ کا رقبہ ۴۵.۴ مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہ تناسب حاصل ہو گا کہ

$$45.4 : 20 :: 100 : \text{دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے}$$

$$\text{اس واسطے نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{100 \times 45.4}{45.4} = 220.5$$

$$\text{اس عدد کا جذر} = 14.85$$

پس نصف قطر مطلوب ۱۴.۸۵ انچ ہوا

اب یہ فرض کرو کہ نصف قطر ایسی دائرہ کا دریافت کرنا ہو جس میں ۴۰ کی قطعہ کا رقبہ ۱۸۰ مربع انچ ہو

بموجب دفعہ ۱۸ کے یہ کو یہ تناسب حاصل ہو گا کہ

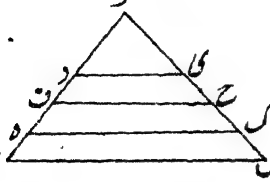
$$180 : 45.4 :: 100 : \text{نصف قطر مطلوب کے مجذور سے}$$

$$\text{پس نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{100 \times 180}{45.4} = 396.5$$

$$\text{اور اس عدد کا جذر} = 19.91$$

پس نصف قطر مطلوب ۴۲.۵۴ فیٹ ہے

(۲۰۴) اربس مشکت ہی اور ارب ۱۰ فیٹ ہو اور مطلوب یہ کہ اربس کو متوازی خطوط



مستقیم کینچر چار پر اجڑ حصوں میں مشکت کو تقسیم کریں

دفعہ ۱۱: اس میں جو سوال حل ہوا، اس کے متماثل مثال ہو

فرض کرو کہ خط مستقیم دسی سب سے زیادہ نزدیک آئے کہ

تو مشکت دوسری کا رقبہ ایک چوتھائی اربس کے رقبہ کا ہوگا اس واسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

۱: ۲ :: ارب کے مجذور: دوسرے مجذور

اس واسطے دوسرے کا مربع = ارب کے مربع کے

$$۱۰۰ \times ۲ = ۲۰۰ \text{ اور } ۲۰۰ \text{ کا جذر } = ۱۴.۱۴$$

پس دوسرے = ۱۴.۱۴ فیٹ

اور اسی طرح اگر فتح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

۱: ۲ :: ارب کے مربع: ارب کے مربع

$$۱۰۰ \times ۲ = ۲۰۰ \text{ اور } ۲۰۰ \text{ کا جذر } = ۱۴.۱۴$$

پس ارب میں تعداد فٹوں کی = ۱۴.۱۴ کے جذر کے = ۱۴.۱۴

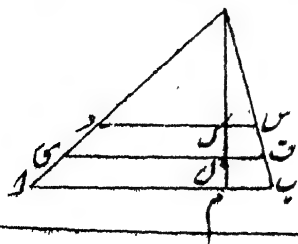
اسی طرح اگر ک بعد اس خط مستقیم کی ہو تو ارب میں فٹوں کی تعداد =

$$۱۴.۱۴ \text{ کے جذر کے } = ۱۴.۱۴$$

(۲۱۰) اربس دو ذوزنقہ ہو اور ضلع متوازی ارب اور دس کے درمیان فاصلہ عمودی

ہے اب مطلوب یہ کہ ارب کے متوازی ایک خط مستقیم کینچر ذوزنقہ کو برابر حصوں

میں تقسیم کریں



ارب اور اربس کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ تہ پر ملین

اور فرض کرو کہ ہی ق خط مستقیم مطلوب ہے

دوم عمود و اب نیز کالوجوی ات سر نقطہ ل بر اور دسی سر ک بر طے
چونکہ حی ق دوزنہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہی تو مثلث دسی ق برابر نصف مجہوئے مثلث
و اب اور دوس کی ہوگا نیز مثلث دوس اور دسی ق اور دوس متشابه ہیں اور انکی فیض
میں ایسی نسبت ہی جیسی کہ دس و دس کے طولوں کے مربعوں میں

اسی معلوم ہوا کہ مربع دس کا برابر نصف مجموعہ مربعات دس اور دس کے ہوا
اب بموجب دفعہ ۷ کے حکمو معلوم ہوا کہ دس = ۱۷۵ اسلئے دس = ۷۵ اور
مربع ۷۵ = ۱۲۰۵۲۵ اور مجذور ۷۵ = ۲۵ پس دس کا مربع = ۷۵ کے $\frac{1}{5}$
= ۳۸۵۲۵ اسلئے دس میں فٹوں کی تعداد = ۳۸۵۲۵ کے جذر کے = ۱۹۸۷۴
اور دس میں تعداد فٹوں کی = ۱۹۸۷۴ - ۷۵ = ۱۹۸۷۴

پس حی ق کا مقام تحقیق ہو گیا

(۲۱۱) اب ہم چند مثالیں مشق کے واسطے لکھتے ہیں

(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمیں ۲۰ فیٹ کی واسطے ایک ایچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بناؤ نقشہ پر
۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جگہ گہیرگی اب ایک ایچ کا پیمانہ ۲۰۰ ایچ کی واسطے ہے
جگہ جب کا دریافت کرنا چاہئے ہے ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۰۰ کی مربع تقسیم کرنی سی حاصل ہوگی

$$\frac{5}{34} = \frac{1}{3 \times 23} = \frac{80}{23 \times 23} = \frac{80 \times 23}{23 \times 23}$$

پس جگہ مطلوب $\frac{5}{34}$ مربع گز کی ہوئی یعنی $\frac{5}{34}$ حصہ مربع فٹ کے یعنی $\frac{1}{17}$ مربع فٹ کے

(۲) اگر نقشہ پر ۱۷ مربع گز کو ایک مربع ایچ تعبیر کرنا ہو تو بناؤ پیمانہ کیا ہوگا

$$۱۷ \text{ مربع گز} = ۱۷۷۲ \times ۹ \times ۱۷ \text{ مربع ایچ اور جذر } ۱۷۷۲ \times ۹ = ۷۲$$

پس اسی معلوم ہوا کہ ۷۲ ایچ کیواسطے ایک ایچ پیمانہ ہے

(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع میں نسبت ۱۷ اور ۵ کی ہی اور اسکا قریبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی

اوسکے اضلاع دریافت کرو

- (۴) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سی دس لکڑ گنا ہو تو بتاؤ کہ اس نقشہ میں کل کے اجڑے قصبہ کے
- (۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع میں ۱۲ اور ۳ کی نسبت ہی اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہی اس کے اضلاع دریافت کرو
- (۸) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ کی ہو اور رقبہ ۲۲۲۷۹ مربع فیٹ ہے اضلاع کو فٹوں میں دریافت کرو
- (۹) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۱۷ اور ۱۵ و ۲۰ کی ہو اور رقبہ ۲۲۲۷۹ مربع فیٹ ہو تو اضلاع کی
- (۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو انہی رقبوں میں نسبت بتلاؤ
- (۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو انہی رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ
- (۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہوں انہی رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ
- (۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو انہی رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ
- (۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا رہے کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو
- (۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ۱۵۰ فیٹ ہو تو بتاؤ جو مسدس منظم اس کا ہو گا اس کا ضلع کیا ہو گا
- (۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر یا درایت کرو کہ اس کی اندر ۹ درجہ کی قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو
- (۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۵۰ فیٹ ہو اب منظریہ ہو کہ اور اضلاع میں کسی ایک ضلع کی خط متوازی کیجئے اس مثلث کو بائیں برابر حصوں میں تقسیم کریں تو بتاؤ اس قطعہ میں کیا فاصلے ہوں گے
- (۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہو انہی مجموعہ اضلاع میں باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے
- (۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۴ اور ۲۰ فیٹ ہوں اور ان کی درمیانی عمود فاصلہ ۵ فیٹ ہو اب منظریہ ہو کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ میں تقسیم کریں

تو متعلقہ متوازیہ میں سے چھوٹی ضلع سے نصف کرنے والی خط کا فاصلہ کیا ہوگا
(۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فیٹ ہو اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کھینچ کر اوپر کی تین برابر چھوٹی
ہیں تو خطوط متوازیہ کے درمیانی فاصلہ عمودی کو دریا کرو

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلع کی شکل منظم کا مجموعہ ضلع ایک ہی تو مجموعہ فہات ۱۹۴ اور
۱۹۷ کے ثابت کرو کہ رقبہ دائرہ کا $\frac{2152}{3114}$ گنا رقبہ کثیر الاضلاع سے ہے

باحصہ چارم محجمات بیشوں فصل حدود

(۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتی ہیں اونکا ایندو بہت کام شیرماہی
اگرچہ یہ بات آسانی کی ہے کہ سطح کو جمع کر کے ایک ہی فصل میں لکھیں لیکن یہ ضرور نہیں کہ
طالب علم اور سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کریں۔ مبتدی کیوں کہ پہلی کانی ہوگا کہ
اول ایک دفعہ ان سطح کو توجہ کیساتھ پڑھ جائے۔ اور پھر چاروں موقع اور ضرورت ہو اور ہر توجہ کرے
(۲۱۳) سطح متوازیہ وہ ہیں جو آئینہ کہیں تک نہیں خواہ کہیں تک خارج کیجا میں مثلاً مکان کے
چھت اور فرش دو سطح متوازیہ ہیں

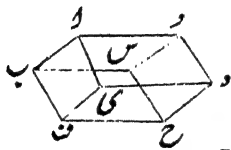
(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہونے یا زاویہ قائمہ بنانا ہے جبکہ ہر خط مستقیم ہر چاروں
سطح میں اوسے ملی زاویہ قائمہ بناتا ہے

یہ علم ہندسہ کا بعینہ حدود ہے مگر طالب علم اسے خواہ غور کری یا نہ کری۔ وہ سطح پر عمود ہونے
مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجھ سکتا ہے کہ سیدی لکڑی کو سیدھا زمین پر کھرا کر کے دیکھ لے کہ
سطح پر کسی خط کی عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہیں

اور سطح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنی کہ طالب علم اس بات کو سمجھ سکتا ہے کہ ایک
سطح پر ایک سطح کی عمود ہونی یا زاویہ قائمہ بنانی کی کیا معنی ہیں وہ مکان کی دیوار میں ہر

کہ وہ فرش اور چہیت دونوں پر عمود ہیں اور کوڑا کو جب چول پر پہنچتے ہیں تو وہ فرش اور چہیت دونوں پر عمود رہتا ہے

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہے جسکو چہیت متوازی الاضلاع میں احاطہ کیا ہوا اور اوٹھین سے دو دو مقابل کی متوازی اور متساوی ہوں شکل میں صورت مجسم متوازی السطوح بنی ہوئی ہو اور اس میں ارب س داوری فتح ہر برابر متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ میں ہیں اور ارب سی اور دس ج ہ برابر



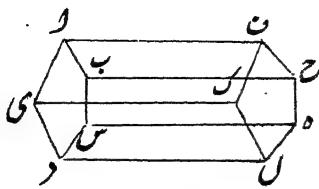
متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ

میں ہیں اور ارب سی اور ب س ج ق

برابر متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ میں ہیں

مجسم متوازی السطوح کی جب چہیتوں سطح احاطہ کرنی والی قائم الزاویہ ہوں تو اسکو مجسم متوازی قائم الزاویہ کہتے ہیں اور اگر وہ قائم الزاویہ نہیں ہوں تو اسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہیں انیسٹ کو دیکھ لو مجسم متوازی السطوح کو سمجھ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہے ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جسکی احاطہ کرنے والے چہیتوں قائم الزاویہ آئین برابر ہوں اسکو مکعب کہتے ہیں اور اسی مضمون کو یوں ہی بیان کرتے ہیں کہ مکعب وہ مجسم ہے جسکو چہیت برابر ملے ہوں نے احاطہ کیا ہو اور اوٹھین سے دو دو مقابل کے سطح متوازیہ میں ہوں (۲۱۶) جن سطح مستویہ اجسام احاطہ ہوتی ہیں انکو اطراف مجسم کہتے ہیں اور ان سطح مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتی ہیں انکو مجسم کی کناری کہتے ہیں اس مجسم متوازی السطوح کے چہیتوں اور بارہ کنارے ہوتے ہیں

(۲۱۷) منشورہ شکل مجسم ہے جسکو اون شکل میں احاطہ کیا ہو کہ جنہیں دو سطحیں جو مقابل ہوں متساویا و متساوی اور متوازی ہوں اور باقی سطح متوازی الاضلاع ہوں سطحیں مقابل کے متساوی اور متوازی ہوں ہوں انکو منشور کہتے ہیں یا منشور کے قاعدہ کہتے ہیں



بہر شکل منشور کو تعبیر کرتی ہے اور اس کی سر

مخمس متساویہ اربس دی اور ق ح کل

ہین اور بہرہ دونو سطح متوازیہ میں ہین

اور اور شکلین مجسمہ کی احاطہ کرنی والی متوازی الاضلاعین

ا ب ح ق اور ب س ح ہین اور ایسی ہی اور شکلین ہین یہی منشور کو منشور خماسی کہتی ہین اور اگر منشور کے سر و بن پر مسدس ہوں تو اسکو منشور سداسی کہینگے اور علم ہذا بقیاس منشور

کو قائم الزاویہ اور حالت میں کہتی ہین کہ متوازی الاضلاعین اس کی احاطہ کرنی والی قائم الزاویہ ہوں اور غیر قائم الزاویہ کہتے ہین جب انکال محیط ایسی نہ ہوں

پس سطح مجسم متوازی سطح ہی منشور میں داخل ہو گیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی سطح اور کعب منشور قائم الزاویہ ٹہر گئے

(۲۱۸) مخروط و مجسم ہر جسکو کسی ایک ستقیمہ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثوں نے احاطہ کیا ہو اور بہرہ مثلث ایک نقطہ پر ملتی ہوں اس نقطہ کو راس مخروط اور اس کی مقابل کے ستقیمہ الاضلاع

کو قاعدہ مخروط کہتے ہین جب تین مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہے اور جب چار مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوالربع الاضلاع ہوتا ہے

مصر کا مینا جو مخروطی شکل کا مشہور پہرہ اسی قسم کا ہے تصاویر اس کی ان شرط اعلیٰ نمونے دی گئی ہوں گلیں کہ ان میں قاعدی اس کی مربع بنی ہوئی ہوتی ہین۔ جب پانچ مثلث راس پر ملتی ہین

مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے اور علم ہذا بقیاس

(۲۱۹) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی بقاعدہ قطع کریں تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اس سطح کے درمیان واقع ہو گا اسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور سطح مجسم ناقص کے سر کے ٹکڑے ہین

اگر ایک مخروط دو حصوں میں ایک سطح سی کہ قاعدہ کی متوازی ہو تو ایک حصہ مخروط ناقص ہو گا اور دوسرا مخروط ہو گا

(۲۰۶) فائزہ مجسمہ کی جسکو بائیں سطح پر احاطہ کیا ہو اور اس کا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور



دوسرے مثلث ہوں اور باقی دو طرفوں میں سے ایک دو ذوزنقہ ہوں

دو ذوزنقہ کا فیصل مشترک کنارہ کا کنارہ کہلاتا ہے اور

قاعدہ کا جو ضلع متوازی کنارہ کا ہو اسکو طول قاعدہ کہتے ہیں

اگر قاعدہ کا طول کنارہ کی برابر ہو تو ذوزنقہ متوازی الاضلاع ہوگی اور قاعدہ منشور غیر قائم الزاویہ ہوگا
اور اگر متوازی الاضلاع میں قائم الزاویہ میں تو قاعدہ منشور مثلث قائم الزاویہ ہوگا

(۲۱۱) مجسمہ ذوزنقہ وہ مجسمہ ہے جسکی سرور پر دو متقبر الاضلاع متوازی ہوں اور ان میں
تعداد اضلاع برابر ہو اور اس کے تمام اطراف ذوزنقہ ہوں

اگر اسے متساویہ شکلین اور ہم وضع ہوں تو مجسمہ



ذوزنقہ مخروط ناقص ہوگا

اگر اسے قائم الزاویہ میں تو مجسمہ ذوزنقہ

فائزہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسمہ ذوزنقہ

اس آخری مجسمہ کا نام ہے

(۲۲۲) کرہ وہ مجسمہ ہے جسکی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو اس

خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہیں

کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کے سطح تک پہنچا جائے

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے پہنچا جائے اور دونوں طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو

کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متقاطع دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز سے گزرتی ہو تو سطح متقاطع

دائرہ عظیمہ پیدا کرے گی کبھی کرہ کو گولہ بھی کہتے ہیں گیند اور نشے کی گولیاں دیکھیں تو

اوی کرہ کی شکل خوب سمجھ میں آتی ہے اور سیسے کی گولیاں اور بہت سی چیزیں ایسی ہیں

اونکو دیکھ کر کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہیں

اگر کرہ ایک سطح پر دو حصوں میں منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہیں اس قطعہ کرہ کا قاعدہ
دائرہ ہوتا ہے جو اس سطح اور کرہ کی قطعاع سے پیدا ہوتا ہے

اگر ایک قاعدہ قطعہ پر قطر عمود ہو تو اس کا حصہ جو قطعہ میں واقع ہوگا اس کو ارتفاع قطعہ کہتے
ہیں منطقہ کرہ وہ حصہ کرہ کا ہے جو دو متوازی سطحوں کی درمیان واقع ہو اور اس سطح متوازیہ
کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہیں

(۲۳۳) کرہ کی ایک اور طرح یہی تعریف کرتے ہیں۔ فرض کرو کہ دب نصف دائرہ ہے
اور اس قطر ہے نصف دائرہ کا غذا باصلی کا کرہ اور اس کو قائم اور ساکن رکھ کر نصف
دائرہ کو اس کے گرد متحرک کرو تو دب اس کے متحرک ہونی سے ایک مجسم



پیدا ہوگا اسی کو کرہ کہتے ہیں

کچھ ضرور نہیں کہ اس ترکیب کرہ کی تعریف کریں کیونکہ اسی طرح اسی
تعریف کر سکتے ہیں اور اسی کرہ کا نفس غریب میں بیٹھا سکتے ہیں مگر اور جہاں جگہ کی تعریف
اسی ترکیب کیجاتی ہے اسی ہم یہ ترکیب ل کرہ میں اختیار کی تاکہ اسی اور محاسبات

کی تعریف سمجھنی میں آسانی ہو

(۲۳۴) اسطوانہ وہ شکل محبسہ کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنی کسی ضلع قائم چکر دینے سے

پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ دب اس دقائم الزاویہ پر اور دب قائم اور ساکن کہا جاوے قائم
الزاویہ اس کے گرد چکر لگائے



و شکل دب س دی چکر دینے سے ایک مجسم پیدا ہوگا جس کو اسطوانہ

مسندیر کہتے ہیں دب کو محور یا ہم اسطوانہ کہتے ہیں

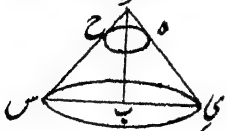
دائری جواد اور دب کی حرکت سے پیدا ہوتی ہیں اون کو اسطوانہ کی سر کہتے ہیں
ہر ایک سری کو قاعدہ اسطوانہ ہی کہہ سکتی ہیں

مانترہ شدہ سرسری قلم خوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سی جو قاعدہ کی متوازی ہو
 قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کی حدود ہوں گی اور یہی ہے ہر ایک اسطوانہ
 اور اس فصل مشترک کو سطح متفصل بھی کہتے ہیں

(۲۲۵) جب کو ہم اسطوانہ کہتے ہیں اور اسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی لفظ قائم سے یہ سمجھا جاتا ہے
 کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہو اور لفظ مستدیر سے یہ سمجھا جاتا ہے کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہے
 اور دور سے وہ پیدا ہوا ہے اور سو اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ بھی
 تحقیقات ریاضیہ میں واقع ہوتی ہیں۔ اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی مخروطی سے ہے جسکے قاعدہ
 کے اضلاع بہت سے ہوں اور ہر ایک ضلع نہایت چھوٹا ہو۔ اسطوانہ مستدیر قائم اس
 مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہے جسکی سری کثیر الاضلاع منظم ہوں مخروط مائل سے
 تصور اسطوانہ مائل کا سمجھ میں آسکتا ہے

آئندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام میں آئے تو اسی مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہو سکتا ہے
 بند یون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھیں
 (۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ سری کی اضلاع
 ساکن رکھ کر مثلث قائم الزاویہ کو اوپر لورچا کر دینی سے پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ آدب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ب اوس میں زاویہ قائمہ ہے
 آدب کو ساکن رکھ کر اوپر مثلث کو چاروں طرف چکر



ایک مجسمہ پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہیں
 لفظہ کو مخروط مستدیر کا اس اور آدب کو اسکا محور اور ہم کہتے ہیں

اور ب س کی حرکت سے چاروں طرف پیدا ہوا ہے اسکو قاعدہ مخروط مستدیر کہتے ہیں
 اس قاعدہ کی محیط تک جو خط مستقیم مثلاً اس کہنچا جائے تو اسکو مخروط مستدیر کا ضلع
 مائل اور کبھی اسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہیں

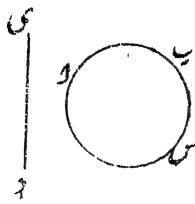
اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کی ہو تو اس سطح اور مخروط
بستدیر کے لقطع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل میں دائرہ h موجود ہے
جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے تو وہ حصہ کہ اس
سطح کی درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہے لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کی درمیان
ہوتا ہے اسکو مخروط مستدیر ناقص کہتی ہیں دفعہ ۲۱۹ دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل
یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متفاضل سے قطع ہوتا ہے اسکی
مثال شکل میں خط h سے موجود ہے

(۲۲۰) مخروط کی ساتھ جو الفاظ ہم نے مستدیر اور قائم کر لگائی ہیں ان کے وجہ یہ ہے
کہ مستدیر تو اس سبب کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہوتا ہے اور قائم اس سبب کہ محور آب زاویہ
قائم قاعدہ پر بناتا ہے سوا مخروط مستدیر قائم کی اور طرح کی ہی مخروطات تحقیقات ریاضیہ میں ہیں
مخروط دو طرح کی ہوتی ہیں ایک میں قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتا ہے دوسرے میں دائرہ ہوتا ہے
اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتی ہیں اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر
ان دونوں میں اسپین ٹری مماثلت ہے جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اسکا قاعدہ کثیر الاضلاع
منتظم ہے اور مثلثی اطراف سب اسپین برابر ہیں وہ مخروط مستدیر قائم کی مشابہ ہے اور جو مخروط
مضلع ایسا ہے کہ اسکا قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع منتظم نہیں ہے اور اسکی مثلثی اطراف برابر ہیں
وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکھتا ہے

جب ہم ترالفظ مخروط کا لکھیں تو اسی ہر قسم کا مخروط مراد ہو سکتے ہیں اگر مستدیر کی لکھیں گے تو ہوگا
کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے

(۲۲۱) حلقہ سے مراد وہ جسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد
جو دائرہ کی سطح میں ہو اور اسکو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا

ہوتا ہو



مثلاً فرض کرو کہ ابس دائرہ ہے
اور دمی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ میں ہے
اور وہ سطح دائرہ کو نہیں کاٹتا ہے
دمی کو ساکن رکھ کر دائرہ ابس کو

دمی کے گرد حرکت دین تو شکل ابس کی حرکت سے ایک مجسم پیدا ہوگا اور اسکو حلقہ کہتے ہیں
(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہتے ہیں۔ طرف مقابل جو عمود قاعدہ پر

لگائیں اسکو ارتفاع مجسم کہتے ہیں

مخروط مضلع اور مسند بیگا ارتفاع وہ عمود ہے جو اس کے قاعدہ پر لگائیں
منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذوزنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے
سرے تک پہنچا جا سکے کہ قاعدہ کہتے ہیں۔ فائدہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کندہ
کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر لگائیں

اکیسویں فصل بیانہ محجمات

(۲۳۰) جس طرح دفعہ ۱۲۹ میں جدول مسطحات کی بیانیوں کی بسط کے ساتھ لکھی ہو اور جس طرح جدول
محجمات کی بیانیوں کی توضیح کے ساتھ لکھی جا سکتی ہے مگر فقط بیان اتنی بات کا دیکھ لینا کافی ہے
۱۷ مکعب ایچ کا ایک مکعب ہوتا ہے
۲۷ مکعب فٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) محجمات اور اوزان کی بیانیوں میں جو ربط اور تعلق ہو اسکا بیان کرتا ہوں ضروری ہے
گرین کا وزن اسی طرح معین کرتی ہیں کہ صاف بانی کی ایک مکعب ایچ کا وزن ۲۵۲۵۳۵۸ گرین ہوتا ہے
ایک پونڈ اور تیر ڈیولوپ میں ۷۰۰۰ گرین ہوتی ہیں۔ ایک مکعب بانی کا وزن
۲۵۲۵۳۵۸ x ۱۷ = ۴۲۸۳۱۰۸۶ گرین یعنی ۲۵۲۵۳۵۸ x ۱۷ = ۴۲۸۳۱۰۸۶

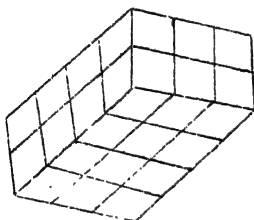
یہہ عدد میں مرتبہ کی اعشاریہ یک ابرہ ۱۳۷، ۹۴ کی ہر سلسلی عمل میں اکثر یہہ کافی ہوتا ہے کہ ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب میں لگائیں

گیلین ایک پیمانہ ہوتا ہے جس میں ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہے یعنی ۷۰۰۰ گرین پس اسی معلوم ہوا کہ گیلین میں ۲۵۲۳۵۸ مکعب انچ ہونگی اور یہہ عدد میں مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہے ۲۷۷۷۷۷ کے لیکن اکثر عمل میں یہہ کم کافی ہوتا ہے کہ گیلین کو ۲۷۷ مکعب انچ پر اگر حساب لگائے

بائیسویں فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی پیمائش

(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۱۷ انچ طول میں ۳ انچ عرض میں

اور ۲ انچ ارتفاع میں ہے اب



مجسم متوازی السطوح متوازیہی جو ایک طرف کے

متوازی ہوں ایک ایک انچ کی فاصلہ سے

منقطع ہو تو وہ ۲۷ براہ مجسموں میں منقسم ہوگا

اور ان مجسموں میں سے ہر ایک ایسا مکعب ہوگا

کہ جب کا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ اسی مکعب ایک مکعب انچ کہتے ہیں

پس مجسم متوازی السطوح میں ۲۷ مکعب انچ ہوں گی اور اس مطلب کے یوں ادا کیا کرتے ہیں کہ

مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۷ مکعب انچ ہے

بجائے لفظ ضخامت کی لفظ جسامت اور حجم کا بھی استعمال کرتے ہیں

۲۷ کا عدد حاصل ضرب ۲۷ و ۳ کا ہے اور ان اعداد کی طول عرض ارتفاع مجسم متوازی السطوح کا تعبیر ہوتا ہے

(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۸ انچ اور عرض ۵ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہو تو

اوپر کی طرح ثابت کرتے ہیں کہ اس کی جسامت ۲۰ مکعب انچ کے ست گنی کا آٹھ گنی ہے یعنی

۲۰ مکعب انچ ہے۔ اسی ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۱۵ انچ طول میں ۱۲ انچ

عرض میں اور ۱۱ انچ ارتفاع میں ہو تو حجم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ انہی کا ۱۵ انگٹھ ہوگا
یعنی ۱۸۰۰ مکعب انچ اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۳۷) اسی طرح اگر محکم متوازی السطح قائم الزاویہ ۲۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲۴ فیٹ
ارتفاع میں ہو تو جسامت ۲۴ مکعب فیٹ ہوگی یعنی محکم متوازی السطح قائم الزاویہ ۲۴ برابر
مجموع میں تقسیم ہوگا کہ ہر ایک اونس میں ایک فیٹ لنبا ایک فیٹ چوڑا ایک فیٹ اونچا ہوگا
اگر ایک محکم متوازی السطح قائم الزاویہ ۲۴ گز لنبا ۳۲ گز چوڑا ۲۴ گز اونچا ہو تو اس کی جسامت ۲۴ مکعب
گز ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۵) دفعہ ۱۳۱ میں ہم نے ایک اصول عام بیان کیا ہے اور اس کو طالب علم یاد کر کے کہے گا
کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ یہی اسی اصول کے موافق ہی یعنی
ایک محکم کو پانچہ واحد قرار دیتے ہیں اور اسی اور مجسمات کی جسامتوں کا اندازہ کرتے ہیں
اور حساب لگاتے ہیں۔ مکعب کو پانچہ واحد ٹھہراتے ہیں اور جسامتوں کی اندازہ کر کے
نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب چاہے ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب گز ہو
یا کوئی اور مکعب ہو

(۲۳۶) پس محکم متوازی السطح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کی لمبر اول طرح عرض ارتفاع
کو ایک جہ کی پانچوں میں تحول کرنا چاہیے تو جو اعداء کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کریں
اور کا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کر لیا۔ اگر طول عرض ارتفاع سب انچوں میں بیان کیے جائیں
تو جسامت مکعب انچوں میں تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹوں میں بیان کیے
جائیں تو جسامت اس کی مکعب فٹوں میں تعبیر ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۷) دفعہ ۱۳۲ میں جس مثال کو بیان کیا ہے اور ہمیں جسامت برابر ۱۲ x ۳۳ x ۲۴ مکعب انچ ہے
اب فرض کرو کہ ہم محکم متوازی السطح کا قاعدہ اس طرح قائم الزاویہ کو بنائیں جو ۱۲ انچ لنبا
۳۲ انچ چوڑا ہو تو ارتفاع ۱۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جی کہ جسامت

مجسم کی تعبیر ہونی ہو جائے ضرب ثلث اعداد کا ہو جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرنے ہیں اگر قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائیں جس کا طول عرض ۲ و ۱۲ انچ ہیں تو ارتفاع ۳ انچ ہوگا پس اب یہی موافق سابق کی جسامت برابر حاصل ضرب ثلث اعداد کی ہی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں۔ یا ہم قاعدہ مجسم کا اوس قائم الزاویہ کو بنائیں جس کا طول عرض ۳ و ۱۲ انچ ہیں تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کی جسامت برابر ہو جائے ضرب ثلث اعداد کی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں

(۲۳۸) اب اسی طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ جسامت کی جسامتوں کو کسطح بیان کیا کرتے ہیں ہم قاعدوں کو مختصر کے ساتھ بیان کرینگے مگر ان کی سمجھ میں طالب علموں کو کچھ وقت نہیں واقع ہوگی اگر وہ دفعات گذشتہ کی بیانات کو بخوبی سمجھ گیا ہوگا

(۲۳۹) مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرو
قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپس میں ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت ہوگی
 یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع میں ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت ہوگی
 (۲۴۰) مثالیں

(۱) مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۱۶ انچ اور عرض ۱۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہوگا
 ۲ فیٹ ۱۶ انچ = ۳۰ انچ
 ۱۸ انچ = ۲۰ انچ
 $5400 = 9 \times 20 \times 30$

پس جسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی قاعدہ کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع ۳ فیٹ ۱۶ انچ ہوگا
 ۳ فیٹ ۱۶ انچ = ۳۵ فیٹ

$525 = 35 \times 15$ پس جسامت ۵۲۵ مکعب فیٹ ہیں

(۲۴۱) اگر ہم مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی جسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

فصل ۱۱۴
توجہ عدد جسامت کو بغیر کرتا ہوا اس کا اور اس عدد بقیہ تقسیم کرین جو قاعدہ کی قسبہ کو بغیر کرتا ہوا
تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور سطح سے اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کی قسبہ
درست کر سکتے ہیں مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرتی میں رہو کہ جسامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو
متجانس پیمانوں میں تحلیل کرین دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو

(۲۴۲) مثالیں

(۱) مجسم متوازی السطوح کی جسامت ۴، مکعب ایچہ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہو کر ارتفاع دریافت کرو

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{5 \times 4}{4} = 8$

پس ارتفاع ۸ اینچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۵ مکعبیٹ ہے اور ارتفاع اس کا ۱۲ انچ ہے۔
قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

افٹ ۴ اینچ = $\frac{1}{4}$ فٹ اور $\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ فٹ $\times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$ فٹ

پس قاعدہ کا رقبہ ۹ مربع فیٹ ہے

(۲۷۳) ایک مجسم مستو از اسطح قائم الزاویہ کے کعبہ جس کا طول عرض ارتفاع ایک جہ ہیں

پس محبت کی جسامت دریافت کرنی کی لئی اوس عدد کو کہ طول کو تعبیر کرنا ہی فی نفسہ ضرب دین اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد میں ضرب دین پس اسی معلوم ہوتا ہے کہ عدد کے مکعب جو یہ مراد ہوتی ہی کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد میں ضرب دو تو اس کے وجہ یہی ہے //

(۲۴۴) دفعہ ۲۳۰ میں جو نقشہ لکھا ہے اوس میں جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب

کے درمیان ہی وہ اس باب کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہے

مشکوٰۃ اول ہی سہم فی بیان کیا ہے کہ ۷۸، اگلے پانچ ایک مکوفیہ کو تعبیر کرنا ہر ایک مکوفیہ

۱۲) انچ لنگھا اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہو گا تو دفعہ ۲۳۲ کے ترکیبے موافق ایک مکعب فیٹ میں

۱۳) ۱۲ x ۱۲ x ۱۲ مکعب انچ ہوں گے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز طول اور ۵ فیٹ بلند اور افٹ ۱۰ انچ انار کے بنائی منظور ہے

تو بتاؤ ۱۴ انچ لینی ۴ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹیں کتنی لگیں گے

تعداد مکعب انچوں کی دیوار میں

$$\frac{25}{4} \times 12 \times 15 \times 12 \times 3 \times 25$$

اور اینٹ میں ۴ x ۹ x ۳ پہلے عدد کو دوسری پر تقسیم کرو تو خارج قیمت

۳۰۰۰۰ نکلے گا پس یہی اینٹوں کی تعداد ہے

(۲) ایک طرف ۵ فیٹ ۴ انچ طول میں ۸ فیٹ ۳ انچ عرض میں اور اوپریں بانی ہر طرف

تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ بانی اوپریں سے نکالیں کہ ایک فٹ بانی اتر جائے

بانی کا حجم جو اوس طرف میں نکالاجا برابر اوس مجسم متوازی سطح قائم الزاویہ کے ہے

جو ۵ فیٹ طول میں اور ۴ فیٹ عرض میں اور ایک فٹ عمق میں ہے اس کو اس کی

حجم میں تعداد مکعب فٹوں کی ۴ x ۳ x ۳ یعنی ۳۶ x ۱۲ یعنی ۴۳۲ ہے

(۳) ایک مکعب طرف میں ۱۰ گیلن بانی ہے اور اس کا طول دریافت کرو مکعب

طرف میں ۴ x ۴ x ۴ مکعب انچ ہیں پس تعداد انچوں کی طول میں اس عدد کی جذر

نکالتی ہو دریافت ہوگی اور اس کا جذر مکعب ۴ x ۴ x ۴ انچ ہو سکتی ہے یہی ضلع کا طول ہے

(۴) ایک طرف مجسم متوازی سطح قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اور اوپر دیکھا نہیں ہے

طول بیرونی ۴ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور گہرا ۲ فیٹ اور جس مادہ کا وہ صندوق

بنا ہوا ہے ایک نصف انچ موٹا ہو اس مادہ کے مکعب انچ دریافت کرو

استداد بیرونی انچوں میں ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ ہیں اور حساب اس کی ۴۸ x ۳۶ x ۲۴ مکعب انچ

اور استداد افرونی انچون میں ۴۷ و ۳۵ و ۲۳ ۱/۲ میں اسکی چسماست ۷۵ و ۳۸ ۱/۲ مکعب انچ
پس تفاوت اوغین ۲۸ ۱/۲ مکعب انچ کا ہے یہی حاصل مطلوب ہے

بائیسویں فصل کی مثالیں

جن مکعبوں کے طول تفصیل ذیل میں اونکی اندر تعداد مکعب فٹوں اور انچوں کی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم

(۳) اگر افٹ ۹ انچ (۴) ایک یول

جن مجہات متوازی السطح قائم الزاویہ کے استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں انکی اندر تعداد مکعب
فٹ اور انچوں کی دریافت کرو

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ

(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز افٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجہات متوازی السطح قائم الزاویہ کے استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں انکی اندر تعداد مکعب
اور انچوں کی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ارتفاع ۸ گز

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہے ارتفاع اگر افٹ ۴ انچ ہے

جن مجہات متوازی السطح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے تفصیل ذیل معلوم ہیں انکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) چسماست ۴ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ

(۱۴) چسماست مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول میں اور ۲ فیٹ ۴ انچ عرض میں

تہمین تو ہر ایک کڑی کا طول دریافت کرو

(۳۲) ایک یوازہ ۴ فیٹ طول میں ۱۸ انچ آٹا میں ۸ فیٹ بلند ہو تو بناؤ اس کے اندر ۴ انچ

لبنی ۲ ۱/۲ انچ چوڑی ۳۰ انچ موٹی اینٹیں کتنی لگیں گے

(۳۳) ایسی کتاب میں کہ ہمیں ہر ایک کتاب ۸ انچ لبنی ۵ ۱/۲ انچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچ موٹی ہو

۳ فیٹ ۴ انچ لبنی ۳ فیٹ چوڑی ۲ فیٹ اونچی صندوق میں کتنی سائیکے

(۳۴) اگر ایک کعبہ سوئی کی ورق ۲۳۲ مربع انچ پر پہل جائے تو بناؤ

اس کا دل کیا ہوگا

(۳۵) ایک میٹر ۳۳، ۳۴ انچ کا ہوتا ہو تو اس کعبہ میں کا ضلع ایک میٹر کعبہ کی

دریافت کرو

(۳۶) ایک چٹان ۴ فیٹ طول میں ۲ ۱/۲ فیٹ عرض میں ہو اور ۱۲ فیٹ موٹا ہو اور اس کا

وزن ۲ ہنڈریڈ ویٹ ہو تو ۱۰۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک کعبہ وزن میں ۱۴، ۱۵ گنا پانی کا ایک کعبہ کی وزن سے

ہوتا ہو تو اس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۴ انچ طول میں اور ۲ فیٹ

۳ انچ عرض میں اور ۲ فیٹ دل میں ہو

(۳۸) ثابت کرو کہ جس کعبہ طرف کا طول ۱۷، ۱۸ انچ ہو اس میں ۱۰ گیلن سے پانی کس

اور جس کعبہ طرف کا طول ۱۷، ۱۸ انچ ہو اس میں ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ اڑے گا

(۳۹) ایک طرف ۲۴ فیٹ ۸ انچ طول میں ۱۲ فیٹ ۴ انچ عرض میں ہو اور پانی سے

بہرہ ہو تو بناؤ اس میں سے کتنی فٹ پانی نکالیں کہ ایک فٹ پانی عمق میں کم ہو جائے

(۴۰) ایک طرف ۱۳ فیٹ ۹ انچ طول میں ۹ فیٹ ۴ انچ عرض میں ہے تو بناؤ

اگر اس میں سے ۲۴۰ گیلن پانی نکالیں تو کتنا پانی عمق میں کم ہو جائے گا

(۴۱) اگر ایک دوسرے کو کوٹ کاٹ کی ۲۰ مربع گز ورق بنائے تو بناؤ کتنی ورق

اکبھی کریں کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک کعب فٹ سو فی کا وزن ۱۰ ہند پڑوٹ ۵۰ پونڈ ہوتا ہے
(۴۴) ثابت کرو کہ ایک قدیم کعب بانی کا وزن ۴ ٹن ہوتا ہے

(۱۷۳) اگر مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق ڈیڑوا دو ستر مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دو ستر مجسم کے چند سے بڑا ہوگا (۱۷۴) اگر ایک مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوا یا دو ستر مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دو ستر مجسم کے دو چند کی برابر فریب فریب ہوگا

(۷۵) اگر ایک مجسم متوازی اسطح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چٹبی حصہ کی اور عرض بقدر ایک ساتویں حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک اٹھویں حصہ کی زیادہ دوسرے مجسم طویل عرض عمیق ہو تو ثابت کر کہ اول مجسم طویل تر دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق کے شکل کا ہوا روکا ڈکنا نہیں ہے، باہر سے طول اور سراسر فیٹ ہوا ہے لکڑی کا وہ بنا ہوا، اوسکی موٹائی ایک انچ ہو تو تاؤ کنٹی کے پچ لکڑی اور مین لگی ہوئی ہے (۴۷) ایک طرف حجم متوازی اسطرح قائم الزاویہ کی کا بنا ہوا ہوا روکا اوپر کا پچ نہیں بنا ہوا، اگر طول سیر ذی اوکا ۶ فیٹ اور عرض ۵ فیٹ اور عمق ۳ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اوسکی موٹائی ۱۰ انچ ہو تو اوس چیز کے کعبہ انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول عرض ارتفاع ۱۸ انچ اور ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ ہے اور کلٹری کے مٹھائی ادھ انچ ہر جہتی صندوق کو نولتے میں تو اوکا وزن ۵ پونڈ ہوتا ہے اور جب بہت بھر کر اس کو نولتے میں ہوتا ہے تو ایک گیسپ انچ کلٹری اور ایک گیسپ انچ ریت کا وزن دیتا ہے اور

(۴۹) ایک پچھوٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کی ٹیسری کی بنا ہوگا اور اس کا سیر فی طول اور عرض اور ارتفاع فیٹ ۱۰ انچ اور فیٹ ۵ انچ اور فیٹ ۵ انچ ہے تو بناؤ صندوق میں کس حجم کی سامی ہوگی

(۵۰) ایک مجسمہ مستطیل اسطرح قائم از او کیلئے قاعدہ ایک مربع ہو اور فیٹ ۴ انچ اور اس کا حجم

۴۰ مکعب فٹ ۱۴۴ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فٹ ۱۴ مربع انچ ہیں اور دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فٹ ۱۲ مربع انچ ہیں اور دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فٹ ۹ مربع انچ ہیں ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۲۱۶ مکعب انچ ہے

ان مثالوں میں جہز مکعب نکالا جائے گا

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جبکہ حجم ۲ مکعب فٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جبکہ حجم ۳ مکعب فٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جبکہ ۳۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جبکہ ایک ٹن پانی سماتا ہو

(۵۶) اگر ۱۰۰ مکعب انچ ایک تم کے تہہ کا وزن ۱۴ پونڈ ہو تو اس تہہ کے اوس مکعب کا طول

دریافت کرو جبکہ وزن نصف ٹن ہو

تیسویں فصل مجسم متوازی السطوح منشور و اسطوانہ کی پانچین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۲۴۷) مثالیں

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فٹ اور ارتفاع ۴ انچ ہے

۴ انچ = $\frac{۳}{۴}$ فٹ اور $۵ \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳ \frac{۳}{۴}$

پس حجم $۳ \frac{۳}{۴}$ مکعب فٹ ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہو جسکی اضلاع ۱۱ انچ اور ۸ انچ اور ۴ انچ ہوں

اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ جو جب قعہ ۱۵۲ کے دریا فت کرتے ہیں

$$افٹ ۱۲ = ۱۳ \text{ انچ } افٹ ۸ = ۲۰ \text{ انچ}$$

$$افٹ ۵ = ۲۱ \text{ انچ}$$

$$۲۶ = \frac{۵۴}{۴} \text{ اور } ۱۵۴ = ۲۱ + ۲۰ + ۱۳$$

$$۶ = ۲۱ - ۲۶ \text{ اور } ۱۴ = ۲۰ - ۲۶ \text{ اور } ۱۳ = ۲۱ - ۲۶$$

$$۱۲۴ \text{ کا جذر } ۱۱۰ \text{ ہے}$$

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۴ مربع انچ ہے

$$افٹ ۱۰ = ۲۲ \text{ انچ}$$

$$۲۶۶۲ = ۲۲ \times ۱۲۴ \text{ پس منشور کا حجم } ۲۶۶۲ \text{ مکعب انچ ہے}$$

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

$$۷۸۵۴ = ۳۱۴۱۶ \times ۵ \times ۵ = ۷۸۵۴ \text{ قاعدہ کا رقبہ مربع انچوں میں}$$

$$۱۲۵۴۵۴ = ۱۴ \times ۷۸۵۴$$

پس حجم ۱۲۵۴۵۴ مکعب انچ ہے

(۲۴۸) اگر ہم کو حجم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اونچی قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد کہ حجم کو تعبیر کرنا ہو اس کو او علی دیگر کہ قاعدہ کو تعبیر کرنا ہو تقسیم کرنی اور ارتفاع معلوم ہو

اور علی مذاہب اس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے

(۲۴۹) مثالیں

(۱) ایک منشور کا حجم ایک کو فیٹ ہے اور قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریا کو

$$۱۶ = \frac{۱۶ \times ۲۸}{۸} \text{ پس ارتفاع } ۱۶ \text{ انچ ہے}$$

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریا کو

$$۲۰۰ = \frac{۲۰۰ \times ۲۸}{۴} \text{ پس قاعدہ کا رقبہ } ۲۰ \text{ مربع انچ ہے}$$

(۲۵۰) دفعہ ۲۴ کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ ۲۳۹ میں دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہے اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب لگی۔ ہم کو یہ خیال ہو کہ بقدری کو دفعہ ۲۳۲ کے عمل سے بالکل یقین ہو گیا ہوگا کہ مجسم متوازی اسطرح قائم الزاویہ ہیں جتنا عدد پر حاوی ہر یک ہم اس کو ثابت کر رہے گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر قائم ہر ایک ہی قاعدہ حاوی ہے (۲۵۱) دفعہ ۲۶ کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہیں جنکا ارتفاع ایک ہی ایک قاعدہ مثلث و ب س ہو اور دوسرا قاعدہ مستطیل و ب د سی ہو دفعہ ۲۶ کی ترکیب ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ منشور و مثلث ہر ایک وہاں منشوری جو مستطیل ہر ایک نصف ہر اسی معلوم ہوا کہ دفعہ ۲۴ کا قاعدہ منشور قائم ہر جسکا قاعدہ مثلث ہو جاوے اسو اسطی قاعدہ اوس منشور قائم ہر ایک حاوی جسکا قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہو کہ یہ کچھ قاعدہ مثلثوں میں تقسیم ہو سکتا ہو اور منشور ان مثلثوں کی مطابق ایسی منشوروں میں ہم کہ جنکی قاعدی مثلث ہیں اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوپر قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اسی ہم یہ سمجھتے ہیں کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدہ کی رقبہ پر موقوف ہوتا ہے کچھ اوپر کی شکل پر بخیر نہیں ہوتا اسی ظاہر ہوتا ہے کہ قاعدہ اوس صورت پر ایک حاوی کہ قاعدہ منشور کا دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اسی ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہیں کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر ہی ہر حاوی نہیں ہو بلکہ اور محبات ہر ایک جنکو روزمرہ کی احوال میں اسطوانہ مستدیر نہیں کہتے ہیں مثلاً ستون وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی اسطرح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی اسطرح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلی مجسم کی قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کی دو ہی منشورائل کے لئے ہے۔ یہ شکل دفعہ ۲۸ کی شکل کی متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بھی اوسکی اثبات کی متماثل ہی فقط اتنا فرق ہی کہ دفعہ مذکور میں رقبہ کو زیادہ کرتی تھی اور اوپر کی رقبہ کو تفریق کرتی تھی یہاں ایک جسامت کو زیادہ

کرنیگے اور اس کے برابر کی جسامت کو تقریباً کرنیگے

(۲۵۳) بعض مثالیں بطور مشق کے ہم حل کرتے ہیں

(۱) ایک انچ مکعب ثبات کا تار ۱۱ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اس کا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ کی شکل کا قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے یہی قاعدہ کا رقبہ انچ مربع ہے

$$= \frac{11 \times 11}{4} \times 3.14159 = 300.4852 \text{ اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہے}$$

اس واسطے کہ ۳۰۰.۴۸۵۲ پر تقسیم کرو تو تار کا طول ۳۳.۷۱۲ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اس کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ

اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اس کے جسامت دریافت کرو

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہے کہ اس اسطوانہ میں ایک درایا اسطوانہ نکال دینا جس کا ارتفاع

پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور بھی اس کا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلی اسطوانہ کی

محور کا ہو ایسے مجامات کو اکثر ملی یا مل یا نابیب کہتے ہیں

$$\text{بموجب فو ۲۷ قاعدہ کا رقبہ مربع انچ ہے} = 3.14159 \times 14 \times 14 = 615.752 \text{ اور}$$

$$\text{ارتفاع ۱۰ انچ ہے اس واسطے جسامت مکعب انچوں میں} = 215.4412 \times 40 = 8617.648$$

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کی نصف قطر کی ہو اور جسامت اس کی ۵۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور نصف قطر قاعدہ کا آپس میں برابر ہیں تو حاصل ضرب ۱۴۱۴ اور نصف قطر کے

تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰ کے ہو اسی معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچوں کی

$$\text{تعداد} = \frac{50}{3.14159} = 15.9154 \text{ اور جذر مکعب نکالنے سے ۱۲.۴۱۹ حاصل ہوتا ہے یہی}$$

بیس نصف قطر تقریباً ۱۲.۴۱۹ انچ ہے

تیسویں فصل کی مثالیں

جن منشوروں میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کی حجم مکعب فیٹ اور انچ میں دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۴ انچ ہے

(۲) قاعدہ ۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع اینچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ اینچ ہے

(۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع اینچ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ اینچ ہے

(۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۵ اینچ

جن مثلی منشورون میں استداد بقیضیل ذیل معلوم ہوں اونچی جسامت میں مکعب یا اوکعب یا دریا

(۵) قاعدہ کی ضلع ۷، ۱۵، ۱۲۰ اینچ ہیں ارتفاع ۲۵ اینچ

(۶) قاعدہ کی ضلع ۱۹، ۲۵، ۳۹ اینچ ہیں ارتفاع ۵۲ اینچ

(۷) قاعدہ کی ضلع ۱۳، ۴۰، ۵۱ اینچ ارتفاع ۵۸ اینچ

(۸) قاعدہ کی ضلع ۲۵، ۳۳، ۵۲ اینچ ارتفاع ۶۲ اینچ

جن اسطوانوں میں استداد بقیضیل ذیل معلوم ہوں اونچی جسامت مکعب بن اور اونکے
عشاریہ میں دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۹ اینچ ہے

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ اینچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ اینچ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۹ اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ اینچ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۱۲ اینچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴ اینچ

جن منشورون کے جسامتیں اور قاعدی معلوم ہیں اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۱۸ مکعب فیٹ ۰.۸ مکعب اینچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع اینچ

(۱۴) جسامت ۲۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب اینچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع اینچ

(۱۵) جسامت ۳۶ مکعب فیٹ ۴۷۴ مکعب اینچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع اینچ

(۱۶) جسامت ۶۵ مکعب فیٹ ۸۲ مکعب اینچ قاعدہ ۱۳ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع اینچ

جن اسطوانوں کی حجم اور ارتفاع بقیضیل ذیل معلوم ہیں اونچی قاعدوں کی نصف قطر دریا

(۱۷) حجم ۱۰۰۰ مکعب اینچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ اینچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ۱/۲ انچ

(۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ۱/۲ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی مقدار تفصیل ذیل میں اور میں بتاؤ کہ کتنی گیلن بانی سائیک

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۱۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۲۵) ایک مشور کا ارتفاع ۴ فیٹ ۲۴ فیٹ ہی قاعدہ دوز نقہ ہی اوکی ضلع متوازیہ ۱۸ فیٹ

اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہیں اور فاصلہ اونچی درمیان ۵ فیٹ ہی اوکی حسابت دریا کرو

(۲۶) چین کی دیوار ۵۰ میل یعنی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور

۲۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے تو بتاؤ او میں کتنی مکعب گز مصالح لگا ہوا ہے

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ یعنی ۸ فیٹ گہری ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور ۲ فیٹ چوڑی

اوپر سے کہی ہے تو بتاؤ اسکے کہوڑی سے کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ یعنی ۶ فیٹ گہری اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۲ فیٹ

چوڑی نیچے سے ہے اور بانی او میں بہرہو ہی تو او میں کتنی گیلن بانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے

اور اسکے کہوڑے سے ۲۵۰۰۰۰ مکعب فیٹ مٹی نکلی ہی تو بتاؤ اسکا طول کتنا ہے

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۲ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے

اگر او میں ۱۰۰۰۰ گیلن بانی آتا ہو تو اسکا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک کنواں ۳ فیٹ قطر کا ۳ فیٹ گہرا بنانا چاہتی ہیں تو بتاؤ کتنی مکعب مٹی کہوڑی

(۳۲) ایک گنواں ۴ فیٹ قطر کا ۱۹ اینچ گہرائی والا چاہے بن تو بتاؤ کتنی مکعب میٹر کھودیں
(۳۳) ایک محراب ریل زمین کی اندر ۱۰ گز لंबا بنا نا منظور ہو اور محراب نصف دائرہ کے
شکل کی ہو اور اس کا نصف قطر ۱۰ اینچ ہو تو بتاؤ کتنی مکعب گز میٹر کھودی جائے
(۳۴) ایک سکے کا ۳ اینچ قطری اور ۱ اینچ موٹا ہو تو بتاؤ ایسی سکے کتنی گلائیں کہ ایک سال مکعب
بنجائی جیسا کہ ۳ اینچ لंबا ہو

(۳۵) گنوی کا قطر ۴ فیٹ ہو اور اس کا عمق ۳ فیٹ ہی اور ۱۰ بائی فی مکعب گز کھودی
تو بتاؤ اس کے کھدائی میں کیا صرف ہوگا
(۳۶) گنوی کا قطر ۳ فیٹ ۶ اینچ ہو اور اس کا عمق ۴ فیٹ ہو اور ۱۰ بائی فی مکعب گز کھودی
ہے تو اس کی کھدائی میں کیا خرچ ہوگا +
(۳۷) گنوی کا قطر ۳ فیٹ ۶ اینچ ہو اور اس کا عمق ۴ فیٹ ہو اور ۱۰ بائی فی مکعب گز کھودی
تو بتاؤ اس کے کھدائی میں کیا خرچ ہوگا

(۳۸) اگر ۳ اینچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ اینچ سورخ کی بندوق کا کیا طول کہیں
کہ ۱۰ پونڈ بارود اس میں سمائی

(۳۹) ایک مکعب فٹ پیل کا تار ۱ اینچ قطر کا کھینچا گیا ہو تو بتاؤ اس کا طول کیا ہے
(۴۰) ایک مکعب فٹ پیل کا تار ۲.۵ اینچ موٹا کھینچا گیا ہے اس کا طول دریا کرو
(۴۱) ایک اسطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ اینچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر
۶ اینچ ہے اور ارتفاع اس کا ۴ فیٹ ہے جسامت اس کی دریافت کرو
(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۰ اینچ ہو اور موٹائی اس کی ۱ اینچ
اور ارتفاع ۴ اینچ اس کا حجم دریافت کرو

(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۲ اینچ ہو اور موٹائی اس کے
۳ اینچ اور ارتفاع ۱۰ اینچ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۴۴) ایک لومی کی نل کا ۳ انچ سورخ ہے اور $\frac{1}{4}$ انچ موٹائی اور ۲۰ فیٹ لمبائی ہوگی اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرو کہ ایک کعبہ ۳ انچ لومی کا وزن ۴۵۲۹ اونس ہے،
 (۴۵) ایک سیسی کی نل کا طول ۳۰ فیٹ ہے اور اس کا سورخ ۲۰ انچ ہے اور اس کی موٹائی $\frac{1}{4}$ انچ ہے اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک کعبہ ۳ انچ سیسی کا وزن ۴۵۲۹ اونس ہے
 (۴۶) ایک سیسی کی نل ہے اور اس کا سورخ ۲۰ انچ ہے اور نصف انچ موٹائی ہے اور ۸ گز لمبائی ہے اور قیمت اس کی $\frac{1}{2}$ پنس فی پونڈ ہے اور ایک کعبہ سیسی کا وزن ۱۱۴۱۲ اونس ہے تو اس نل کی قیمت دریافت کرو

(۴۷) ایک سلخ لومی کی مربع کی شکل ہے اور ضخامت اس کی ایک انچ ہے اور اس کا پونڈ وزن ۳۰ گراں ہے اور اس کی موٹائی کی گول سلخ بنائی جائے تو بناؤ اس کا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک منٹنی منشور کا ہر یک کنارہ ۱۰ انچ طول میں ہے اس کا حجم دریافت کرو
 (۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منظم ہے اور ہر یک کنارہ منشور کا اوپر ہر منشور کی ضخامت ۱۰ انچ ہے

(۵۰) ایک سیسی کی نل کا اندر والا قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے اور بیرونی قطر $\frac{9}{16}$ انچ ہے اگر نل گھرایا جائے اور نل کی طول کی برابر ٹیوں اسطوانہ بنایا جائے تو اس کا نصف قطر کیا ہوگا

(۵۱) ایک درخت کا تنہ اسطوانہ قائم ۳ فیٹ قطر کا ہے اور ۲۰ فیٹ بلند ہے تو بناؤ اگر اس تنہ کو چیل کر ایک عظیم متوازی اسطوح قائم کرنا چاہیں جس کا قاعدہ مربع ہو بنا جائے تو چنی لکڑی اس میں باقی رہی اس کا حجم دریافت کرو

ذیل کی مثالوں میں جازر کعب نکالا جائیگا

(۵۲) قاعدہ منشور منٹنی کے ضلع ۵۲ و ۵۱ و ۲۵ انچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع ۱۴ انچ ہے تو اس کا حجم

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ انچ ہے تو اس کے برابر کعب کا طول دریافت کرو

(۵۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر ۲۰ انچ ہے اور $\frac{1}{4}$ انچ موٹائی اگر ۱۰۰۰۰ سرن

گلابین اور اس کا کعب بنائین تو کعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوان کا ارتفاع اگر قاعدہ کی نصف قطر سی اور اس کا حجم ۲ مکعبیٹ ہے

اس کا نصف قطر دریافت کرو

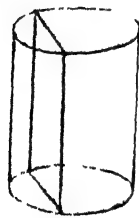
(۵۶) ایک طرف اسطوانہ کی شکل کا ہر اس کا ارتفاع اور اس کی قاعدہ کی نصف قطر سی اور

اسطوانہ میں ایک گلاب بنائی سنا ہی اس کا نصف قطر دریافت کرو

چوبیسویں فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان میں

(۲۵۳) اسطوانہ کی بعض قطعات اس طرح کی ہوتی ہیں کہ اس کا حجم بہت سیدھا سا قاعدہ سے

دریغ ہو سکتا ہے یا بن یا کوسم و کہا دنگی اور تہلا دنگی



(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصوں میں ایک طر

جو متساوی مخروطی ہو قطع کیا جا تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطر دنگی ہوگا

اسلئے ہر ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم جو بقا عدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریا ہوگا

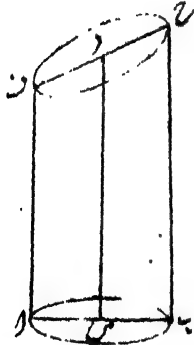
(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو مخروطی رہا ہو

اور قاعدہ اسطوانہ سے نہ ملتی ہو قطع کری اور فرض کرو کہ ایک

مجسم پیدا ہو اور وسط سفیر میں در مرکز قاعدہ زاویہ قائم بناتا ہو

قاعدہ پر نکالا جا اور سطح سر ملی اس کا نام ارتفاع مجسم ہو

تو ایسی مجسم کے جسامت دریافت کرنا دہی عدہ چودہ ۲۴۶ میں بیان



اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتی ہیں کہ وہ حصہ مخروط اسطوانہ کا ہے جو دو سروں کے درمیان واقع ہے

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یوں صحیح ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ایک سطح نقطہ دسی متوازی قاعدہ اسطوانہ

کے نکالیں تو اسی ایک فائدہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اس طرح سی باقی ماندہ مجسم کے

ساتھ ترتیب پا سکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بن جائیگا جس کا ارتفاع س د ہو

(۲۵۸) دفعہ ۲۵۶ کے شکل میں آسانی سی اس بات کو دیکھ سکتی ہیں کہ اس نصف مجسم

وقت اور جہاں کا ہر بعضی ارتفاع برابر ہو نصف مجموعہ اوس بڑی کر ٹری خط مستقیم اور چھوٹی کر چھوٹی خط مستقیم کی ہر دو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتی ہیں دفعہ ۱۶۳ دیکھو
(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحوں سے قطع کیا جائے اور سطحین محور پر پائل ہوں اور سطحین میں
تو جو مجسم پیدا ہوگا او کی جہاں سطح دریا ہوتی ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم میں مربع بیانات
ارتفاع مجسم کو مراد محور اسطوانہ مستدیر کی اوج سے ہر دو جو کہ مجسم کے دو نو سروں کے درمیان ہو
یہ قاعدہ اسطح استخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اسطح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسموں کے تفاوت
سے پیدا ہوتا ہے جو کا ذکر دفعہ ۲۵۶ میں ہوا ہے

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ ۲۵۶ کی شکل جس مجسم کو تعبیر کرنی ہے وہ بیانات کوڑا جاکرت اور آ
مجاہدین نو ایک مجسم متشابه حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا جس حلقہ مجسم کی تعریف اسطح بیان کر سکتی ہیں
کہ وہ مجسم ہی جو اسطوانہ کو اسطح موڑنی سے پیدا ہوتا ہے کہ او کی دو نو سری مجاہدین سے بالکل
بیک نہیں ہے مگر اسے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے
(۲۶۱) حلقہ مجسم کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے نسب کو طول حلقہ میں ضرب دو (تراش کی جگہ فیصل کے قطعہ کو لکھ کر دیکھو)
بعض اوقات تراش مدور سے قریبی تراش مراد ہوتی ہے
حلقہ کے طول کو دس دائرہ کا محیط مراد جو زمین مرکز تمام قریبی تراشوں کے واقع ہوں اور وہ
کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ ۲۵۸ دیکھو
(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے
حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ ۱۲۱۶ مربع انچ ہے اس لیے جسامت حلقہ کی مکعبی انچ زمین
۱۰x۱۶x۱۴ یعنی ۲۲۴ ہے

(۲) حلقہ کی دائرہ اندرونی کا قطر ۸ انچ اور بیرونی کا ۸ انچ ہے

(۱) مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر یک ضلع ۳ فٹ ۴ اینچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۳ فٹ ۱۵ اینچ ہے

$$۳ \text{ فٹ } ۴ \text{ اینچ} = ۳ \frac{۴}{۱۲} \text{ فٹ}$$

$$۳ \text{ فٹ } ۴ \text{ اینچ} = ۳ \frac{۴}{۱۲} \text{ فٹ}$$

$$\frac{۴۹}{۴} = \frac{۴}{۴} \times \frac{۴}{۴} = \frac{۱}{۴} \times ۳ \times \frac{۴}{۴}$$

$$\frac{۵}{۱۴} \times ۱۵ = \frac{۲۴۵}{۱۴} = \frac{۵ \times ۴۹}{۴ \times ۴} = \frac{۱۵}{۴} \times \frac{۴۹}{۴} \times \frac{۱}{۴}$$

پس حجم $\frac{۵}{۱۴}$ مکعب فٹ ہے

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ اینچ ہے اور ارتفاع ۱۸ اینچ ہے

$$۳۱۴ \times ۱۴ = ۳۱۴ \times ۱۴ \times ۱۰ \times ۱۰$$

$$۱۸۸۴۵۹۹ = ۳۱۴ \times ۱۴ \times ۹ = ۳۱۴ \times ۱۴ \times ۱۸ \times \frac{۱}{۲}$$

پس حجم ۱۸۸۴۵۹۹ مکعب اینچ ہے

(۲۴۵) اگر ہم کو مخروط مصلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو کرنا ہوا اسکے چنبہ کو اس عدد پر جو قاعدہ کی رقبہ کو تعبیر کرنا ہی تقسیم کرو تو ارتفاع دریا ہو جائیگا اور علیٰ ہذا اقیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اون سے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا (۲۴۶) مثالین

(۱) مخروط مصلع کا حجم ایک مکعب گز ہے اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فٹ ہے اور ارتفاع دریا کز

$$\frac{۱}{۴} \text{ مکعب گز} = \frac{۲۷}{۱۸۰} \text{ فٹ} \quad \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۴} = \frac{۲۷ \times ۳}{۱۸۰}$$

پس ارتفاع $\frac{۱}{۴}$ فٹ ہے

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فٹ ہے اور اس کا ارتفاع ۲۷ اینچ قاعدہ کا رقبہ

$$۹۹ = \frac{۸۴۷ \times ۳}{۲۷}$$

$$\text{نصف مکعب فٹ} = ۸۴۷ \text{ مکعب اینچ}$$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۹ مربع اینچ ہے

(۲۴۷) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کی حل کرتے ہیں

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ہر یک ضلع بجائیں میں ۱۰ انیٹ ہے اور چاروں

کناروں میں سے جو اس پر مبنی ہیں ہر ایک کنارہ کا

طول ۱۸ انیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہیں

فرض کرو کہ اس کا ارتفاع h ہے اور

مخروط کا اس کی ہر اور مخروط کا ارتفاع h ہی

یعنی نقطہ h سے عمود قاعدہ پر توت نقطہ وسط قطر اس کا ہوگا

اب بموجب قاعدہ ۵ کی اس میں تعداد فٹون کی ۳۷ ہے اس وقت میں تعداد فٹون کی ۳۷ ہے

مثبت فاکم الزاویہ h میں وحر h ۱۸ انیٹ ہے اور تعداد فٹون کی h میں ۳۷ ہے

اسی طرح بموجب قاعدہ ۴ کے فٹون کی تعداد h میں ۳۲۷ - ۵۰ کا جذر ہے یعنی ۲۷

کا جذر ہے یعنی ۵۴ ۵۲۹۲ ۱۴۵۵ ہے

پس مخروط کا حجم فٹون میں

$$= \frac{1}{3} \times 54 \times 5292 \times 1455 = 551644812$$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر یک ضلع ۱۰ انیٹ ہے اور طول اوخط کا جو قاعدہ کا

کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں ملایا جائے ۱۳ انیٹ ہے حجم دریافت کرو

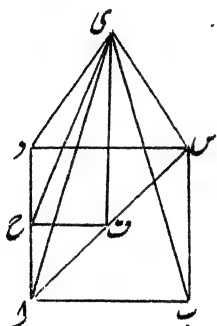
اول ارتفاع مخروط کا تحقیق کرنا چاہیے دفعہ گذشتہ کی شکل میں فرض کرو کہ h نقطہ وسط

ضلع AD کا ہے تو ہی h ۱۳ انیٹ ہوگا اور h برابرہ فیٹ کے ہے

اسی طرح بموجب قاعدہ ۴ کی h میں فٹون کی تعداد ۱۴۹ - ۲۵ کا

جذر ہے یعنی ۱۲۲ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم فٹون میں

$$= \frac{1}{3} \times 12 \times 100 \times 122 = 49920$$



ی ح کو کبھی مخروط کا ارتفاع مائل ہی کہتے ہیں
 (۳) ایک مکعب کو نا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہو اور وہ کناروں کے نقطہ مشترک کے ۳، ۴، ۵، ۶ اینچ
 کے فاصلہ پر کناروں سے ملتی ہے تو حصہ مقطوع کا حجم دریافت کرو
 جو حصہ قطع ہوا ہو وہ مخروط مصلع مثلثی ہو اور اس کا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے جس کے زاویہ قائمہ
 کے اضلاع ۳ و ۴ اینچ ہیں تو مخروط کا ارتفاع ۵ اینچ ہے
 اسے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انجون میں $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 5 = 10$

پچیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مصلع میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کا حجم مکعب ٹواٹو انجون میں دریافت کرو
 (۱) قاعدہ ۱۲ مربع فیٹ ۱۰۲ مربع اینچ ہر ارتفاع ۲ فیٹ ۵ اینچ
 (۲) قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۹۹ مربع اینچ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ اینچ
 (۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع اینچ ارتفاع ۴ فیٹ ۸ اینچ
 (۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱ مربع اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ اینچ
 جن مخروطات مثلثی میں امتداد مفصلہ ذیل معلوم ہوں ان کا حجم مکعب ٹواٹو انجون میں دریافت کرو
 (۵) قاعدہ کے اضلاع ۴، ۵، ۶ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ
 (۶) قاعدہ کے اضلاع ۷، ۸، ۹ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ
 (۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵، ۱۶، ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ
 (۸) قاعدہ کے اضلاع ۳۳، ۳۴، ۳۵ فیٹ ارتفاع ۲۴ فیٹ
 جن مخروطات مستدیر کے امتداد تفصیل ذیل میں ان کا حجم مکعب ٹواٹو انجون میں دریافت کرو
 (۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ
 (۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ اینچ ارتفاع ۵ فیٹ
 (۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کا حجم اور قاعدہ کی معلوم ہوں اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجم ۱۱ مکعب فیٹ ۳۴ مکعب اینچ قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع اینچ

(۱۴) حجم ۳ مکعب فیٹ ۳۰ مکعب اینچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۳ مربع اینچ

(۱۵) حجم ۱ مکعب فیٹ ۴۲ مکعب اینچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع اینچ

(۱۶) حجم ۱۱ مکعب فیٹ ۱۵۲ مکعب اینچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۴۴ مربع اینچ

جن مخروطات مستدبر حجم اور ارتفاع تفصیل میں معلوم ہوں انکے قاعدوں کی نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۴۰۰۰ مکعب اینچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۸) حجم ۴ مکعب اینچ ارتفاع ۳۵ فیٹ

(۱۹) حجم ۴۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۴۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۲۷ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کی مربع قاعدہ پر مثلث مستوی الاضلاع ہیں اور مثلث کا ضلع

۱۲۰ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اونکے ہر ایک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہے اور اونکے

اس پرستی ہیں اور اونکے ہر ایک ۱۵۰ فیٹ ہے

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جس کا رقبہ ۲۵۰۰ مربع فیٹ ہے اور اونکے

جو اس پرستی ہیں اور اونکے ہر ایک ۳۰ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جس کا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہے

اور اونکے کنارہ جو اس پر ملتا ہے ۱۳ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع اس کا ۲۴ فیٹ ہے اور اس کے ضلع کے نقطہ

اور اس مخروط میں خط مستقیم وصل کیا گیا ۲۱۸ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۲۶) مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہی صریح مصلع اور اس کا ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کی کسی ضلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں خط ملا یا گیا طول میں ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو
(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہی جس کا طول عرض ۲۱ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کے بڑے ضلعوں میں کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا گیا ۳۱ و ۲۳ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مصلع کا قاعدہ مستطیل ہی جس کا طول عرض ۱۸ اینٹ اور ۲۶ فیٹ ہی اور قاعدہ کے ضلاع خورد میں کسی ایک ضلع کی نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا جائے تو اس کا طول ۲۲ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو
(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہے مخروط کا حجم دریافت کرو

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاضل اس قاعدہ پر عمود ہو کر زرخشی ہو اس کی مثال
مسکو اللہ ضلاع پیدا ہوتا ہی جس کا ہر یک ضلع ۱۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو
(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۲۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۳۰ فیٹ اور اس کا حجم دریافت کرو
(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۷۲ فیٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو
(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک طرف ہی قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہے تو بناؤ اس میں کے گیلن بانی آریگا

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر ۲ انچ چوڑی اور ۱۲ انچ گہرائی تو بناؤ کہ بڑے گیلن بانی آریگا
(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۱۶ اینٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو
(۳۶) مخروط مستدیر ۳ فیٹ اونچا ہی اور اس کی قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اور اس کو زمین پر رکھا اور اوپر رب ڈالنی شروع کی یہاں تک کہ ایک مخروطی ڈھیر ۷ فیٹ اونچا ۳۰ فیٹ محیط کا بن گیا تو بناؤ کہ کتنے مکعب ڈالے گئے

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲ مکعب فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو
(۳۸) ایک سدسی کمرہ ہے ہر ایک ضلع اس کا طول میں ۲۰ فیٹ ہے اور دیوار میں اس کے
۳۰ فیٹ اونچی ہیں اور ہر ان دیواروں پر ایک گنبد مسد مخروط کی شکل کا ۵ فیٹ اونچا بنا ہوا ہے
تو بتاؤ اس کمرہ میں کتنی مکعب فیٹ ہیں

(۳۹) ایک مکعب اس کا ضلع ۲۰ فیٹ ہے اور اس کے تین متصل کے ضلعوں کو ایک سطح
تصنیف کرتی ہے تو اس قطع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہے اس کی جسامت دریافت کرو
(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۱۷ انچ ہے اور ایک کنارہ مکعب کا سطح کو لگایا کہ حصہ جو مکعب سے قطع ہوا
اوسے ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جس کا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہے اور طول میں ۴ انچ
ہے تو جو حجم باقی رہا اس کی جسامت دریافت کرو

(۴۱) مسطح کا منارہ اعظم ۴۸ فیٹ بلند تھا اور اس کا قاعدہ مربع تھا اور ہر ایک ضلع
مربع کا ۶۴ فیٹ تھا تو اس کے حجم کو مکعب گزوں تک دریافت کرو
(۴۲) ایک مسجد کا منارہ پہر کا بنا ہوا ہے اور قاعدہ اس کا مسد منظم ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے
اور اس کا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہے اور اس منارہ کی اندر جتنی خالی جگہ ہے وہی مخروط کی شکل ہے
اور مسد منظم پر قائم ہے اور ۴ فیٹ اونچی ہے اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فیٹ ہے تو منارہ
میں دریافت کرو اگر کتنی مکعب فیٹ بہر لگا ہے

چھ بیسوں فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان میں
(۲۶۸) مخروط مضلع اور مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ مخروط ناقص کے دونوں سر کے رقبوں کو جمع کرو اور چال جمع برائے حاصل ضرب کا
جزر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص میں ضربے اور حاصل ضرب کی تہائی لو
تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے کی کارقہ ۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کی کارقہ ۹ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے

$$۱۵۸ = ۴۲ + ۹۸ + ۱۸ \text{ ہے اور } ۴۲ = ۲۲ + ۹۸ + ۱۸$$

$$\frac{1}{3} \times ۱۵۸ \times ۱۵ = ۷۹۰ \text{ پس حجم } ۷۹۰ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۲) مخروط مستدیز ناقص کے ایک سرے کی نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اس کا ۸ فیٹ ہے

$$\text{ایک سرے کی کارقہ مربع فیٹ میں } = ۳۶۱۴۱۴ \times ۲۵ =$$

$$\text{دوسرے سرے کی کارقہ مربع فیٹ میں } = ۳۶۱۴۱۴ \times ۹ =$$

اور ان عددوں کی حاصل ضرب کا جذر ۳۶۱۴۱۴ ضرب یا گیا ۲۵۸ کے جذر میں یعنی ۱۵۸۳۶۱۴ ہے

ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳۶۱۴۱۴ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۱۵ میں یعنی ۳۶۱۴۱۴ \times ۲۹ حاصل ہو گا تو

$$\frac{1}{3} \times ۳۶۱۴۱۴ \times ۲۹ \times ۸ = ۲۱۰۵۰۲۲ \text{ حاصل ہو گا}$$

$$\text{پس حجم } ۲۱۰۵۰۲۲ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۳) دفعہ گذشتہ میں دیکھنا چاہئے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہے یا لاؤ میں

ضرب نیکی کی مشقت نہیں اٹھانی پڑی طالب علم کو لازم ہے کہ جہاں مخروط مستدیز کے

سروے کی نصف قطر معلوم ہو اگرین دیاں اسی طریقہ سے عمل کرنا کہ اسی صورت میں فی تحقیق

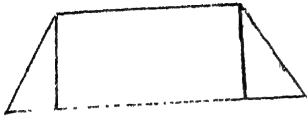
ہم دفعہ ۲۹۸ کی قاعدہ کی جگہ اس قاعدہ کو کام میں لاتی ہیں کہ سروں کے نصف قطروں

کے مربعوں کو اونچی حاصل ضرب پر جمع کر دو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور اس

حاصل ضرب کو ۳۶۱۴۱۴ میں ضرب دو پس حاصل کی نہائی حجم مطلوب ہو گا بہ قاعدہ اور

بہ قاعدہ دونوں نفس الامر میں ایک ہی ہیں اس دوسرے قاعدہ کی موافق عمل کر نہیں سکتی

(۲۴۱) اب ہم بعض مثالیں مشتق کے واسطی حل کرتے ہیں
(۱) ایک ناقص محروط مسند بقائم کی سروں کی نصف قطرہ اپنچہ اور الپنچہ میں اور ارتفاع مائل ۵ اپنچہ ہی جسامت دریافت کرو



اول محروط ناقص کا ارتفاع دریا کرنا چاہی
فرض کر دو کہ پہلے کل ایسا محروط ناقص کے ہر

جو ایک سطح کی قطع کرنے سے کہ حسین محور محروط داخل ہر پیدا ہوئی ہر اب ہم دیکھتے ہیں
کہ ارتفاع مائل اس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جس کا ایک ضلع تو محروط ناقص کا ارتفاع ہے
اور دوسرا ضلع سروں کے نصف قطرون کا فرق ہے

اس صورت میں ارتفاع مائل ۵ اپنچہ ہر اور سروں کے نصف قطرون کا فرق ۳ اپنچہ
اسوٹے بموجب دفعہ ۴ کے محروط ناقص کا ارتفاع ۱۷ اپنچہ ہے

$$۴ \times ۴ = ۱۶ \text{ اور } ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰ \text{ اور } ۱۰۰ - ۱۶ = ۸۴$$

$$۹۱۴۵۳۲۴۲ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۲۱۹ \times ۲۲۱ \text{ اور } ۱۲۱۹ = ۴۰ + ۱۰۰ + ۲۱۹$$

پس حجم ۲۴۵۳۲۴۲ مکعب اپنچہ ہے
(۲) ایک ناقص محروط مصلع کی سر مثلث مساوی الاضلاع میں اور اضلاع آٹھ فیٹ اور ارتفاع

اور ارتفاع ۹ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۲۰۴ کے رقبہ ایک سر کا مربع فیٹ میں = ۲۴۳۳×۹

اور دوسرے سر کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۲۴۳۳×۱۶

ان عددوں کے حاصل ضرب کا جذر = ۲۴۳۳×۱۲

ان تینوں حاصلوں کو جمع کرو تو، ۲۴۳۳×۳ حاصل ہو گے

$$\text{پس } \frac{۲۸۵۰۶۳}{۳} = ۹۵۰۲۱$$

پس حجم ۹۵۰۲۱ مکعب فیٹ سے ہے

چھ بیسویں فصل کی مثالیں

جن ناقص مخروطات مصلع کی ابتدا و بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونچی حجم کعب بن میں دفن کرو

(۱) سروں کے رقبی ۵ مربع فیٹ اور ۱۲ مربع فیٹ ارتفاع ۵ کرا فیٹ

(۲) سروں کے رقبی ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۴ انچ

(۳) سروں کے رقبی ۹۰۰ مربع انچ اور ۴۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ کرا

(۴) سروں کی رقبی ۵ مربع فیٹ اور ۲۵ مربع فیٹ ارتفاع ۱۲ کرا ۴ فیٹ

جن ناقص مخروطات مستدیر کی ابتدا و بہ تفصیل ذیل معلوم ہوں اونچے حجم کعب بن میں دفن کرو

(۵) سروں کے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵ لپ فیٹ

(۶) سروں کے نصف قطر ۵ کرا ۴ فیٹ اور ۵ کرا ۵ فیٹ ارتفاع ۵ کرا ۵ فیٹ

(۷) سروں کی نصف قطر ۸ کرا ۴ فیٹ اور ۴ کرا ۵ فیٹ اور ارتفاع ۵ کرا ۵ فیٹ

(۸) سروں کی نصف قطر ۵ کرا ۳ فیٹ اور ۵ کرا ۵ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سروں کے نصف قطر ۵ کرا ۵ فیٹ

اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہر جہ کی بڑی سر کا قطر ۳ فیٹ اور چوٹی سر کا قطر

۱ لپ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہے اور قیمت اوسکی ۱۲ روپیہ فی کعب فیٹ ہے

تو تناؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی

(۱۱) ایک ناقص مخروط مصلع کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اسکے مثلث متساوی الساقوں میں اونکی ضلع کے

طول جدا جدا ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲) ایک ناقص مخروط مصلع کی سر مربعی ہیں اور طول ضلعوں کی جدا جدا ۲۰ فیٹ اور

۳۰ فیٹ ہیں اور ان مربعوں کی ضلع متناظرہ کے نقاط وسط میں جو خطوط تقسیم ہیں

تو اوسکا طول ۳۰ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو

کی مثالیں

۱۲۲۰

۴ فصل

(۱۳) ایک مسرت اسکندریہ فریجی کا مینار ہے اور وہ ایک سنگی گنباؤ اور ارتفاع
اوسکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سری کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے کا ۷ فیٹ ۶ اینچ ہے اور اسکا

حجم دریافت کرو

(۱۴) ایک جہاز کا ستون ۵۰ فیٹ اونچا ہے اور ایک سر کا محیط ۶۰ اینچ ہے اور دوسرا
سر کا ۳۴ اینچ اوسمین تعداد لکڑی کے مکعب فٹوں کی دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور ارتفاع
۳ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جس میں سے بہ مخروط قطع ہوا ہے

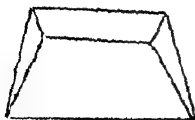
(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور ارتفاع
۳ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط میں سے ایک سطح متوازی قاعدوں کے گذرتی ہے

اور اوسکو دو حصوں میں منقسم کرتی ہے تو ان دو حصوں کی جسامت دریافت کرو
(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور ارتفاع

۳ فیٹ ہے اور مخروط ناقص میں حصوں میں قاعدوں کے متوازی سطحوں سے سطح منقسم ہوا ہے
کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہے تو ہر ایک حصہ میں مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کی قاعدہ منظم مسدس ہیں اور اضلاع کی طول جدا جدا ۷ فیٹ
۱۰ فیٹ ہیں اور مخروط کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے اور ایک سطح عین وسط میں متوازی قاعدوں کے

گذر کر دو حصوں میں اوسکو منقسم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو



ستائیسون فصل فائدہ

(۲۰۲) فائدہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کی عرض
میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو فائدہ کی ارتفاع میں ضرب تو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ کا حجم ہوگا
(۲۰۳) مثالیں

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہو اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ

$$۱۲۳۲ = ۱۶ + ۱۶ + ۱۲ \quad \text{اور} \quad ۱۲۳۲ = ۲۴ \times ۷ \times ۷ \times \frac{۱}{۴}$$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) فانہ کا کنارہ ۵ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۱۷ انچ ہے

$$\frac{۱۵}{۴} = \frac{۲۳}{۴} = \frac{۱}{۴} \quad \text{اور} \quad \frac{۲۳}{۴} = \frac{۱}{۴} \times ۲۳ \times ۲ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۲۳}{۴} = \frac{۱۵}{۴}$$

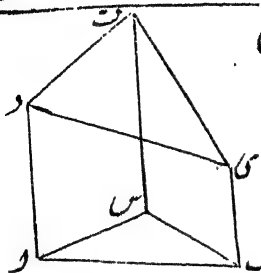
پس فانہ کا حجم ۱۵ مکعب انچ ہے

(۲۷) اگر فانہ کا کنارہ طول میں برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس فانہ قاعدہ کے ہم کو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کے جسامت دریا کرنی کا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ ۲۷۶ میں جو قاعدہ مرکوز والا ایک نہیں ہیں کیونکہ اس قاعدہ اور اس قاعدہ میں برابر مختلف ہیں اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دو قاعدے

ایک ہی ہیں

(۲۷۵) اگر فانہ کی کنارہ کی طول اور اس کی قاعدہ کی طول کے برابر ہو تو فانہ ایسی دو حصوں میں ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہوگا قاعدہ مستطیل ہوگا سطح مستطیل ہوگا کہ ایک طرف کنارہ کی ایک سرے متوازی طرف مثلثی کی جو دوسری سرے پر گذرتی ہوگی سطح کے اگر کنارہ زیادہ لمبا قاعدہ کی طول سے ہو تو فانہ برابر ہوگا اور زیادہ کی جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع ہوگا قاعدہ مستطیل ہے رکھتا ہے اسی سبب سے دفعہ ۲۷۲ کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہے

(۲۷۶) اب ہم فانہ کی معنی کو وسعت دیتی ہیں اور اس میں کو ہی فانہ کہتی ہیں جبکہ قاعدہ جہاں مستطیل کی متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ ہو اسی مجہات کی جسامت دریا کرنی کر لے قاعدہ مذکور صحیح رہی گا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کی معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ اور عرض قاعدہ کی معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھیں



(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور منشی قائم کو ایک سطح پر کی گئی کہ وہ طول

منشوری ایک میلان کہتی ہر قطع کر کے ایک مجسم پیدا کیا ہے

اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی ہی نہیں

تو ایسی مجسم کا ہی حجم قاعدہ ذیل سے دریا ہو سکتا ہے کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کناروں کے مجموعہ کی تہائی میں ضرب دیں

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۷ میں جو فائدہ کی معنی بیان کی ہیں اس کی موافق دفعہ گذشتہ میں مجسم

ہر اس کی حیثیت دریافت کرنی کا قاعدہ اوی سر کی نسبت ہو سکتا ہے جو دفعہ ۲۷۷ میں مذکور ہوا ہے

اسو سطح کے اگر ہی جو چوبیسوں کناروں میں سے کسی چھوٹی کنارہ کا اوپر کا سرا ہی ایک سطح متوازی

قاعدہ اب اس کی نکالیں تو مجسم منشور قائم اور مخروطین تقسیم ہو گا اور ان مجسمات کی حیثیت

قاعدوں کے موافق دریافت کر کے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۷ کی قاعدہ کے موافق مطابق ہو گا

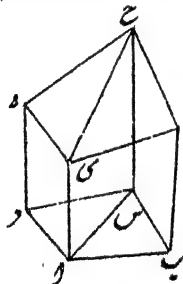
(۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم میں ہر جگہ کا قاعدہ متوازی الاضلاع ہر ایک سطح جو طول منہ

کے ساتھ میلان رکھی اور قاعدہ منشور کی ہی باقی قطع کر کے ایک مجسم

پیدا کری تو ایسی مجسم کا حجم اس قاعدہ دریافت ہو سکتا ہے

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے چاروں متوازی کناروں کے

مجموعہ کی ایک چوتھائی میں ضرب تو حاصل ضرب حیات ہو جائیگی



(۲۸۰) اس بات کا دیکھ لینا آسان ہے کہ $س + ح = بن + دہ - اسو$ سطح کے ہر ایک

ان میں سے برابر ہو دو چند اوس فاصلہ کے جو در میان نقطہ تقاطع اس اور ب داو نقطہ تقاطع

سے اور قاعدہ کی واقع ہر سطح اس قاعدہ مذکور کو اس صورت میں بیان کر سکتے ہیں کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو چاروں متوازی کناروں میں سے دو مقابل کے نصف مجموعہ ہر

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے استخراج ہوتا ہے اسو سطح کے اگر مجسم دو حصوں

میں اس سطح تقسیم ہو کہ ایک سطح آری اور س ج میں گزری تو مجموعہ قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم درپٹا کر سکتی ہیں اور مجموعہ ان مجموعوں کا کل دفعہ ۲۸۰ کی قاعدہ کے موافق نکلیگا
(۲۸۲) ایسا ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کریں گے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ ہر قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور کنارہ ہر ایک سطح عمود ہے او سے
فانہ کے تراش جو پیدا ہوتی ہے اس کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو
کنارہ ہر جو سطح عمود ہے اوس کے جو تراش پیدا ہوتی ہے وہ مثلث ہی اس واسطے حاصل ضرب
اس مثلث کی قاعدہ اور ارتفاع کا $\frac{1}{2}$ یعنی $150 \times \frac{1}{2}$ ہے اور یہ حاصل ضرب ہی ہر جو عرض
فانہ کو ارتفاع فانہ میں ضرب کر کے پیدا ہوتا ہے

$$2400 = 300 \times 58 \times \frac{1}{4} \text{ اور } 58 = 20 + 20 + 18$$

پس حجم ۲۴۰۰ مکعب انچ ہے

یہی نتیجہ دفعہ ۲۴۰ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسانی سے نکل آتا ہے

$$2400 = 150 \times 58 \times \frac{1}{2} \text{ اور } 58 = 20 + 20 + 18$$

(۲) فانہ کا کنارہ ۱۴ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۲ انچ اور عرض ۴ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع

۱۰ انچ ہی اور ایک سطح ایک کنارہ کی سسری متوازی دوسرے طرف مثلثی کی جو دوسرے
سے برہی گذرتی ہے اور فانہ کو منشور اور مخروط میں تقسیم کرتی ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۲-۱۴ انچ ہی یعنی ۸ انچ ہے اسی معلوم ہوا کہ جو دفعہ ۲۴۰

$$\text{مخروط کا حجم مکعب انچوں میں} = \frac{1}{3} \times 10 \times 4 \times 8 = 106 \frac{2}{3}$$

منشور کے تین متوازی کنارے ہیں ہر ایک انہیں سے ۱۴ انچ لंबا ہے اور جو دفعہ ۲۴۰ کی حجم کو پہنچائے

$$280 = 10 \times 4 \times 14 \times \frac{1}{6} =$$

ستائیسویں فصل کی مثالیں

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۳ انچ اور عرض

۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ حجم دریافت کرو

(۲) فائے کانہ ۹ فیٹ ہر قاعدہ کا طول ۶ فیٹ ہے اور عرض ۳ فیٹ فائے کانہ کا ارتفاع ۲ فیٹ
اوسکا حجم دریافت کرو

(۳) فائے کانہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ضلع ۵ اینچ ہے کنہ ۲۲ اینچ اور ارتفاع فائے کانہ ۲۲ اینچ
حجم دریافت کرو

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۴ اینچ اوس جسم کا حجم
دریافت کرو جو اس منشور میں سے ایسا قطع کیا جائے کہ اوسکی تینوں متوازی کناروں کا مجموعہ ۱۵ اینچ ہو
(۵) منشور کا قاعدہ مثلث ہے اوسکا طول عرض ۱ اینچ اور ۲ اینچ ہے اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ

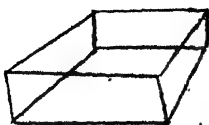
اس منشور میں سے ایسا منقطع کیا جائے کہ چاروں متوازی کناروں کا مجموعہ ۱۴ اینچ ہو
(۶) فائے کانہ ۲۱ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ اینچ اور کنہ ہر ایک سطح عمود ہے اور سطح متوازی
پیدا ہوتی ہے اور اس کا رقبہ ۱۶ مربع اینچ ہے حجم دریافت کرو

(۷) فائے کانہ ۲۵ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲۲ اینچ ہے اور ایک سطح کنہ پر عمود ہے اور سطح متوازی
مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہے اور اسکا ہر یک ضلع ۱۰ اینچ ہے حجم دریافت کرو

(۸) فائے کانہ ۱۵ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲۲ اینچ ہے اور عرض ۲ اینچ ارتفاع ۲۲ اینچ اور
ایک سطح کنہ کی ایک سری سے متوازی دوسری سطح متوازی ہے اور دوسری سطح سے ہر گزرتی ہے

اور فائے کانہ کو مخروط اور منشور میں تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو
(۹) فائے کانہ ۲ فیٹ ۳ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ اینچ اور عرض ۱ اینچ اور فائے کانہ کا ارتفاع
۱۳ اینچ اور ایک سطح کنہ کی ایک انجام سے ۱۸ اینچ کی فاصلہ پر گزرتی ہے اور اوس کنہ کی اس
سطح پر جو سطح متوازی ہے اور فائے کانہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے
ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فائے کانہ ۳۷ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲ اینچ اور عرض ۵ اینچ اور فائے کانہ کا ارتفاع ۱۳ اینچ
اور فائے کانہ کی سطح پر ایسا دو حصوں میں تقسیم ہو جائے کہ مجموعہ تینوں متوازی کناروں کا ۱۲ اینچ ہے



ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
اٹھائیسویں فصل مجموعہ دوزنقہ
(۲۸۳) مجموعہ دوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دومون سروکے رقبون کو جمع کرو اور اس سطح متقابل کا
جو عین وسط میں متوازی ہون کی ہو جو خیر قبہ حاصل جمع بڑا دیہ کرو
اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب حاصل کر کا پٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین

(۱) ایک سری کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ اور دوسرے سری کا ۹۶ مربع فیٹ ہی اور سطح متقابل کا ۱۲ مربع
اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے

$$۳۶ = ۹ + ۲۲ + ۲۲ \text{ اور } ۱۳۷ = ۲ \times ۳۶ \times \frac{۱}{۲} = ۳۶ = ۱۲$$

پس حجم ۱۲ مکعب فیٹ ہے

(۲) ایک سری کا رقبہ ۲۲۲ مربع انچ ہی اور دوسرے سری کا ۲۱۴ مربع انچ اور سطح متقابل
رقبہ ۲۲۱ مربع انچ اور ارتفاع ۱۸ انچ

$$۳۹۷۲ = ۱۸ \times ۱۳۲۲ \times \frac{۱}{۲} \text{ اور } ۱۳۲۲ = ۲۱۴ + ۸۸۲ + ۲۲۲$$

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ ۲۸۳ کے قاعدہ کا اثبات یہ ہے کہ وہ موقوف اس بات پر ہے کہ مجموعہ دوزنقہ مستوی
اور قانون تقسیم ہوتا ہے اور زمین کے بعض کے قاعدی مجموعہ دوزنقہ کی ایک سری برآئے ہیں
اور بعض کے دوسرے سری برآئے ہیں اور سب کے ارتفاع وہی ہوتی ہیں مجموعہ دوزنقہ
کا ارتفاع ہوتا ہے

(۲۸۶) سطح متفاضل متوسط کا ہر یک ضلع سروکے ضلع بعینہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوگا
پس اگر سری مستطیل ہوں اور ان کی اسناد معلوم ہوں تو رقبہ سطح متفاضل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہو سکتا ہے پس ہر متفاضل متوسط کا جو چند رقبہ برابر اوس متطیل کے رقبہ کے ہو جس کا ہر ایک امتداد مجموعہ سروں کے امتداد نظیرہ کا ہے

اور ہر متفاضل متوسط اور سروں کی زاویہ موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

(۲۸۷) اگر مجسم فوز نقہ کی سری متشابہ تکلیف ہوں اور ہم وضع ہوں تو مجسم فوز نقہ مخروط متفاضل

ناقص ہوگا اس طرح اور اس کا دفعہ ۲۴۸ کی قاعدہ موافق دریا ہو سکتا ہے ان دونوں قواعد کو

مقابلہ کر کے دیکھیں تو معلوم ہوگا کہ احاطات میں جو چند رقبہ متفاضل متوسط کا برابر ہے

اوس مجموعہ جو سروں کے دو چند رقبوں اور اونکی حاصل ضرب کے دو چند جذر کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۲۸۸) اب ہم مجسم فوز نقہ کی معنی یہاں تک بڑھاتی ہیں کہ اون مجسمات کو بھی کہ جنکی سے

اشکال مستقیمہ الاضلاع نہ ہوں مجسم فوز نقہ کہتے ہیں اور اونکی تعریف یہہ کرتے ہیں کہ ہم

فوز نقہ وہ مجسم ہی جنکی سے متوازی ہوں اور اوطراف اونکی مستقیم ہوں اور اوطراف مستقیم

سے مراد ہمارے یہہ ہر کہ خط مستقیم او سکی حدود کی کسی نقطہ پر کہیں تو وہ ایک سرے سے دوسرے

سرے تک سطح پر منطبق ہوگا۔ اس تعریف میں مخروط مستدیر ناقص ہی آجائیگا اور

مخروط مستدیر ناقص کا ہر ایک حصہ ہی شامل ہو جائیگا جو اوس سطح سے کہ دونوں سروں سے ملتی ہوگی

جب فوز نقہ کی ایسی سبع معنی لے کر جائیں تو اس حالت میں ہی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوپر حاوی ہوگا

(۲۸۹) جو قاعدہ مجسمات فوز نقہ کی حسابست دریافت کرنی کا ہر اوس بہت سے اور مجسمات کا

بہی حجم دریافت ہو سکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ میں مشکل ہے

جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہوں میری ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۹۲ کو دیکھی

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطی حل کرتے ہیں

(۱) ایک مجسم فوز نقہ کی سری فوز نقہ ہیں اور چار کنارے متوازی ہیں اور ایک سرے کے

متوازی اضلاع ۱۰ فیٹ اور ۳ فیٹ ہیں اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۸ فیٹ ہے اور

دوسرے سرے کی ہی امتداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہیں اور سروں کے

فاصلہ ۱۱۲ فیٹ ہر او سکاچم دریافت کرو

مقابل متوسط دوزنقہ ہر او سکاچم ضلع متوازیہ میں ایک ضلع ۱۰۰ + ۸۰ فیٹ کا نصف یعنی ۹۰ فیٹ ہر او دوسرا ضلع ۳۰ + ۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۳۰ فیٹ ہے اور فاصلہ ان ضلع متوازیہ کی درمیان نصف مجموعہ سروں کے ضلع متناظرہ کا یعنی ۲۸ + ۲۴ فیٹ کا نصف یعنی ۲۶ فیٹ ہر

$$۱۸۲۸ = ۲۸ \times \frac{۱۳۲}{۴} = \text{ہر ایک سری کا رقبہ مربع فٹوں میں}$$

$$۱۴۳۰ = ۲۴ \times \frac{۱۱}{۴} = \text{اور دوسری سری کا رقبہ مربع فٹوں میں}$$

$$\frac{۱}{۴} ۱۴۳۳ = ۲۶ \times \frac{۱۲۱}{۴} = \text{اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فٹوں میں}$$

$$۴۵۳۲ = \text{چونچند رقبہ}$$

$$\frac{۱}{۴} ۱۸۳۱۵۴ = ۱۱۲ \times ۹۸۱۲ \times \frac{۱}{۴} \text{ اور } ۹۸۱۲ = ۴۵۳۲ + ۱۲۳۰ + ۱۸۲۸$$

پس حجم ۱۸۳۱۵۴ مکعب فیٹ ہوا

(۲) ایک فائدہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہر قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہر اور فائدہ کا ارتفاع ۴ انچ قاعدہ کے متوازی سطحوں سے فائدہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ان تینوں حصوں کی ارتفاع یکساں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہاں حصہ دوم محکم دوزنقہ میں اور ایک فائدہ ہر اور ارتفاع ہر ایک کا ۲ انچ ہے

اول محکم دوزنقہ کا ایک مستطیل جس کا طول عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سہی

مستطیل ہے جس کا طول عرض ۱۴ انچ اور ۹ انچ اور بموجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے

دوسرے محکم دوزنقہ کا ایک مستطیل جس کا طول عرض ۱۴ انچ اور ۹ انچ ہے

اور دوسرا سہی مستطیل ہر اور طول عرض ۱۴ انچ اور ۳ انچ ہیں حجم بموجب دفعہ

۲۸۳ کے ۱۹۱ مکعب انچ ہے

فائدہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہر اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہر حجم بموجب دفعہ ۲۸۳ کے

میںون مجموعہ کعبہ انجون میں ۲۳۹ + ۱۷۱ + ۵۹ یعنی ۴۶۹ ہو اور یہ برابر اصل
فانہ کے حجم کے ہے اور یہ برابر ہوتا ہے چاہے ہو

اٹھائیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک غوز لقمہ کی شکل کا ایسا کہوڑا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سر مستطیل ہو
اور اونچی ابتدا و مناسطہ ۴۰۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ ہوں
تو بتاؤ کتنی مکعبیت زمین کہوڑی

(۲) ایک غوز لقمہ کی شکل کا ایسا کہوڑا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سر مستطیل ہو
اور ابتدا و مناسطہ اونچی ۴۰۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ ہوں
تو بتاؤ کتنی مکعبیت زمین کہوڑی

(۳) ایک چمکڑا ہر جوہر ۴۲ انچ گہرا ہو اور اوپر اور نیچے کی سر مستطیل ہوں اور اونچی ابتدا و مناسطہ
۸۱ اور ۵۲ انچ اور ۴۲ اور ۳۳ انچ ہوں اور اوپریں کو لیہ ہر اوہی تو بتاؤ کونسا کاجم کیا ہے

(۴) ایک نہر ۱۲ فیٹ گہری ہو اور پڑا ماتحت اور فوق او کی مستطیل ہوں ابتدا و مناسطہ
۲۵۰ فیٹ سے ۱۱۹ اور ۲۴ فیٹ سے ۱۲۷ ہوں تو بتاؤ اوپریں کتنی گیلن پانی آتا ہے

(۵) ریل کی واسطی شکر ذوز لقمہ کی شکل کی کاشنی منظور ہے سکر او کی ذوز لقمہ ہوں
اور چاروں کنارے متوازی ایک سر کی ہوں ضلع متوازیہ ۱۲۴ فیٹ اور ۳۴ فیٹ ہوں

اور اونکا فاصلہ درمیانی ۳۴ فیٹ ہو اور ابتدا و مناسطہ دوسرے کے ۱۰۸ فیٹ
۳۴ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہوں اور سروں کی درمیانی فاصلہ ۱۳۰ فیٹ ہو تو بتاؤ کتنی

مکعبیت کہوڑی ہوگی

(۶) سکر ایک حجم ذوز لقمہ کی سر مستطیل ہوں اور ابتدا و مناسطہ ۱۲ فیٹ سے ۱۱۰ اور ۱۰ فیٹ
۹ فیٹ ہوں اور ارتفاع حجم ذوز لقمہ کا ۴ فیٹ ہو اور سطح متوازی سروں کی سطح میں

گذری ہو اور حجم ذوز لقمہ کو دو حصوں میں تقسیم کرانی ہو تو ہر ایک حصہ کاجم دریافت کرو

(۷) ایک حجم دوز نقہ کی سر مستطیل میں اور متساوی متناظرہ اوکی ۱۴ فیٹ ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ۸ میں اور حجم دوز نقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہو ایک حجم سروں کے متوازی سطح سے تین حصوں میں تقسیم ہوا اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) حجم دوز نقہ کے دو سر مستطیل میں متساوی متناظرہ ۲۰ فیٹ ۱۴ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ۱۱ اور دوز نقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہو اور ایک سری کی مقابل کے ضلع کلان میں ہر ایک سطح گذرانی، اور اوتی حجم دو قانون میں تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک خانہ کا حجم دریافت کرو

(۹) خانہ کا کنارہ ۲۲ انچ ہو قاعدہ کا طول ۸ انچ اور عرض ۷ انچ اور ارتفاع خانہ ۱۴ انچ ہے عین وسط میں ہو کر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرانی ہو اسی خانہ دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) خانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہو اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع خانہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی دو متوازی سطحوں کی خانہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہو اور ارتفاع ان حصوں کے اسی میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۱) حجم دوز نقہ کے سر مستطیل میں اور اوکی متساوی متناظرہ ۱۸ فیٹ ۱۰ اور ۱۲ فیٹ ۱۴ فیٹ ۱۱ میں اور حجم دوز نقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہو بڑی سر سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی سے اوکے دو حصے ہوتی ہیں تو ثابت کرو کہ سطح متفاصل مربع ہے

(۱۲) مثال گذشتہ میں دو نو حصوں کی جسامت دریافت کرو

اونتیسویں فصل کرہ کی بیان میں

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مکعب کو ۱۴۱۴ کے چھٹی حصہ میں یعنی ۵۲۳۶ میں ضرب دو

(۲۹۲) مثالیں

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے

مکعب ۱۰ کا $11000 \times 50234 = 552574$ مکعب انچ

پس کرہ کی جسامت تقریباً ۵۲۳۴ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ کا قطر $\frac{1}{3}$ فیٹ ہے

۵۵۳ کا مکعب ۸۷۵۲۲۵ ہے اور $55234 \times 225865 = 124935$

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۲۵۸۷۵ مکعب فیٹ ہے

(۲۹۳) کرہ مجوف کی جسامت غرور طرح معلوم ہو جائیگی کہ اوس کرہ کی حجم میں جس کا قطر

برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کی برابر ہو اوس کرہ کا حجم تفریق کرن جس کا قطر برابر قطر اندرونی کرہ

کے ہوتے ہیں قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے لکھا جاتا ہے

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر بیرونی کی مکعب ایسے قطر اندرونی کا مکعب تفریق کرو اور حاصل تفریق کو

۵۲۳۴ میں ضرب دو

(۲۹۵) مثالین

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ ہے

بیان قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۴ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہے $724 - 343 = 381$

اور $381 \times 50234 = 192494$

پس کرہ مجوف کا حجم تقریباً ۲۰۲۵۸۷۵ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی $\frac{1}{2}$ انچ ہے

پس بیان قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

$2197 - 1000 = 1197$ اور $1197 \times 50234 = 60146$

پس کرہ مجوف کا حجم ۴۲۹۷۵ مکعب انچ ہے

(۲۹۴) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۴ کے قاعدہ سے اس چیز کا حجم جو دونوں کرہوں کی سطحوں کے درمیان واقع ہو دریافت ہو جائیگا اور یہ حجم اس صورت میں اپنی معلوم ہو جائیگا کہ دونوں کرہوں کے مرکز ایک نہ ہوں (۲۹۷) بعض مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) کرہ کے دائرہ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہے اس کا حجم دریافت کرو
اول کرہ کا قطر دریافت کریں تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸۷۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا
اور بموجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۴۹۱۲۳۷۹ مکعب انچ کی قریب قریب دریافت ہوگا
(۲) ایک سیسے کے گولی کا قطر ۵ انچ ہی اس کا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ
سیسہ کا وزن ۳۷۳ چھٹانک ہے

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہے $۵۲۳۴ \times ۱۲۵ = ۶۵۴۲۵$ پس گولی کا حجم ۶۵۴۲۵ مکعب انچ ہے
اسی طرح اس کا وزن $۳۷۳ \times ۶۵۴۲۵ = ۲۴۵۹۷۵$ چھٹانک ہے

(۳) ایک مکعب انچ سوئی کا وزن ۵۴۵ چھٹانک ہوتا ہے تو اس معنی کی گولہ کا وزن دریافت کرو
جس کا وزن ۵۰۰۰ چھٹانک ہے

مکعب انچوں کی تعداد گولہ میں ۹۴۵۷۰ یعنی قریب قریب ۸۹۷۳۳ کے ہے یہ عدد
برابر قطر کے مکعب اور ۵۲۳۴ کے حاصل ضرب کے ہوگا

پس قطر کا مکعب حاصل کرنی کی واسطی ہم ۸۹۷۳۳ کو ۵۲۳۴ پر تقسیم کریں تو خارج
قسمت ۷۱۵۷۱ ہوگا پس جذر مکعب ان عدد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے
کہ جذر مکعب ۵۵۷۴ ہے پس گولہ کا قطر ۵۵۷۴ انچ کے قریب قریب ہے

اونتیسویں فصل کی مثالیں

جن کرہوں کے قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اون کے حجم دریافت کرو

(۱) ۱۱ اینچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۵ (۵) ۳۲۵ فیٹ
جن کسروک کے دو اتر عظیمہ قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی حجم مکعب فیٹ کی دسویں تک دریا کرو

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن جوت کروں کی ابتدا و تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی حجم میں مکعب اینچ دریافت کرو

(۹) قطر بیرونی ۵ اینچ اور اندرونی ۴ اینچ

(۱۰) قطر بیرونی ۸ اینچ اور اندرونی ۶ اینچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ اینچ اور اندرونی ۷ اینچ

(۱۲) قطر بیرونی ۱۶ اینچ اور اندرونی ۱۲ اینچ

(۱۳) ایک سہ نصف کرہ کی شکل کا ۲ فیٹ ۸ اینچ قطر کتہا ہوا زمین بناؤ کہ کتنی گیلن بانی سما گیا

(۱۴) ایک لایفٹ کرہ کی شکل کی اور اس کا قطر ۱۰ فیٹ ہے زمین ایک ٹانہ ایسا لگا ہوا ہے

کہ گیلن بانی ایک منٹ میں اسی سیر ہو تا ہے تو بناؤ کتنی دیر میں یہ تالاب پُر ہو گا

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہے اور اس کی سری نصف کرہ کی شکل کی ہیں اس کا

اُتھانے درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہے اور قطر ۳ فیٹ اس کا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک مجسم اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ہے اور اس کی سری نصف کرہ کی شکل کی ہیں اس کا

غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ اینچ ہے تو بناؤ اس مجسم کی برابریانی کی حجم کا کیا وزن ہو گا

(۱۷) کرہ ۴ اینچ قطر کا ایک لکڑی کے مکعب میں جسا کر ۴ اینچ ہے قطع ہوا ہے

تو بناؤ کتنے لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی

(۱۸) اوہی کی گولہ کا قطر ۶ اینچ ہے اور اس کا وزن دریا کرو اور ایک مکعب اینچ لکڑی کی وزن ۲۱

(۱۹) سیسے کی کرہ کا ۸ اینچ قطر ہے اور وزن اس کا ۳۲۱۵ اونس ہے تو اس کی کرہ کا وزن

دریافت کرو جسا قطر ۵ اینچ ہو

(۲۰) اگر ۳ مکعب اینچ بارود کا وزن ادھ سیر ہو تو، اینچ قطر کے کرہ مجوف میں وہ کتنا سما سکتا ہے

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ میں کتنی بارود آئے گی

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہو اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہو اور اسی چیز کا بنا ہوا ہو جس کا ایک کعبہ فیٹ وزن میں ۲۱۹ پونڈ ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱۲ انچ موٹا کرہ مجوف ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہو اور لوہی کا بنا ہوا ہے اور لوہے کے ایک کعبہ فیٹ کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہوتا ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۸.۵۴ انچ ہو اور قطر اندرونی ۷.۷۲ انچ ہے تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہو گا اگر وہ اسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ ایک کعبہ فیٹ وزن ۷۸۴ پونڈ ہے

(۲۵) کرہ مجوف ۱۵ انچ موٹا ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہے اور اسی بات کا بنا ہوا ہو جس کا وزن ایک کعبہ انچ کا ۴۳.۴۷ پونڈ ہے اس کا وزن دریافت کرو

(۲۶) مجوف گولی ۳ ۱/۲ انچ دل کے ہو اور اس کا قطر بیرونی ۵ ۱/۲ انچ ہو اور اسی بات کی بنی ہوئی ہو جس کی ایک کعبہ فیٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہے اس کا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہی کی گولی کا قطر ۴ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بناؤ اندر سے خالی لوہی کی گولی ۱۲ انچ موٹی جس کا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رکھگی

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ ۱/۲ انچ ہوں اور وزن اس کا ۸ ۱/۲ پونڈ ہو اگر اسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جس کی قطر بیرونی ۷ ۱/۲ انچ اور ۴ ۱/۲ انچ ہوں بنائیں تو اس کا کیا وزن ہوگا

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے مخروط مستدیر، انچ بلند و قاعدہ چکر کا نصف قطر ۱۲ انچ ہو بنائیں اور ایک اندر سے خالی گولہ ایک انچ موٹا اور ۴ انچ قطر بیرونی کا بنائیں تو ان دونوں کا حجم آپس میں برابر ہوگا

(۳۰) لوہی کا مخروط مضلع ایسا ہی کہ ارتفاع اس کا ۸ انچ ہے اور اس کا قاعدہ

مثلاً تنسکو اللہ صلی اللہ علیہ وسلم کا ۱۲ انچ ہوا اور ۱۲ انچ کی قطر کی گولی کا وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مخروط مصلع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کی قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ ہو تو بناؤ اس کا ارتفاع کیا رکھیں کہ حجم اس کا برابر اس کرہ کے ہو کہ جبکہ قطر ۱۲ انچ ہو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہو اور اس کی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو کہ جسے مخروط کا ۱۲ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہو اس کا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ مخروط کا حجم اس کرہ کے حجم کے برابر ہو جبکہ قطر ۱۰ فیٹ ہو

(۳۴) ایک مجسم سطح بنائی کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر اور دوسری طرف نصف کرہ ہو اور اس قاعدہ کا قطر ۵ فیٹ ہو اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۴۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۴ میل ہو تو بناؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند کی ان مثالوں میں جنذر الکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے

(۳۶) اس مکعب کنارہ دریافت کرو جبکہ حجم برابر اس کرہ کی ہو جبکہ قطر ۲۰ انچ ہے

(۳۷) اس کرہ کا قطر دریافت کرو جبکہ حجم برابر اس مکعب کے حجم کے ہو جبکہ کنارہ ۲۰ انچ ہے

(۳۸) اس کرہ کا قطر دریافت کرو جبکہ حجم برابر اس اسطوانہ کی ہو جبکہ قاعدہ کا نصف قطر

۸ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو

(۳۹) اگر ۳ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جس میں

۵ پونڈ بارود سمائی ہو

(۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی ۱۴ پونڈ وزن میں ہی تو جو سیسہ کا گولہ زمین

۵۸۱ پونڈ ہو بناؤ اس کا قطر کیا ہوگا

(۳۱) ایک بات ایسا ہی جس کا ایک کعبہ پنج وزن میں ۷۱۵۷ اونس ہو تو جو کرہ اس بات کا وزن میں ۱۴۵۱۲۲ اونس کا بنایا جاسی اور اس کا قطر بناو

(۳۲) ایک پیسہ کی حکمتی اسطوانہ کی شکل کی ہو ۱۲ انچ اونچی اور ۱۰ انچ قطر میں ہے اور اسے زور میں ہے اور ایک اور اس کے حکمتی گولہ کی شکل کی ہو اور وزن میں ۹۰ سیر فیوز کا قطر دریافت کرو

تیسویں فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کی مائینیں

(۷۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دونوں سروں کے نصف قطرون کی مربعوں کے جنہ مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۴۵ میں ضرب حاصل حجم ہوگا (۲۹۹) مثالیں

(۱) سروں کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ میں اور ارتفاع ۲ انچ

$$۱۲۱ + ۷۸۴ = ۹۰۵ \text{ اور } ۹۰۵ \times ۳ = ۲۷۱۵ \text{ اور } ۲۷۱۵ \div ۵۲۳۴۵ = ۵۵۹$$

$$۵۸۵ \div ۳۸۲۸ = ۵۲۳۴ \times ۲ \times ۵۵۹$$

پس ۵۸۵ کعبہ انچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سروں کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اور ارتفاع ۹ انچ ہے

$$۲۲۸۱ = ۸۱ + ۲۲۰۰ \text{ اور } ۲۲۰۰ \times ۳ = ۶۶۰۰ \text{ اور } ۶۶۰۰ \div ۵۲۳۴۵ = ۱۲۸۱$$

$$۱۱۴۹۱ \div ۳۸۲۸ = ۵۲۳۴ \times ۹ \times ۱۲۸۱$$

پس حجم تقریباً ۱۱۴۹۱ کعبہ انچ ہوگا

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھیں کہ قطعہ کرہ کا ایک سر کچھ نہیں ہے تو دفعہ ۲۹۸ میں جو قاعدہ بیان کیا گیا ہے اسی قطعہ کرہ کا حجم ہی دریافت ہو سکتا ہے مگر اس کے سطح سے قاعدہ بیان کرنا مناسب ہے اور اس میں بڑی آسانی ہے

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ چنانچہ مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل حجم کو ارتفاع ضرب کر دو
اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۴ میں پس حاصل حجم ہوگا
(۳۰۲) مثالین

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ اینچ ہے اور ارتفاع ۳ اینچ ہے

$$۳۳ \times ۳ = ۹۰ \text{ اور } ۹ + ۹ = ۱۸ \text{ اور } ۱۸ \times ۳ = ۵۴ \text{ اور } ۵۴ \times ۳ = ۱۶۲$$

پس حجم تقریباً ۱۳۲ مکعب اینچ ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۹ اینچ

$$۹ \text{ اینچ} = \frac{۳}{۴} \text{ فٹ اور } \frac{۳}{۴} \text{ فٹ کا مربع} = \frac{۹}{۱۶}$$

قاعدہ کا نصف قطر = $\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۳}{۴}$ کا مربع = $\frac{۹}{۱۶}$

$$\frac{۳۹}{۴} = \frac{۱۵۹}{۱۶} = \frac{۱۷۹}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶} \text{ اور } \frac{۱۷۹}{۱۶} \times ۳ = \frac{۵۳۷}{۱۶}$$

$$\frac{۵۳۷}{۱۶} \times \frac{۳۹}{۴} = ۱۶۸۸۲۵ \text{ پس حجم تقریباً } ۳۳۸۳ \text{ مکعب فیٹ ہے}$$

(۳۰۳) مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ اینچ ہے اور قطر کرہ ۱۸ اینچ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ ۸ کی شکل کا بیان یہی استعمال کرو
تومی د = ۳ اینچ اور ی ف = ۱۸ اینچ بموجب دفعہ ۸ کے ہکو مربع ۱۸ = ۳۳ کے در فٹ ہوگا

$$۳۳ \times ۳ = ۹۹ \text{ اور } ۹۹ + ۹۹ = ۱۹۸ \text{ اور } ۱۹۸ \times ۳ = ۵۹۴ \text{ اور } ۵۹۴ \times ۳ = ۱۷۸۲$$

پس حجم قریب ۱۷۸۲ مکعب اینچ کے ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۱۲ اینچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۱۲ اینچ ہی حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ ۸ کی شکل کو استعمال میں لاؤ تو

$$۱۲ = ۲۷ \text{ اینچ اور } ۲۷ = ۲۵ \text{ اینچ بموجب دفعہ ۸ کے ہم کو دریافت ہوگا کہ } ۲۷ = ۱۲$$

اسیوٹ دی = ۱۸ انچ اور ۲۲ کا مربع = ۵۷۶

۳۷۵۷۶ = ۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ = ۳۲۴ + ۲۰۵۲

۱۵۳۳۹۵۷۸۹۹ = ۵۲۳۴۸۱۸۲۰۵۲

پس حجم تقریباً ۱۹۳۳۰ مکعب انچ ہے

تیسویں فصل کی مثالیں

(۱) منطفہ کے سروں کی نصف قطر ۱ انچ اور ۱ انچ ہیں اور ارتفاع ۳ انچ اور اس کا حجم دریافت کرو

(۲) منطفہ کرہ کی سروں کی نصف قطر ۱۲ انچ اور ۱۲ انچ ہیں اور ارتفاع ۴ انچ ہے

اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح کرہ دو قطوں میں

منقسم ہوتا ہے اون دونوں میں سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۸ فیٹ ہے اور وہ دو قطوں میں منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ

دوسرے قطعہ کے دو چند ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاح ۹ انچ لمبی اور ۲ انچ قطر کی ہے اور اس کی سروں پر دو گولی لگی ہوئی ہیں ایک کا

قطر ۳ ۱/۲ انچ ہے سب لوہی کے ہیں اور لوہی کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ بوٹوں میں

مین ہونی ہو تو بناؤ اوس سلخ اور کرون کا سب وزن ملکر کیا ہے
 (۱۳۱) کرہ کا قطر ۹ فٹ ہے اور وہ دو متوازی سطحوں کے حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ان حصوں کے
 ارتفاع اسپرین برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 (۱۳۲) کرہ ۹ انچ قطر میں ہے اور چار حصوں متوازی سطحوں سے تقسیم ہوا ہے
 اور اونچی ارتفاع اسپرین برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 (۱۳۳) صلیبہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکی دونوں سرئی مرکز کی ایک ہے جانب میں واقع ہیں
 اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۱ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے
 (۱۳۴) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکا ہر ایک سر امرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہے
 اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے
 (۱۳۵) سپا یا قطعہ کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا عمق ۹ انچ اور قطر اوپر کا ۳ فٹ ہے
 تو بناؤ اور کتنی پٹ کے قریب بانی اوس میں سمائگا
 (۱۳۶) اس عوی کو مختلف صورتوں سے حساب لگا کر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع نصف
 قطر کرہ کا چوتھائی ہو تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اوس کرہ کی حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر
 برابر ارتفاع قطعہ کے ہے

اکتیسویں فصل محسبات غیر منظم

(۳۴) اب وہ ترکیبیں ہم بیان کرتے ہیں جی بعض صورتوں میں ہم کو اون محسبات کے
 حجم دریافت ہو جائیں جو اون قاعدوں کے اندر داخل نہیں ہیں جنکا بیان ہم نے اب تک کیا ہے
 (۳۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہے کہ بانی میں ڈوب جاتا ہے اور اوسکا کچھہ نقصان
 بانی میں ڈوب کر نہیں ہوتا ایک طرف مکعب کی شکل کا یا مجسم متوازی سطوح قائم الزاویہ
 اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا جو جسمیں آسانی ہو اور اوس میں اوس مجسم کو رکھ دو اور اوس میں
 بانی بہر ویساں تک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جاے اور جہاں تک بانی طرف میں ہو وہاں نشان لگاؤ

اے جسم کو بانی میں سے نکال کر اوجہات بانی ہنری ان طرف میں نشان کروا دیا ہر جسم
کہ جسم کا حجم برابر اوس بانی کی حجم کی ہوگا جو اون دونوں کے درمیان طرف میں نکالے
اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے

یا سطح عمل کرو کہ طرف کو بالکل بانی ہی بلب بہرہ دار زمین سے حجم کو رکھ دو اور
طرف سے نقل جای او سے تاب لو

(۳۰۶) اگر جسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکی حجم کا اندازہ اوسکی وزن سے سطح کر سکتے ہیں
کہ اوس جسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہو اسی اوسکی ایک مکعب پنچ کا وزن دینا کرین اوس
کے وزن کو اس پنچ مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت تعداد مکعب پنچوں کی حجم
کے حجم میں ہوگی اگر بجای ایک پنچ مکعب کے ہم کو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا
بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو تناسب کے حساب سے اوس حجم کا حجم دریافت کر سکتے ہیں
اونیسویں فصل کی آخرین مثالین اس اصول لکھی ہیں کہ اگر محسبات کا مادہ ایک ہی ہو تو
اون کے وزنوں میں وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکی حجموں میں نسبت ہوتی ہے

(۳۰۷) اٹھارہویں فصل میں جو قاعدہ لکھا ہوا اوسکے منشا یہ ایک قاعدہ محسبات کیواسطے ہی ہے
اوسے بعض محسبات کی حجم تقریباً دریافت ہو جائے ہیں

جسم کے طول کو برابر جفت حصوں میں تقسیم کرو اور بقا تقسیم سے سطح عمود طول جسم پر
سطح متقابل رقبہ دریافت کرو اور اول اور آخر رقبوں کو اور باقی طاق رقبوں اور
جفت رقبوں کے چوتھہ مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کے سطح متقابل
فاصلہ مشترک میں ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا

(۳۰۸) قاعدہ مذکورہ عموماً احوالات میں کہ حجم بہت سے سطح متقابل سے منقسم ہوگا زیادہ تر
صحیح ہوگا مگر جہاں حجم بہت ہی غیر منظم ہو وہاں قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہیں چاہیے بلکہ سطح
متقابل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتوں کی بنیاد شکل ہونا ہی اسلئے قاعدہ

مذکورہ بالا کچھ کام کا نہیں

فصل کی مثالیں

۱۔ طرف اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اس کی قاعدہ کا نصف قطر 10 انچ ہو ایک تہر کا مرکز اس طرف رکھا گیا اور طرف میں بانی اٹا بہر اگیا کہ تہر ڈمکایا اور جب تہر کو نکال لیا بانی 4 انچ اتر گیا اس تہر کا حجم دریافت کرو

(۳) ایک مکعب سنگ مرمر کا وزن 1244 اونس ہے، تو جس سنگ مرمر کا وزن 17 ٹن

۸ ہینڈ ریڈ ویٹ ہوگا اس کا کیا حجم ہوگا

(۳) بانی سی ہر ہوا سسہ 3 ہینڈ ریڈ ویٹ وزن میں ہو اور جب بیس چھائی ہوگا تو 100 ہونڈ او سکا وزن رکھایا تو طرف میں تقریباً بناو کتنی گیلن بانی تھا

(۴) بائچ برابر فاصلہ پر سطح متفاضل ایک مجسم کی کبھی گئی ہیں اور فاصلہ مشترک ہر فیٹ کا اور رفتی ان سطح متفاضل کی 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 ، 18 ، 19 ، 20 اور 21 ہیں

تو انجام کے سطح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہو اس کا حجم دریافت کرو

(۵) بائچ برابر فاصلے پر سطح متفاضل ایک مجسم کی کبھی گئیں اور فاصلہ مشترک 1 انچ اور سطح متفاضل دراز میں اور اونچی محیط جلا جدا 15 انچ و 14 انچ و 13 انچ و 12 انچ اور 11 انچ ہو

تو انجام کی سطح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہو اس کا حجم دریافت کرو

فصل محجمات متشابهہ کی بیان میں

(۳۹) محجمات متشابهہ کہلاتی ہیں جبکی صورت ایک سی ہو تو او انہیں حجم مختلف ہوں اکثر دراز کی بول حال میں جو محجمات متشابهہ ہوتی ہیں اون میں ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتی ہیں

(۴۰) تمام مکعب متشابهہ ہوتے ہیں - تمام کروی متشابهہ ہوتے ہیں

(۴۱) بہت سی صورتوں میں ایسا ہوتا ہے کہ دیان آسانی سے یہ بات دریافت ہوتی ہے

کہ مجسم متشابهہ ہیں مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی تینوں راجی ایک ہو

اسی ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ مکعب کا کنارہ ۲۴ فیٹ ہو وہ اس مکعب کے جس کا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھ سی دو چند سے زیادہ حجم میں ہوتا ہے

(۲) مخروط مقلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوس میں ایک ایسا مخروط ناقص قطع کر دے کہ وہ ایک چوہا مخروط مفروض کے ہو

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ہر ایک چیز بقا تو باقی حصہ میں چوتھائی مخروط کی ہوگا اور تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصل مخروط کا تشابہ ہوگا اسی طرح مخروط باقی رہا ہے اوسکی ارتفاع کی مکعب کے اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہر چوہا ۱۲ کی ۳ کو نسبت ہے ۱۲۹۶ سی پس مخروط کا ارتفاع چوہا ۱۲ بعد کٹنی کے رہا ہی ۱۲۹۶ کا جذر مکعب ہے اور وہ ۱۰۵۹۰۲۴ نکلتا ہے

پس اسی معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲-۱۰۵۹۰۲۴ یعنی ۱۰۵۹۰۲۴ ہے (۳) ناقص مخروط مستدیر کی سرور کے نصف قطر ۴ فیٹ اور افیٹ میں اور اس کا ارتفاع ۳ فیٹ ہے متوازی قاعدہ کی ایک سطح ایسی کہچو کہ اوس کے دو برابر جہی ہو جائیں دفعہ ۲۱۰ کی شکل میں اب اور اس دو سرور کی قطر میں اور بموجب اوس دفعہ کے مک مک = ۱۳۵ اور دم = ۷۵ فرض کر دے کہ سطح مطلوب عمود فاصلہ دل سے تعبیر ہوتا ہے تو ہم کو یہ دریافت ہوگا کہ دل کا مکعب برابر نصف مجموعہ دل اور دم کے مکعبوں کے ہے اور مکعب ۳۵ = ۱۲۵ اور مکعب ۷۵ = ۴۲۱۵۸۷۵

پس مکعب دل = ۱۳۵ کے ۱۲۵ اور اسی طرح دل میں فٹوں کی تعداد = ۲۵۴۵ کے جذر مکعب کے یعنی ۴۵۳۵۳۷ کے

پس اسی معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چوٹی سے سر = ۴۵۳۵۳۷ = ۱۵۸۵۳۷ =

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم سطح کے گنا گنا چھٹا جا کہ ایک مخروط مقلع ایسا بنایا

کہ او سکی قاعدی مربعی ہون اگرچہ بہ مثال شیک شیک متشابه محمات کی باب سے علاقہ
نہیں کہنیں مگر وہ یہاں آسانی سی بیان ہو سکتی ہے اسلئے لکھ دی ہے
فرضی کہ نصف قطر ایک سر کا ۲ فیٹ ہو اور نصف قطر دوسری کا ۳ فیٹ ہو اور
ارتفاع ۱۲ فیٹ ہو اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کی مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب میں =
 $\frac{1}{6} \times 12 \times 12 \times 12 = 1728$ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چاروں
طرف سے چیلایا گیا اور او سکی سر مربع بن گئے جنکے ضلع ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں تو
بموجب دفعہ ۲۶۸ مخروط مستدیر کا حجم مکعب میں

$$= \frac{1}{6} \times 12 \times 3 \times 3 \times 12 = 216 \text{ سو جو حجم کہ چیل کر انار ہی } 414 \times 84 \times 84 \text{ مکعب فیٹ ہو اور}$$

اصل حجم کا $\frac{414 \times 414}{238 \times 414}$ حصہ یعنی ۳۶ حجم مخروط مستدیر کا یعنی قریب $\frac{9}{14}$ اصل حجم
اس عمل کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھ فرض کیا جائے نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے
جواب حاصل ہوا ہی امتحان کرنی سے یہی ہی واضح ہوگا کہ سروں کی نصف قطر خواہ کچھ ہوگا
یہی عمل کا حاصل ہوگا جو یہ ہوا ہے

ایس اسی ثابت ہوا کہ نتیجہ یکساں ہے اور کل مخروطات ناقص بر جا ہے

بیسویں فصل کی مثالیں

(۱) توپ کا گولہ $\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ۹ پونڈ وزن میں ہو تو بناؤ اوسی ولت کی گولہ کا وزن
۵ پونچ سے کیا ہوگا

(۲) اگر دھاتی کل کا نمونہ وزن میں ۸ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی ولت کی بنا
جاسی کہ نمونہ بنا ہو اور او سکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادوں سے کو گنی ہو
تو اس کل کا وزن دریافت کرو

(۳) دو اسطوانی مستدیر قائم متشابه ہیں اور او سکی ارتفاع ۷ انچ اور اونچ میں
تو ثابت کرو کہ او سکی متشابه وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۳، ۵ انچ ہو حجم میں دو اسطوانوں

جسموں کی مجموعہ کم کر اور وہ اسطوانہ کا ارتفاع ۱۱،۴۰ انچ ہو اور ۱۱،۴۰ انچ سطوانہ کی مجموعہ کم کر کے
(۳) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۶ انچ اور اس کا حجم ۴۰۰ مکعب انچ فی عده ۴۰ انچ کی فاصلہ پر
متوازن قاعدہ کی ایک سطح کچی گئی ہو اس سطح پر جو دو حصے مخروط کی ہوں انہی حجم دریا کرو
نیچے کے چار مثالوں میں جذر لکعب نکالا جائیگا

(۵) توپ کا گولہ $\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ۳ سیروزن میں ہے تو جو گولہ اسی تپا کا ۳ سیروزن میں ہو اس کا قطر

(۶) سطوانہ مستدیر قائم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہو تو اس کی حجم میں جو گولہ اسطوانہ مستدیر ہو اس کا

ارتفاع دریافت کرو

(۷) مخروط ناقص کے سروں کی قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۵ فیٹ ہو
اور وہ دو برابر حصوں میں ایک سطح سے کہ متوازی قاعدہ کے ہر تقسیم ہو اسے تو چھوٹے
سر سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو

(۸) اگر مثال مذکور میں مخروط ناقص تین برابر حصوں میں سطحوں سے کہ متوازی قاعدہ کی ہوں
منقسم ہو تو ان سطح کا فاصلہ چھوٹی سر سے دریافت کرو

(۹) مسئلہ میں قلم پر ایک مخروط مضلع قائم ہو اس کو تیرا دہ چڑھا کر مخروط مستدیر بنا یا ہے
تو ثابت کرو کہ ایک سوین حصہ اس کا کچھ ہی زائد خیراد بر جہاں ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہو اور اس کی حجم کو چاروں طرف سے چیل کر اٹا کر
کہ وہ مخروط مستدیر بن گیا ہو تو ثابت کرو کہ کچھ ہی زیادہ اصل حجم کا نصف حصہ چیل کر اٹا کر گیا ہے

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہو اور اس کا ہر یک کنارہ ایک فیٹ ہو تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم
 $\frac{1}{3}$ ایک مکعب فیٹ کا ہو اور حجم مخروط مضلع کا جس کا قاعدہ مربع ہو اس طرح دریا کرو کہ اس کا مکعب $\frac{1}{3}$ میں ہو

(۱۲) مخروط مضلع سطح بن گیا ہو اور اس کا ہر یک کنارہ ایک فیٹ ہو تو ثابت کرو کہ
مخروط کا حجم $\frac{1}{3}$ مکعب فیٹ ہو اور جو مخروط مثلث بن گیا جاسی اور اس کا ہر یک کنارہ برابر

ہو تو اس کا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{1}{6}$ میں
یا انچوان ماب سطوح مجسمات کے قبی

مثلاً قطعہ دائرہ کی رقبہ دریا کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا وہ اس طائرہ کی اوزان کی قطعہات کی سطح کے رقبہ دریافت کرینین کام آیکجا جو دفعہ ۲۵۵ میں بیان ہوئی

(۱۶) مثالین

(۱) ایک مکعب ۸ انچ لنبا ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
 صہر یک طرف مکعب کے ایک مربع ہی اور اوس کا رقبہ ۶۴ مربع انچ ہی اور اوسکی چار طرفین میں
 کل سطح $۶۴ \times ۶ = ۳۸۴$ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہے

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہی ہر یک ضلع ۱۰ انچ لنبا ہی اور باقی چار طرف جو اس میں مخروط
 مثلث متساوی الاضلاع ہیں مخروط مصلع کی کل سطح کا رقبہ دریا کرو
 قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی اور ہر یک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۴ کی ۳۳ مربع انچ
 قریب اسوٹھ چاروں مثلثی طرفوں کا رقبہ ۱۳۳ مربع انچ ہی پس مخروط مصلع کی کل سطح
 ۳۳۲ مربع انچ ہے

(۳) ایک طرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے بنایا گیا ہے
 طول بیرونی اوسکا ۱۴ فیٹ عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریا
 اب سطح بیرونی میں دو سطح ایسی ہیں کہ جو ۱۴ فیٹ ۲ فیٹ میں اور دو سطح ایسی ہیں کہ ۱۴ فیٹ ۲
 فیٹ میں اور ایک سطح ۱۴ فیٹ ۲ فیٹ میں کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے
 فرض کرو کہ بہ طرف ایک نصف انچ موٹا دلا رہا جاوے تو جواب عملاً یہ ہوگا کہ اس ضخامت
 معینہ کے ایک چار اوس دہات کی ۴۰ مربع فیٹ اوس طرف کے بنائیکے سطح لین سطح
 ہر یک سوال حسین ضخامت فلزات کی بمقابلہ طرف کی استداد کے نہایت چھوٹی ہو
 حل ہو سکتا ہے

دفعہ ۲۵۵ میں ہشک ہشک ترکیب حل کرنی کی بیان ہوئی ہی اوس میں بیان کیا گیا ہے کہ
 بالکل صحیح نتیجہ ۲۸۱۷ ۱/۲ مکعب انچ ہی اب اگر فلزات کا ۴۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

مثالین تو او کا حجم ۲۸۸ مکعب ہوگا اسی ہم کو معلوم ہونا ہے کہ تقریبی حجم جو نکالا
وہ اصل حجم سے کچھ زیادہ ہے جس قدر مادہ کی ضخامت بتلی اور باریک ہوگی اسی قدر حجم تقریبی اور حجم
اصلی میں کم فرق ہوگا

(۴) ایک طرف مجسم متوازی اس طرح قائم الزاویہ شکل کا بنایا گیا ہے اور او کا ڈھکنا نہیں ہے
اور او کا قاعدہ مربع ہے اور اس میں ایک کعبہ کے سامنے دو اور او کا ارتفاع او کی طول سے نصف ہے
تو او کے اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو

ایک طرف اسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک کعب ہوگا جس میں ۲ مکعب فیٹ سمائیں گے
یعنی ۳۷۵۶ مکعب انچ اسی معلوم ہوا کہ طول قاعدہ کی ضلع کا ۳۷۵۶ کا جذر الکعب ہے
پس قاعدہ کی ضلع کا طول ۱۵۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے
تو قاعدہ کا رقبہ دو چند بانی جابر اطراف میں ہی ہر ایک ہے ہوگا اس واسطے کہ کل سطح اندرونی کا رقبہ
چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچوں میں وہ چند ۱۵۱۱۹ کے مربع سے ہوگا اور
عمل کرنی ہی معلوم ہوگا کہ وہ ۴۸۵۷۷ ہے

اسی معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ میں طرف فلزات کا بنایا جاتی اور اس فلزات کی ضخامت
معینہ نہایت بتلی ہو تو او کی ۴۸۶ مربع انچ طرف کے بنانے میں صرف ہوگی
(۵) اس اوپر کے دو مثالوں میں جسں اصول کی توضیح ہوئی ہے وہ اس طرح بیان ہیں
کہ ہم طرف کو کسی فلزات کا بنانا چاہیں اور او کی باریک ضخامت معینہ ہو تو او میں فلزات
کی تباہی طرف کے سطح بیرونی کی برابر بلین اگر اس اصول کو مان لیں تو نہایت دیکھتے ہیں
بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہیں مثلاً اس باب کے آخر میں جو مثالیں ۳۳۵۱۴ تک لکھیں
اونکی نتائج کا مقابلہ کریں اور اسی قبیل کے مثالوں کے دیکھتی ہیں کہ اس مسئلہ کو صحیح جانتی ہیں
کہ ایک طرف جس کا سما و معلوم ہی مجسم متوازی اس طرح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جائے اور او کا قاعدہ
مربع ہو اور او کا ڈھکنا ہو اور او کی ارتفاع نصف ہو تو او کے سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس طرف بنانی میں جب یہ منظر ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو طرف کو ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع او سکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۴۲ سی ۴۷ تک اور اسی قیل کی مثالوں کی نتائج کو دیکھ کر ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈکھنا ہی ہو تو کعب بنانی میں صرف بہت کم ہوگا

فرض کرو کہ ہم طرف مجسم متوازی سطح قائم الزاویہ کی شکل کا مربع قاعدہ پر بنانا چاہتے ہیں اسکی مصالح کی مقدار ہم کو معلوم ہے پس اگر ڈکھنا نہ ہوگا تو طرف کا سماؤ احوال میں بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع او سکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈکھنا ہی ہو تو طرف کا سماؤ احوال میں بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ طرف کعب ہو

تینتیسویں فصل کی مثالیں

اون کعبوں کی شکل سطحوں کی رقبہ دریافت کرو جنکی طول تفصیل ذیل معلوم ہیں

(۱) ۲ فیٹ ۶ انچ (۲) ۳ فیٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فیٹ ۷ انچ

جن مجسم متوازی سطح قائم الزاویہ کی استداد یہ تفصیل ذیل میں اونکی کل سطح کی رقبہ دریا کرے

(۵) ۲ فیٹ ۶ انچ و ۳ فیٹ ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۶ انچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ و ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ انچ و ۳ فیٹ ۷ انچ و ۴ فیٹ ۲ انچ

جن منشور مثلثی کے استداد یہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی کل سطح کے رقبہ دریا کرے

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۵ و ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۴ و ۴ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کے ضلع ۲ فیٹ ۱ انچ ۲ فیٹ ۱ انچ ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروطی ضلع کا قاعدہ مربع ہے اور قاعدہ کا ہر یک ضلع ۲ فیٹ ۷ انچ ہے اور

اوس خط کا طول جو اس قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط میں ملا یا جائے ۳ فیٹ ۵ انچ ہے اور

کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک مخروطی قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ ہے اور طول اوس خط مستقیم

کہ اس قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط میں ملا یا جائے ۸ فیٹ ۸ انچ ہے اور اس کے کل سطح کا

رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک مخروطی قاعدہ مربع ہے ہر یک ضلع قاعدہ کا ۳ فیٹ ۴ انچ ہے اور ہر یک کنارہ

۸ فیٹ ۵ انچ ہے اور اس کے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک مخروطی قاعدہ مربع ہے جس کا ہر یک ضلع ۲۸ فیٹ ہے اور ہر یک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے

اور اس مخروطی ضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) مخروطی قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف آپس میں برابر ہیں قاعدہ کا ہر یک ضلع ۷ فیٹ

۴ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۷ فیٹ ۴ انچ ہے اور اس کے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) مخروطی قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف اس کی آپس میں برابر ہیں ہر یک ضلع قاعدہ کا ۲۴ فیٹ

۲ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہے اور اس کے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں اور اضلاع اونچی ۲ فیٹ اور اونچی ۲ فیٹ ہیں

اور اس کے اطراف دو زلفہ ہیں اور اونکی متوازی اضلاع کی درمیان ۴ انچ کا فاصلہ اور اس کے

کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) مخروط ناقص کی سرے مربع ہیں اور اونکی اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۹ انچ ہیں

اور ہر یک طرف دو زلفہ ہے اور اونکی اضلاع متوازیہ کی درمیان فاصلہ ۱۸ انچ ہے اور اس کے کل

سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربعی شکل اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہیں باقی کنارے
میں سے ہر ایک کنارہ ۵ انچ ہے اور اسکی سطح کی کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربعی ہیں جنکی اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہیں باقی کنارے میں
سے ہر ایک کنارہ ۱۳ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) مجسم ذوزلقہ کی سطح مستطیل ہیں اور ایک اوئین ہے، فیٹ ۴ فیٹ ۴ انچ اور اسکی سطح
مستطیل ۴ فیٹ ۲ انچ ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کناروں میں ہر ایک کنارہ ۲۵ انچ ہے
اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) مخروط مثلثی کی چاروں اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک
کنارہ ۱۰ فیٹ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۴ انچ ۴ فیٹ ۸ انچ ہے اور باقی ہر ایک
کنارہ ۴ فیٹ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ، مربع فیٹ ۴ مربع انچ ہے اور اسکی جسامت دریافت کرو
(۲۷) محسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امساو ثلاثہ ۳، ۴، ۵ فیٹ ہیں

تو جس مکعب کے سطح اس محسم کی سطح کے برابر ہوا اسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) قانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ اور اسکی ذوزلقہ اطراف کا
ضلع ۲۵ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۹) قانہ کا کنارہ ۱۱ انچ ہے قاعدہ کا طول ۴ انچ اور عرض ۲ انچ اور ذوزلقہ اطراف کا
ہر ایک ضلع ۴ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کی سرے مسدس منتظم ہیں اور ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہے اور اسکی
کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مخروط کا قاعدہ منشور منتظم ہے اور اسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہے اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۲۵ فیٹ

۱) ایک ہی قاعدہ سمیت دو سکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲) حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استوار تلاش ۸ اینچ اور ۱۴ اینچ اور ۱۴ اینچ سمیت

تو جو کعب اس حجم کی برابر ہو اسکی سطح کا کل رقبہ دریافت کرو

(۳) حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ دوہ ۱۴ اینچ ہیں اسکی سطح کا کل رقبہ

اور اس حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جبکہ ارتفاع وہی ہو جو پہلی حجم کا

تھا اور قاعدہ مربع ہو دو حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا ارتفاع اور حجم ایک ہی ہو اور اوپر من

سے ایک حجم کا قاعدہ مربع ہو تو اسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سی کم ہوگی اس سے عا کو ذیل کے

مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا اور مجسمات کی سطح سی جبکہ ارتفاع اور حجم ملی

مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدی اونچی براب ہوں متقابلہ کر کے ثابت کرو

(۳۲) قاعدہ ۳ فیٹ ۸ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ ۸ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ ۸ فیٹ ارتفاع ۱۵ فیٹ

ان سیچے کی نشان میں جذر کعب نکلی کا

ایک طرف بغیر کسی کے حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہو اور قاعدہ اوپر کا مربع

اور اوپر من... کعب ایچ کا سماوی ہو اسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ صورت مفصل ذیل میں درکار ہو

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر چند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر چند طول کے

(۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

ایک طرف دیگر کہنی سمیت حجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اور قاعدہ کا سماو

۱۰۰ المعب ایچ ہی تو او کی سطح اندرونی کا کل رقبہ صورت مفصلہ ذیل میں دریافت کرو

(۲۲) ارتفاع برابر طول کے

(۲۳) ارتفاع برابر دو چند طول کے

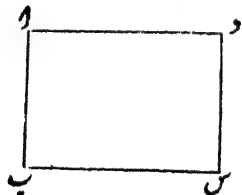
(۲۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۲۵) ارتفاع برابر چہند طول کے

(۲۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چوتیسویں فصل اسطوانہ مستدیر قائم کی بیان میں

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح میں دو سر مدور ہوتی ہیں اور ایک اور حصہ سطح کا ہونا ہے



جس کو ہم سطح مخنی یا مستدیر کہتے ہیں

(۱۹) فرض کرو کہ اب اس دایک مستطیل ہے

او سکوا ایک غذا و صلی کا کٹر کرنا لو اور ہر او کو موڑو

پہا ننگ کے کنارہ اب کنارہ دس سے چھپاے

تو ظاہر ہے کہ موڑ لوڑ کر کا غذا ایک اسطوانہ محبت کی صورت کا بن جائیگا اسطوانہ کا ارتفاع اب

اور ب س قاعدہ کا محیط ہوگا اسی یہ معلوم ہوتا ہے کہ سطح مخنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اس مستطیل کے

رقبہ کی ہر جہا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کی ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ

کے ہو پس اسی یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے بیان ہوتا ہے

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے سطح مخنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو

(۲۱) مثالین

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور اسطوانہ کا

ارتفاع ۲ ۱/۲ فیٹ ہے سطح مخنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = $۳۶۱۲۷۱۴ \times ۳ \times ۲ = ۱۸۵۸۲۹۴$ فیٹ

$۲۷۵۱۲۲ = ۱۸۵۸۲۹۴ \times \frac{۵}{۴}$

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۲۷۵۱۲۲ مربع فیٹ کے ہوگا
(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا قطر ۱۴ انچ ہے اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریا کر

محیط قاعدہ = $۳۶۱۲۷۱۴ \times ۱۴ = ۵۰۵۶۵۹۴$ مربع انچوں کے اور $۵۰۵۶۵۹۴ = ۵۴۵۹۴$

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶۵۹ مربع انچ کے ہے

دو دوسروں کا رقبہ مربع انچوں میں = $۳۶۱۲۷۱۴ \times ۴ \times ۲ = ۲۰۲۵۱۲۲۸$

$۱۴۵۸۵۷۴۲۸ = ۲۰۲۵۱۲۲۸ + ۱۲۵۶۵۹$

اسوٹا کل سطح کا رقبہ ۱۴۵۸۵۷۴۲۸ مربع انچ ہے

(۳۲) دفعہ ۳۲ کے قاعدہ پہنچتا ہے اسائی استخراج ہوتے ہیں

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی اسطوانہ

کے دونوں سروں کے رقبوں کی اور اگر ارتفاع دو جز نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا

سروں کے رقبہ سی دو جز ہوگا اور اگر ارتفاع تین جز نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا

سروں کے رقبہ سی تین جز ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف نصف قطر سی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف سروں کے رقبہ سی ہوگا اور اگر

نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ ثلث سروں کی رقبہ سی ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

پس آتے ہیں نتیجہ مستنبط کرتے ہیں کہ اسطوانہ مستدیر قائم کی ارتفاع کو دہری

نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبہ کو دونوں سروں کے

رقبوں سے نسبت ہے

(۳۳) دفعہ ۳۱ کے عمل سی ہم اور طرح کی ہی محوٹ اسطوانی قائم بنا سکتی ہیں جنکی قاعدہ

دائرہ ہوں بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہوں پس ہم دیکھتی ہیں کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ اس طرح دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کی مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب کرین
(۳۳۳) اب ہم بعض مثالیں مشتق کے واسطی حل کرتے ہیں

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کی ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب فقہ ۳۲۲ کے سطح منحنی کا رقبہ ایک سر کے برابر ہے پس ایک سری کا سہ چنڈر رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے اسطوانے ایک سر کا رقبہ $\frac{1}{2} \times 20 = 10$ مربع فیٹ = ۹۶ مربع انچ کی اب بموجب دفعہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

۹۶ کو ۱۷۱ سے تقسیم کرو تو خارج قسمت ۵۸.۵۲ نکلیے گا اور اس کا جذر ۷.۶۵۱ ہے پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۵.۳۰ انچ کے قریب قریب ہے

(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہے اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = $120 \div 30 = 4$ لیکن بموجب فقہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کی پس نصف قطر کا نصف ۴ فیٹ ہے اسطوانے نصف قطر ۸ فیٹ ہے

اسی معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = $3.14159 \times 16 = 50.2654$ فیٹ

اسطوانے اسطوانہ کا ارتفاع = $50.2654 \div 3 = 16.7518$ فیٹ

(۳) ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اس کا سماؤ ایک مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع برابر قاعدہ کی نصف قطر کے ہے تو اس کی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو اسطوانہ کا حجم ۱۷۱ مکعب انچ دفعہ ۲۵۲ کے طرح عمل کنی ہی حاصل ہوگا اور ارتفاع

انچوں میں $\frac{16.7518}{3.14159}$ کا جذر لکعب ہوگا پس اسی معلوم ہوا کہ ارتفاع ۸.۱۷۲۲ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا رقبہ چند ایک سرخی رقبہ ہوا پس اگر چند چھینیں اس کا رقبہ چند اور حاصل ہے
جو ۱۷۱۶ و ۱۳۴۲ و ۱۹۳۴ کے مربع میں بی بیڑ حاصل ہوتا، عمل کرنی سے معلوم ہوا کہ وہ ۱۳۳۵ و ۱۳۳۵
اس نتیجہ سے اور آخر نتائج سے جو دفعہ ۳۱۶ میں حاصل ہوئی ہیں ان سے معلوم ہوتا ہے کہ اس شکل کے
ظرف کی بنائی کی واسطی مصالح بہ نسبت اس ظرف کی جس کا ذکر دفعہ مذکور میں ہوا ہے کم جابجائی
(۳۲۵) اس باجے آخر میں ۲۱ سر ۳۸۸ لکھی ہیں ان سے اور اسی قبیل کی مثالوں میں
نتائج کو تبیین مفادہ کرنی سے معلوم ہوا ہے کہ ظرف کو بغیر دیکھنی کی اس واسطی سطرانہ کی شکل کے
بنائی میں فائدہ ہی کہ زمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کی ہو اور اگر دیکھنا ہی ہو تو اس صورت
میں فائدہ ہے کہ ارتفاع دو چند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکون کی اسطوانوں میں حصول مذکور کو مانکر ہم نہ ٹھہری ہی مصالح ہی ایک طرف جسکا ساو معلوم ہونا سکتی ہیں اور اگر مصالح دیدیا جائے تو اسی طرف بڑی ہی بڑی ساو کا بتا سکتے ہیں

چونتیسویں فصل کی مثالیں

جن قائم مستدیر سلطانوں میں ہندو اور بھٹیل ذیل معلوم ہیں اور میں نے سطح مخنی کا کل سبب دریا کرو

- (۱) ارتفاع ۲ فیت ۲ اینچ قاعده کا محیط ۴۲ فیت
(۲) ارتفاع ۲ فیت ۵ اینچ قاعده کا محیط ۴۲ فیت ۹ اینچ
(۳) ارتفاع ۱ فیت ۱۰ اینچ قاعده کا نصف قطر ۵ اینچ
(۴) ارتفاع ۲ فیت ۴ اینچ قاعده کا نصف قطر ۲ فیت ۲ اینچ
(۵) ارتفاع ۴۰ فیت قاعده کا نصف قطر ۸ فیت

جن فام مستدير اسطوانون من استلاد به تفصيل ذيل معلوم هين اوله كا كل سقبه دريا كرو

- (۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ
(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۴ اینچ
(۸) ارتفاع ۱ فیٹ ۲ اینچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ اینچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳۰ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دو چہ نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کا نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۳ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۵ مکعب فیٹ ہے ایک سر کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا رقبہ ۱۴، ۱۲، ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۳، ۲، ۱ مکعب ہے اور حجم ۴ مکعب ہے انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

اشد مفصلہ ذیل میں جذر الکعب نکالاجائیگا

ایک طرف بغیر ڈبکنی کے ہے اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کل ہر اور اوکھین ۳۱۴
مکعب ایچ کا سماو ہے بصورت مفصلہ ذیل میں اوکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دو چند

(۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سہ چند

(۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک طرف ڈبکنی سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کل ہر اور اوکھین ۳۱۴ مکعب
ایچ کا سماو ہے پس صورت مفصلہ ذیل میں اوکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ ایچ ہر اوکھین کی برابر حجم میں ایک اسطوانہ مستدیر جس کا ارتفاع

برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو مکعب برابر اسطوانہ میں ہر ایک کے کل سطح اندرونی دریافت کرو

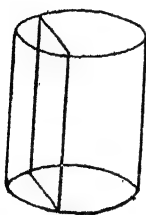
(۳۲) ایک طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈبکنی کے ہو اور اوکھین ۳۱۴ کی شکل تانی

میں تو کل سطح اندرونی طرف کی اوس حالت میں دریافت کرو کہ وہ کم از کم مصالح میں ظہرت نیار ہو جائے

پنیشیوں فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور قطعہ کی مثالیں

(۳۲۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی قطعات کی سطح مخنی کے رقبہ نشان قاعدہ کے

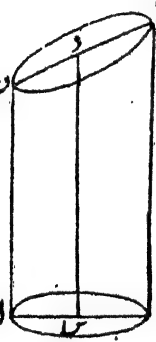
دریافت ہو سکتی ہیں اب ہم اول کو بتلاتے ہیں



(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے متوازی سطح سر در حصوں میں منقسم ہوا ہے حصہ کے سطح میں دو قطعات دائرہ کی ہیں اور ایک مستطیل اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہے

اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ موجب فہ ۸۵ کے دریافت ہو سکتا ہے اور مستطیل کا رقبہ موجب فہ ۳۴ کے اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ دریا ہوتا ہے کہ قوس کی طول کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب کر یا رقبہ مستطیل اور سطح منحنی دونوں ساتھ موجب فہ ۳۲ کے ہم دریا کریں یہ قاعدہ کی محیط کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دین

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح سر جو محور پر باطل ہو اور قاعدہ متغی قطع کر ایک مجسم بنائیں تو اس مجسم کے سطح میں دو ہیں ایک حصہ میں قاعدہ اور دہ دائرہ اور دوسرا حصہ وہ ہے ایک سطح منحنی مستوی اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے قاعدہ کا رقبہ موجب فہ ۴۸ کی دریا ہو سکتا ہے اور دوسرا حصہ کے رقبہ دریا کر نیا کوئی قاعدہ بالکل صحیح ایک نہیں بیان ہوا لیکن موجب فہ ۴۲ کے اوپر کا رقبہ تقریباً دریافت ہو سکتا ہے اس سطح منحنی کو بیضی کہتی ہیں اور تحقیقات ریاضیہ میں وہ بشری مطلب ہوتا ہے



سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ دریا ہوتا ہے کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم میں ضرب دین (۳۲۹) دفعہ ۲۵۴ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہا اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۴ (۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحیں قطع کرنی ہیں اور دہ محور پر باطل ہو اور قاعدہ سر نہیں ملتیں اور اسی ایک مجسم پیدا ہوتا ہے۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ دریا ہوتا ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کی محیط کو ارتفاع مجسم میں ضرب دین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۴ کی سمجھنا چاہا استخراج اس امر واقعی پر موقوف ہے کہ مجسم کو ہم تفاوت اول و دوم مجسموں کا نتیجہ میں

جس کا ذکر دفعہ ۲۵۹ یا ۳۲۸ میں ہوا ہے
(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ حلقہ کی کسی سطح متفاضل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول میں ضرب دو
طول حلقہ کی معنی موافق دفعہ ۲۴۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۴۰ کے سمجھو
(۳۳۲) مثالیں

(۱) حلقہ کی متفاضل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے
محیط متفاضل مدور حلقہ کا ۳۵۱۴۷۲×۳۵۱۴۷۲ انچ ہی اس لیے حلقہ کی سطح کا ۳۵۱۴۷۲×۱۰
یعنی ۳۵۱۴۷۲ پس رقبہ سطح کا ۴۳۳ مربع انچ کے قریب ہے
(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۷ انچ اور قطر بیرونی ۸ انچ ہے
بموجب دفعہ ۲۴۲ کے نصف قطر فضل مدور کا $\frac{1}{2}$ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳۳۵۴۲ انچ ہے
اس لیے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ میں $\frac{1}{2} \times ۳۵۱۴۷۲ \times ۲۳۳۵۴۲ = ۳۷۵۰۱$

پینتیسویں فصل کی مثالیں

(۱) دفعہ ۳۳۱ کی شکل میں دو حصوں کی اندر چوٹی حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کر کے
دریافت کرو کہ ارتفاع مجسم ۴ فٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے
(۲) دفعہ ۳۳۲ کی شکل میں دو حصوں کے اندر چوٹی حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کر کے
دریافت کرو کہ ارتفاع مجسم ۴ فٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور وتر مرکز دائرہ برابر
قائمہ کا محاذی ہے

(۳) اسطوانہ کی قاعدہ کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے اور محور اسطوانہ پر دو سطح مائل ہیں اور
قاعدہ ہر نہیں ملتیں وہ اسطوانہ سی ایک مجسم قطع کر کے بنیاد کرنی ہیں ان دو سطحوں کے
درمیان جو حصہ محور کا آنا ہو اس کا طول ۳۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو
جن حلقوں میں اسطوانہ مفصلہ ذیل معلوم ہیں انہی سطح کا رقبہ مربع انچوں میں دریافت کرو

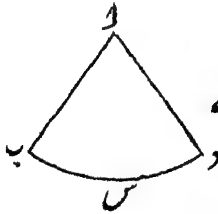
- (۴) طول ۲۰ اینچ اور سطح متقابل کا محیط ۴۲ اینچ ہے
 (۵) طول ۲۵ اینچ اور سطح متقابل کا نصف قطر ۳ اینچ
 (۶) قطر بیرونی ۱۷ اینچ اور قطر اندرونی ۱۳ اینچ
 (۷) قطر اندرونی ۱۱ اینچ اور سطح متقابل کا قطر ۲ اینچ
 (۸) قطر بیرونی ۲۴ اینچ اور سطح متقابل کا قطر ۳ اینچ
 (۹) قطر بیرونی ۲۵ اینچ متقابل مدور کا محیط ۱۰ اینچ
 (۱۰) قطر اندرونی ۲۰ اینچ متقابل مدور کا محیط ۱۲ اینچ

- (۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع اینچ اور سطح متقابل کا نصف قطر ۱ اینچ ہر حلقہ کا طول دریافت کرو
 (۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع اینچ ہی اور طول ۲۰ اینچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسویں فصل مخروط مستدیر قائم کی بیان میں

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر میں دو حصہ ہوتی ہیں ایک حصہ لوقاعدہ ہوتا ہے اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے

(۳۳۴) فرض کرو کہ اب س د ایک قطاع دائرہ ہو اور کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ



اور یہ ہر او کو موڑو یہاں تک کہ رادہ اب کنارہ آد کے ساتھ متصل ہو جائے

اب بہم بادی نظر میں معلوم ہوتا ہے کہ یہی اور اندر خالی یعنی محون جو چیز ہینکے

او کی سطح بالکل مخروط مستدیر کے سطح منحنی سے مطابقت رکھتی ہے

اور اس مخروط مستدیر کا ہوگا اور اب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط

مستدیر کا محیط اسی بہم استخراج ہوتا ہے کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر ہو

قطاع کے ہوتی ہے جس کا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو

اور فوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل

استنباط ہوتا ہے

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر میں ضرب اور نصف حاصل ضرب سطح منحنی (۳۳۶) مثالیں

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ انچوں میں} = 35114 \times 8 \times 2 = 562454$$

$$35114 \times 8 \times 2 = 562454 \times 14 \times \frac{1}{2}$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۴ فٹ اور ارتفاع اوکاس ۳ فٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہیے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل

$$4 + 14 \text{ کا جذر یعنی } 25 \text{ کا جذر یعنی } 5 \text{ ہے}$$

$$425832 = 35114 \times 20 = 35114 \times 4 \times 5 \times 5 \times \frac{1}{2}$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۴۲۵۸۳۲ مربع فٹ ہے

$$\text{قاعدہ کا رقبہ} = 35114 \times 4 \times 4 = 562454 \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{اسو کل سطح کا رقبہ مربع فٹ میں} = 562454 + 425832 = 988286$$

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ آسانی مستنبط ہوتا ہے کہ

اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دو چند قاعدہ کا رقبہ ہوگا اور اگر ارتفاع اوکاس مخروط مستدیر کا نصف قطر قاعدہ مخروط ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف قاعدہ مخروط کی رقبہ ہوگا اور علیٰ ہذا انقیاس

پس ان نتائج کو پورا بیان کر سکتی ہیں کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ ہی رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کی رقبہ ہی نسبت رکھتا ہے

(۳۸) اب ہم بعض مثالیں بطور شوق کے حل کرتے ہیں

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ $\frac{1}{2} \pi r l$ مربع فٹ ہے اور ارتفاع مائل دو چہ نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کر دو۔

بموجب قعدہ ۳۳ کے سطح منحنی کا رقبہ برابر ہر قاعدہ کے دو چند رقبہ کے اسی طرح قاعدہ کا چند رقبہ برابر ۲۴ مربع فیٹ کی ایسی قاعدہ کا رقبہ ہر مربع فیٹ میں قاعدہ کا نصف قطر موافق دفعہ ۱۷ کے سطح دریافت ہو جائیگا کہ اگر کوئی ۱۸۱۶ سو پرتقسیم کرو تو خارج قیمت ۵۴۶۲ و ۵۴۶۲ اور اسکا جزر ۵۵۔۵ راکی تقریباً پیش قاعدہ کا نصف قطر ۵۹۔۵ یا فیٹ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کاجم ۲۰ کعبه ای اور ارتفاع دو چند نصف قطری ای تو کل سطح مخروط کارقبه دریافت کرو

بموجب فقرہ ۱۶۳ کے قطرقاعدہ کا معیہ ۱۳۱۴ء کی ۲۴ کا حاصل ضرب برابر ۲ کے
پس نصف قطرقاعدہ کا معیہ

$$950 \text{ m}^2 = \frac{1 \text{ km}^2}{1000000} = \frac{4}{1000000 \times 1} =$$

اسو سطح قاعدہ کا نصف قطر فٹوں میں ۵۴۹ کا جذر الکعب ہے اور یہ برابر ۱۲۱۵ کی ہے
اسو سطح رقبہ قاعدہ مربع فٹوں میں ۱۲۱۴ اور ۱۲۱۵ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور
یہ برابر ہے ۱۴۰۱۲۰ کے

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر افٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا فیٹ تو ارتفاع مائل
ماہ فیٹ بموجب فیٹ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ماہ گن نصف قطر قاعدہ کا
ہوگا پس اس صورت میں ارتفاع دو چیز نصف قطر قاعدہ کی ہے اسلئے ارتفاع مائل ماہ گن
نصف قطر قاعدہ کی ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲۳۴ و ۲ گن نصف قطر قاعدہ کی ہوتی بموجب
دفعہ ۳۳ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح سطحی مربع فیٹ میں ۲۳۴ و ۲ اور ۱۵۷ و ۱۵۷ اینچ کا

ماہل ضرب ہے یعنی ۳۱۵۳۱

اسی سوا سطح کا کل قبیہ مربع فیٹ میں = $251170 + 317416 = 568586$

(۳) ایک محفوظ مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فٹ ہو اور ارتفاع مائل چنید نصف قطر قاعدہ سے ہو
کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اگر قاعدہ کا نصف قطر افٹ ہو تا اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع ۸۸ فیٹ
بموجب فہ ۴۰ کی ہو تا یعنی ارتفاع ۸۸ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت میں
ارتفاع مائل چنید نصف قطر قاعدہ سی ہی تو ارتفاع ۸۸ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہو
پس موافق مثال گذشتہ کی عمل کر دے یہ معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب $\frac{20 \times 3}{351174 \times 88} =$
اور یہ برابر ۵۲۷۴ کی اسی سوا نصف قطر قاعدہ کا جذر مکعب عدد مذکور کا ۸۹۰ ہے
بموجب فہ ۳۳ کے کل سطح کا رقبہ ۸۸ گنا رقبہ قاعدہ سی ہی پس مربع فیٹ میں چونکہ حاصل
ضرب ۳۱۷۴ اور مربع ۸۹۰ کا ہی اور یہ حاصل ضرب ۲۷۸۸۸۸ ہے

اس مثال میں کل سطح مقدار میں بنسبت مثال گذشتہ کی کم ہو اور اس باب کے آخر میں جو
مثالیں لکھی ہیں ان میں اس سے ہم مکث مثالوں کی اور فیصل کی اور مثالوں کی نتائج کو مقابلہ
کرنے سے نفس الامر میں یہ بات معلوم ہوگی کہ محفوظ مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اس کا
جبکہ ہی نہایت بڑی سی بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل چنید نصف قطر قاعدہ سے ہوگا
اور اگر حجم محفوظ مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اس کی بنسبت کم سی کم ہوگی کہ ارتفاع
مائل چنید نصف قطر سے ہوگا

چہتیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مستدیر قائم میں مسئلہ ذیل معلوم ہیں ان کی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۴ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر افٹ ۹ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا احاطہ ۳۲ ۳۸ ۴۰ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کے سطح کی رقبہ بروج فیٹ ہیں یا

(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ ۳ ۵ فیٹ نصف قطر ۳ ۳ ۳ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴ ۴ ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ ۴ ۴ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ایک فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۱۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۵۰ مربع انچ ہو اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے

ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہو اور محیط قاعدہ ۶۴ انچ ہے

محروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) محروط مستدیر قائم کی سطح مسخنی کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۵ فیٹ ہے

ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۴) محروط مستدیر قائم کی سطح مسخنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ فیٹ ہے

محروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) محروط مستدیر کی سطح مسخنی کا رقبہ ۴۵ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے

محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) محروط مستدیر قائم کی سطح مسخنی کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۳۰ فیٹ ہے

قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) محروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۵۱ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۳۰ فیٹ ہے

قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) محروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۱۰ فیٹ ہے

قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خمیہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۸ فیٹ اونچا بنا نا ہی تو پون گز عرض کا ٹاٹ

اوسمین کتنا لگے گا

(۳۰) ایک مخروطی خمیہ ۱۰ گز قطر اور ۱۰ فیٹ بلند بنا نا ہی اوسمین دو تہائی گز عرض کا

ٹاٹ کتنا صرف ہوگا

محروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے تو صورت مفصلہ ذیل میں اونکا حجم دریافت کرو

(۳۱) ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل چنید نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل سچکنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چھبہ گنا نصف قطر قاعدہ سے

ان مثلثوں میں جذر الکعب نکالنا بڑھتا ہے

محفوظ مستدیر قائم کا حجم ۳۱۴۱۶ مکعب انچز ہی صورت مفصلہ ذیل کی اندر کل سطح کا رقبہ مربع
انچوں میں دریافت کرو

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کی

(۳۷) ارتفاع دو چندان نصف قطر قاعدہ سے

(۳۸) ارتفاع سید نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

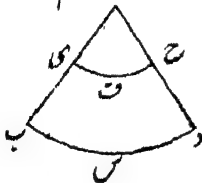
(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسویں فصل محفوظ مستدیر ناقص کن بیانیں

(۴۱) محفوظ مستدیر ناقص کے سطح کے دو حصے ہوتی ہیں ایک حصہ میں دو دور سروں کی سطح

اور دوسرے حصہ میں سطح منحنی

(۴۲) فرض کرو کہ اوبس دو قطاع دائرہ کے مرکز اور اوب سے کم کسی نصف قطر پر



توس ہی قطع انچوبس وجہی کو

کاغذ یا وہی کا کٹر کر نالو اور او کو موڑو بیاننگ

مگر کارہ ہی ب کنارہ کے ساتھ وصل ہوگا

اب بادی نظر میں یہ معلوم ہوا کہ اسی تالی مجتہد بن گئی جس کے باہر کی سطح محفوظ

مستدیر ناقص کے سطح منحنی سے بالکل مطابقت رکھتی ہے اور یہی ف ح ایک سر کا محیط

اور بس دو سرے کا محیط ہے اور یہی ب ارتفاع مائل محفوظ مستدیر ناقص

کا ہی پس اسی ثابت ہوا کہ سطح منحنی محفوظ مستدیر ناقص کے برابر اون دو قطاع

دائرہ کی تفاوت کی ہوتی ہے جس کا زاویہ مشترک ہوتا ہے اور قوسین قطع کی مخروط ناقص کے سروں کے محیطوں کے
اور ان کی نصف قطروں کا فرق مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے تو درجہ ۱۸۳ کے
آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جس کا نیچے بیان ہوتا ہے
(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سروں کے محیطوں کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط
ناقص میں ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا
(۳۴۲) مثالین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف
قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو
انچوں میں محیطوں کا حاصل ضرب ۱۴۱۴ اور مجموعہ ۳۰ اور ۳۰ کا یعنی ۵۰ کا ہے
پس محیطوں کا مجموعہ ۳۰۱۴۱۴۵۰ انچ ہے

$$\frac{1}{2} \times 1414 \times 50 = 353500 \text{ انچ} = 353500 \times 12 = 4242000 \text{ مربع انچ ہے}$$

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا
نصف قطر ۸ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ میں

$$353500 \times 12 = 4242000 \text{ مربع انچ}$$

رقبہ ایک سرے کا مربع فیٹ میں = $353500 \times 12 = 4242000$ اور رقبہ دوسرے سرے کا
مربع فیٹ میں = $353500 \times 12 = 4242000$ پس اسی معلوم ہوا کہ کل سطح کا رقبہ حاصل ضرب
۳۵۳۵۰۰ اور مجموعہ ۱۰۲ اور ۱۰۲ یعنی ۱۹۳ کا ہے

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں

$$4.453288 = 3.512714 \times 1.29 =$$

(۳۳) دفعہ ۳۴ کے قاعدہ سے نتیجہ مستنبط نہ ہا کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سروں کے نصف قطروں کی تفاوت سے وہی نسبت ہو جو سطح مسطحی کا رقبہ سروں کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہے

(۳۴) اب ہم بعض مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سروں کے نصف قطر ۵ انچ اور ۱۲ انچ ہیں اور ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا ۴ انچ ہے سطح مسطحی کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ شکل مخروط مستدیر ناقص کے ایک تراش ہو جو ایک سطح سے جس میں محور ہی ہوتی ہے اب بیان دیکھتی ہیں کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جو ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہو اور دوسرا ضلع سروں کی نصف قطروں کا تفاوت ہے اس صورت میں مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور نصف قطروں کا تفاوت ۳ انچ ہے اس واسطے بموجب قاعدہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہے



$$اسی واسطے سطح مسطحی کا رقبہ انچ مربعوں میں = 3.512714 \times 1.29 \times 5 = 24.453288$$

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سروں کے قطر ۱۴ فٹ اور ۲۲ فٹ ہیں اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہے اوس خارج قسمت کی جو ان قطروں کی حاصل ضرب کو انہی مجموعہ پر تقسیم کرنے پر پیدا ہوتا ہے سطح مسطحی کا رقبہ اور دونوں سروں کا رقبہ دریافت کرو

$$ارتفاع مخروط ناقص فٹ میں = \frac{22 \times 14}{10} = \frac{22 \times 14}{10} = 30.8$$

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے ۴ کا مربع = ۱۶ اور ۱۴۲۵۱۴

سروں کے نصف قطروں کا تفاوت ۴ فٹ ہے اور ۲۲ کا مربع = ۱۴

$$14 + 42514 = 11.0814 \text{ کا جذر} = 3.328 \text{ پس ارتفاع مائل } 10.7 \text{ فٹ ہے}$$

پس کل سطح مسطحی کا رقبہ مربع فٹوں میں

$$= ۲۰ \times ۱۰ \times ۲۰ \times ۱۴ \div ۳ = ۱۸۶۶.۶۷ \text{ یا } ۱۸۶۷ = ۲۰ \times ۳۰۸ \div ۴ = ۱۵۳۵$$

اور دونوں سروں کا رقبہ ۱۸۶۷ اور ۱۸۶۷ اور ۱۸۶۷ اور ۱۸۶۷ کی مجموعہ کا حاصل ضرب ہے
یعنی حاصل ضرب ۱۸۶۷ اور مجموعہ ۱۸۶۷ اور ۱۸۶۷ کا ہر یعنی حاصل ضرب ۱۸۶۷ اور ۱۸۶۷
اسی معلوم ہوا کہ رقبہ دونوں سروں کا برابر سطح منحنی کی ہی بہتر امتحان سی معلوم ہوگا کہ یہی بیشہ
صورت ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اس خارج قسمت کی ہو جو قطرون کے
حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سروں کی نصف قطر ۸ انچ اور اونچ ۸ ہون اور ارتفاع مائل
۱۶ انچ اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصوں میں تقسیم کی جائے تو ارتفاع مائل ہر یک کا دریا کرو
اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہیں

دفعہ ۷۷ کہ چوتھی مثال میں جس ترکیب استعمال میں لائی تھی اگر اسی بیان استعمال میں لائیں
تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اس سطح ارتفاع مائل چوتھی مخروط کا ۲۸ انچ
اب دفعہ ۲۱۰ کی طرح عمل کر کے فاصلہ مائل اس سطح سے جو سطح منحنی مخروط کو دو حصوں میں تقسیم
کرتی ہے دریافت کرتے ہیں ۲۲ کا مربع ۵۶۶ ہے اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہے اور
ان مربعوں کا نصف مجموعہ ۳۳۸ ہے اور ۳۸ کا جذر ۱۹.۷ ہے کہ فریب ۲۸ کو اسی قدر
تو باقی ۱۹۷ ہے پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۱۹۷ انچ کے قریب ہے اور اس سطح دو حصوں
ارتفاع مائل ۲۸۳۲ انچ ہے کچھ کم ہے

تیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مستدیر ناقص میں اشداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہوں اور سطح منحنی کے زینہ کو

(۱) سروں کے محیط ۱۵ انچ اور ۱۱ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سروں کے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ

(۳) سروں کے نصف قطر ۹ انچ اور ۱۱ انچ اور ارتفاع مائل ۱۵ انچ

(۴) سروں کے نصف قطر ۲۴ فیٹ اور ۴۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سروں کے نصف قطر ۱۱ اور ۱۴ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سروں کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سروں کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ اور ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سروں کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۶ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۲

جن مخروطات مستدیر ناقص کی استداد تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی کل رقبی دریافت کرو

(۹) سروں کے محیط ۱۲ اور ۱۴ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سروں کے محیط ۱۴ اور ۲۱ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سروں کے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۱۲

(۱۲) سروں کے نصف قطر ۴ اور ۳ اور ۲ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سروں کے نصف قطر ۱۲ اور ۱۸ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سروں کے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ اور ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطوں میں ارتفاع برابر ہو اور خارج قسمت کی جو سروں کے قطروں کے حاصل ضرب کی

اونکی مجموعہ تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے اور انہیں استداد تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی

سطح منحنی اور دونوں سروں کے رقبی جدا جدا دریافت کرو

(۱۵) سروں کے قطر ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سروں کے قطر ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۷) سروں کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۱۸) سروں کے قطر ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سروں کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۱ فیٹ اگر مخروط

ناقص کے سطح منحنی دو برابر حصوں میں تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۰) ایک خمیہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل بنایا گیا ہو اور یہ اوپر مخروط مستدیر کا اگلیا ہے اور مخروط ناقص کے سروں کی قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہو اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہو تو بناؤ اور سین ٹاٹ کتنی مربع گز لگے گا

اڑتیسویں فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مربع کو ۳۵۱۴۱۶ میں ضرب دو

(۳۴۶) مثالیں

(۱) کرہ کا قطر ۹ اینچ ہے

$$۲۵۴۵۴۹۹۹ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۹ \times ۹$$

پس کرہ کی سطح ۲۵۴۵۴۹۹۹ مربع اینچ کے قریب ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳ ۱/۲ فیٹ ہے

$$۳۸۵۴۸۴۹ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۳.۵ \times ۳.۵$$

پس سطح کا رقبہ ۳۸۵۴۸۴۹ مربع فیٹ کی قریب ہے

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سہی بیان ہو سکتا ہے

قطر کرہ کو اس کے محیط میں ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳۵۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سے مراد اس دائرہ کا محیط مراد ہر جہی دفعہ ۲۲۳ میں کرہ پیدا ہوا تھا یعنی دائرہ عظیمہ

(۳۴۸) دفعات ۳۲۰ اور ۳۲۵ سے پہلے استخراج ہوتا ہے کہ سطح کرہ کا رقبہ برابر ہے اس سطح

مستدیر کی سطح منحنی کی رقبہ کی ہر جہاں ارتفاع اور اس کی سروں کے قطر برابر کرہ کی قطر کے ہوتا

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۲۵ سے ہم پہلے متناظر عظیم کرتی ہیں کہ کرہ کا حجم برابر ایک

تہائی حاصل ضرب سطح اور نصف قطر کرہ کے ہوتا ہے

(۳۵۰) اس قاعدہ کو مخروط مستدیر اور متضلع کی قاعدہ کی ساتھ بڑی مشابہت ہے

اسکے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہے فرض کرو کہ کرہ کا مرکز دہی اور ع اور ق اور ر سطح کرہ پر
تین نقطہ بہت قریب قریب ہیں اور کرہ سے ایسا ٹکرا جدا کریں کہ جبکہ سطح ع و ق اور ق اور
اور ر سطح اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اون کے درمیان آتا ہے گہیرا ہے
تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سی ہوگا اور ہموک بہت جلد نصین ہو جائیگا کہ حجم اس ٹکڑے
برابر ایک تہائی حاصل ضرب نصف قطر اور کرہ کی اوس حصہ سطح کی ہر جوان سطحوں کے
درمیان واقع ہوئی ہر پس کرہ کو ایسی ایسی بنیاد حصوں میں تقسیم ہوا ہو خیال کرو
تو دفعہ ۵۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئے گا اس بیان میں اور دفعہ ۷۷ کی بیان میں طالب علم
مشابہت نامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہے کہ تمام مجسمات میں جو حجم معینہ رکھتی ہوں اوسکی سطح کا قیہ
نہایت کم ہوتا ہے اور تمام مجسمات میں جو سطح معینہ رکھتی ہوں کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے
اس باب کے اخیر میں جو مثالیں ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی ہیں اوسی طالب علم اس خاصیت کو ثابت کرے گا
(۳۵۲) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہے کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو
قطر کی مربع اور ۱۴۱۴۳۳ کا چاروں طرف برابر ۲۰۰ کے ہے اس سے قطر کا مربع

$$= \frac{200 \times 141433}{4} = 7071650 \text{ اور اس عدد کا جذر } 8412.5 \text{ ہے پس قطر } 8412.5$$

انچ کے قریب ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۴ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ میں

$$= \frac{1}{6} \times 200 \times \frac{1}{2} \times 8412.5 = 841250$$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہے اوسکے سطح کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{م بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب} = \frac{1000 \times 6}{\pi} = 1904.5$$

اسی طرح کرہ کا قطر انجن مین جذر لکعب اس عدد کا ہے اور وہ ۱۲۵۴۷۰۰ ہے
پس بموجب دفعہ ۳۵ کے سطح کا رقبہ ۴۸۳۳۵۴ مربع انچ کے قریب ہے

۱۸ تقسیموں فصل کی مثالیں

جن کروں مین اسطوانہ تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی سطحوں کے رقبی دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴۴ فیٹ

جن کروں کے سطح کے رقبی تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی قطر دریافت کرو

(۷) ۲۰۰ مربع (۸) ۴۴ مربع فیٹ (۹) ۷۵ مربع فیٹ

اون کروں کی حجم دریافت کرو جنکی سطح کے رقبی تفصیل ذیل ہیں

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) کرہ کا حجم دریا کرہ کی سطح کا رقبہ برابر اوس اُترہ کی ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریا کرہ کی سطح کا رقبہ برابر اوس اُترہ کے رقبہ کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہو

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ قطر کا ہو اور نصف کری اوسکی بڑی سری پلکانی گئی ہو

تو کل سطح دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کے سطح کے ہے جسکا طول ایک فیٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح کی ہو جسکی قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہو

اور ارتفاع دو فیٹ ہر ایک کا حجم دریافت کرو

ان نیچے کی مثالوں مین جذر لکعب کا لاجائیگا

(۱۴) ایک کرہ کا حجم برابر اوس کعبے کے ہے جس کا طول ایک فٹ ہے ہر ایک کے سطح دریافت کرو

(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس طوائفہ مستدیر کی ہے جس کی قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اور ارتفاع دو فٹ

ہر ایک کے سطح دریافت کرو

فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح میں دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جس کو سطح

منحنی کہتے ہیں قطعہ کرہ کی سطح میں قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جس کو سطح منحنی کہتے ہیں

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع میں ضرب دو

(۳۵۵) مثالیں

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$۳۳۹۵۲۹۲۸ = ۳۵۱۴۱۴ \times ۱۸ \times ۱۴$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹۵۲۹۲۸ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کا فاصلہ مرکز سے ۲ فٹ اور ۴ فٹ ہے اور دونوں مرکز کی ایک

جانب میں واقع ہیں اور کرہ کا قطر ۱۴ فٹ ہے منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹ

$$۳۵۱۴۱۴ \times ۲۸ = ۳۵۱۴۱۴ \times ۱۴ \times ۲ =$$

بموجب دفعہ ۸۹ کے ہر ایک سری کے نصف قطر کا مربع

$$۴۵ = ۵ \times ۹ =$$

اور دو سر کے سر کے نصف قطر = ۳۳ = ۳ × ۱۱

اور دونوں سرون کا رقبہ مربع فٹ میں = ۳۵۱۴۱۴ × ۶۸ =

اسیو کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

$$۳۳۳۶۰۰۹۹ = ۳۶۱۴۱۴ \times ۱۰۹ =$$

دفعات ۳۲۰ اور ۳۵۴ سطح پر مونا ہے کہ سطح مسختی یا قطعہ کرہ کی برابر اوس اسطوانہ پر
کے سطح مسختی کی ہوتی ہے جس کا ارتفاع برابر منقطہ کرہ کی ارتفاع کے ہو اور قطر اوس کے سروں کا
برابر کرہ کے قطر کے ہو

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہے اگر ہم ارتفاع کرہ کی قطر کرہ مراد لین دفعہ ۳۲۸ و چھو
(۳۵۴) اب ہم چند مثالیں حل کرتی ہیں
(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع، انچ ہے اور کرہ کا محیط ۹۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریا کرہ
سطح مسختی کا رقبہ مربع انچوں مین

$$۲۲۸ = ۹۴ \times ۶ =$$

اور کرہ کا قطر $\frac{۹۴}{۳۶۱۴۱۴}$ انچ ہے اسیو سطح بموجب دفعہ ۹۹ کہ نصف قطر قاعدہ کا مربع لوٹ
۶ مین سے $\frac{۹۴}{۳۶۱۴۱۴}$ کو تفریق کریں

اور حاصل تفریق کو ۶ مین ضرب میں پس $\frac{۹۴ \times ۶}{۳۶۱۴۱۴} - ۲۹$ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ
کے قاعدہ کا رقبہ برابر اس حاصل اور $\frac{۹۴}{۳۶۱۴۱۴}$ کے حاصل ضرب کے ہے اسیو ۶

$$۳۶۱۴۱۴ \times ۲۹ - ۲۲۸ \text{ یعنی } ۳۶۱۴۱۴ \times ۲۹ - ۹۴ \times ۶$$

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچوں مین

$$۳۶۱۴۱۴ \times ۲۹ - ۸۹۹$$

$$۱۵۳۶۹۳۸۲ - ۸۹۹ \text{ یعنی}$$

$$۱۵۳۶۹۳۸۲ - ۸۹۹ \text{ یعنی}$$

جس ترکیب ہم نے یہ سوال حل کیا ہے اور مین ایسا تکلف ہے کہ بتدی کو شکل معلوم ہوگا
مگر طالب علم کو اس پر توجہ کرنی چاہیے۔ غور کرنی سے اوسے یہ پتہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے

اس قاعدہ کو قائم کیا ہے کہ قطعہ کی سطح منحنی اور دائرہ کی نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کی ہو جس قدر زیادہ ہوئی ہو اور منبیاوتی کا دو چند برابر ہو جائے قطعہ کرہ کی کل سطح کے (۲) ایک کرہ کا منطبقہ اور دو قطعہ کی تفاوت کی برابر ہو جائے ارتفاع ۱۳ اینچ اور ۹ اینچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ اینچ ہے منطبقہ کا کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع اینچوں میں

$$۳۲۸ = ۸۲ \times ۴ =$$

بموجب فہم ۹ کے منطبقہ کے ایک سری کے نصف قطر کا مربع $\frac{۸۲}{۳۶۱۴۱۴}$ میں ۹ کی تقریب کرنے سے حاصل ہوتا ہے پس وہ $\frac{۸۲ \times ۹}{۳۶۱۴۱۴} - ۸۱$ ہی اس منطبقہ کے سری کا رقبہ اینچ مربعوں میں حاصل ضرب اس حاصل اور ۱۴۱۴۸۱ سے اس کا ہے اسی طرح وہ

$$۸۲ \times ۹ - ۳۶۱۴۱۴ \times ۸۱ = ۳۶۱۴۱۴ \times ۸۱$$

اسی طرح منطبقہ کے دوسرے سے کا رقبہ مربع اینچوں میں $۸۲ \times ۱۳ - ۳۶۱۴۱۴ \times ۱۴۹$ ہوگا اسی معلوم ہوتا ہے کہ منطبقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

۸۲۸۲۹ اور ۸۲۸۱۳ کے مجموعہ منحنی ۳۶۱۴۱۴×۸۱ اور ۳۶۱۴۱۴×۱۴۹ کے مجموعہ کے

$$\text{یعنی } ۸۲ \times ۱۳ \times ۲۵۰ - ۳۶۱۴۱۴ \times ۲۵۰$$

پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۹۴۴ مربع اینچ کے قریب ہے

اوپر کی عمل یہ معلوم ہوتا ہے کہ ہم نے یہ قاعدہ قائم کیا ہے کہ منطبقہ کرہ کو دو قطعہ کرہ کا تفاوت خیال کر کی او کی کل سطح کا رقبہ اس طرح دریافت کیا ہے کہ قطعہ کلات کی سطح منحنی کے دو چند رقبہ میں ۹ اور دو دائروں کے رقبہ تقریباً جتنی نصف قطر قطعہ کے ارتفاع معلوم ہیں

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیکر اسی

مثال مذکورہ میں کسر $\frac{۲۴}{۲۵}$ یعنی $\frac{۲۴}{۲۵}$ ہوگی
 اوتی لیسون فصل کی مثالیں
 جن قطعہ کا ارتفاع ۱۰ اینچ اور محیط کرہ ۵۵ اینچ

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ اینچ اور محیط کرہ ۵۵ اینچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ اینچ فیٹ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۱۹ اینچ اور نصف قطر کرہ ۱۹ اینچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۲۴ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۳۲۵ فیٹ

جن قطعہ کی مقدار تفصیل ذیل معلوم ہوں اونچی کل سطح کے رقبہ دریافت کرو

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۴ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۸ اینچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ اینچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ اینچ اور کرہ کا محیط ۹۰ اینچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۴ فیٹ

جن قطعہ کی مقدار تفصیل ذیل معلوم ہوں اونچی تفاوت سے جو منطقی پیدا ہوتی ہوں
 اونچی کل سطح کے رقبہ دریافت کرو

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور افیت

(۱۰) نصف قطر کرہ ۵ اینچ اور ارتفاع ۱۴ اور ۹ اینچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵ اینچ اور ارتفاع ۳ فیٹ ، اینچ

جن منطقوں کی مقدار تفصیل ذیل معلوم ہوں اونچی کل سطح کے رقبہ دریافت کرو

(۱۳) نصف قطر کرہ ۵ فیٹ اور مرکز سے منطقہ کی سرواگ فاصلہ مقابل جانبوں میں ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۴) نصف قطر کرہ ۱۱۴ اینچ اور منطقہ کے سرواگ فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب میں ۵ اینچ اور ۱۹ اینچ

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہو اور منطقہ کی سرحد کے فاصلے مرکز سے مقابل جانب میں ۳۲ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۱۶) کرہ کا محیط ۱۹۰ انچ ہو اور منطقہ کی سرحد کے فاصلے مرکز سے ایک ہی جانب میں ۶ اور ۱۱ انچ میں

(۱۷) کرہ کا قطر ۸۰ فیٹ اگر مرکز سے ۳۱ فیٹ کی فاصلہ پر انچہ لگا کر دیکھیں تو کرہ کی سطح کا

کونسا حصہ دکھائی دے گا

(۱۸) کرہ کا قطر ۴۰ فیٹ ہو اگر سطح کرہ سے ۸ فیٹ کے فاصلہ پر انچہ لگا کر دیکھیں تو بتاؤ

کرہ کا کونسا حصہ دکھائی دے گا

(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر انچہ لگائیں کہ کرہ کا ایک سولہواں حصہ دکھائی دے

(۲۰) بتاؤ کرہ کے سطح سے کسی فاصلہ پر انچہ لگائیں کہ کرہ کا ایک اٹھواں حصہ دکھائی دے

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسویں فیصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار جو قواعد حس کا کام پڑتا ہو اور سادہ درگیاں ہیں ان میں سے کچھ

کہ مکانوں کے فرشوں کا حساب طرح کرتی ہیں دیواروں پر جو کاغذ لگاتی ہیں ان کا اندازہ کنویر

ہونامی اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کنویرٹ ہوتی ہے غرض اسی بلوں میں

علم حساب اور اصول مساحت سے وہ قیمت ضرور

اس باب کے آخر میں ہم اور مثالیں اسی قبیل کی لکھینگے

(۳۵۹) سوار اسکی اور طرح سے قواعد علم حس کی روزمرہ کی بعض ضروری کاموں میں کام

آتی ہیں ان کا جاننا کاریگروں کی اصطلاحات جانی پر موقوف ہو اور اونچی قاعدہ جلا ہو

اور تخمینہ قواعد کا رواج ایسا پڑ گیا ہو کہ وہ بدل نہیں سکتا گو یا کہ اون قواعد کی ہوائی حساب

کرنا ایک دستور پڑ گیا ہے ہم ان تین بلوں میں نہیں بلوں کا ذکر کریں گے

چالیسویں فیصل کی مثالیں

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۴ انچ بلند ہے اگر ڈیراز
فی فٹ رنگوائی میں اوسکی صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگیگی

(۲) ایک کمرہ ۳۲ فٹ ۴ انچ لمبا اور ۱۵ فٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۴ انچ بلند ہے اوسکے
چاروں دیواروں کی رنگوائی میں ڈیرہ روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۳ انچ طول میں اور ۱۵ فٹ ۸ انچ عرض میں اور ۱۱ فٹ ۴ انچ ارتفاع
میں ہی تو اوسکی چاروں دیواروں کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کی حساب سے کیا ہوگی

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۱۰ انچ طول میں ۱۴ فٹ عرض میں اور ۱۲ فٹ ۱۷ انچ ارتفاع میں ہے
تو ۹ مربع فٹ کی حساب سے کیا چاروں دیواروں کی رنگوائی ہوگی

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۳ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۴ انچ ہے
تو اوسکی دیواروں پر گز بہر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگیگا

(۶) ایک صندوق کعبہ اور سیکے چادروں کے مندرجہ ہوا اور ایک مربع فٹ میں ۴ سیر
لگا ہوا اس حساب سے کل صندوق میں ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہو تو صندوق کا طول عرض دریا کر دو

(۷) ایک ظرف ۱۲ فٹ ۴ انچ لمبا اور ۸ فٹ ۳ انچ چوڑا اور ۴ فٹ ۴ انچ گہرا اوسکی اطراف
اور تہ میں سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہیں اور ۱۲ روپیہ کا ایک من ۱۴ سیر سیسہ خریدا گیا ہے

اور ایک مربع فٹ میں ۴ سیر لگائی ہو تو بتاؤ اس ظرف میں کیا لاگت لگیگی
(۸) ایک ظرف اوپر کی طرف سے گہرا ہوا اور وہ سیسے کے چادروں سے بنایا گیا ہے

اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۳ سیر ہے اور وہ ظرف ۴ فٹ ۴ انچ لمبا اور ۲ فٹ ۸ انچ
چوڑا اور ۲۴ مکعب فٹ کی اوس میں سمائی ہے تو سیسہ کا وزن دریا کر دو

(۹) ایک صندوق ڈکھنی سمت ۱۱ انچ موٹی تختہ کا بنایا گیا ہے اگر اسکا بیرونی اوسکے
۳۴ فٹ ۴ انچ اور ۲ فٹ ۱۴ انچ اور ۱۱ فٹ ۹ انچ ہوں تو بتاؤ اوسکی بنانی میں کتنے

مربع فٹ تختے لگائے گئے

- (۱۰) ایک ہوا رچیٹ ۱۷ فیٹ لمبی اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی سی اگر اوپر سیریسہ کی چادرین ایک سو لمون انچ کے برابر ہوگی بچا بن اور ایک کعبہ پنج سیریسہ کا وزن ۴ ۱/۲ اونی اور ایک پونڈ کی قیمت ۳ ۱/۲ پنس مقرر کریں تو بناؤ اس قیمت میں کیا لاگت لگیگی
- (۱۱) ایک گول گھر ۱۷ فیٹ اونچا اور ۱۸ فیٹ قطر کا ہو تو اسکی دیواروں کی رنگوائی بحساب ۱/۲ آنہ گز کے کیا ہوگی
- (۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہی اسکی قاعدہ کا محیط ۹۴ فیٹ اور ارتفاع ۱۰۸ فیٹ ہے تو ۱/۲ آنہ مربع گز رنگوائی کے حساب سے کیا لاگت لگیگی
- (۱۳) ایک پیلہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہو تو اسکی گھٹ کرانی ۱/۲ آنہ مربع انچ کی حساب سے کیا ہوگی
- (۱۴) ایک گول کمرہ ۱۷ اور اسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہیں اور کمرہ کا قطر ۲۸ فیٹ ہے اور اسکی اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہو تو ورنی مربع فٹ کی حساب سے اسکی استرکاری میں کیا لگے گا
- (۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہاں وہ دیواروں کے مٹا ہر بنجر ۱۵ آنہ فٹ کی لگائیں تو اس بنجر کی قیمت
- (۱۶) ایک سطحی سطح اور ۱۰ قیمت لبا اور ۴ فیٹ چوڑا ہی اور اسکی طول میں رستہ ۴ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر تمبر کا فرش بچا ہوا ۲ روپیہ ۴ ایک مربع گز پر لاگت لگی ہی اور باقی جگہ پر فرش ۴ گز کا تو بناؤ کل کیا لاگت لگی
- (۱۷) سہ منزلہ مکان ہی اور ہر منزل میں تین دروازے ہیں اور سب بچی کے منرل کی دروازہ کا ارتفاع ۸ فیٹ ہے اور برج کی منرل کے دروازوں کا ارتفاع ۱۷ فیٹ اور اوپر کی منرل کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہے اور عرض سبکی ۴ فیٹ ہے اگر ان دروازوں میں شیئی لگائیں اور ۱/۲ مربع فٹ خرچ کریں تو کیا لاگت لگیگی
- (۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہی ۸۸ فیٹ سے ۳۴ فیٹ دیواروں کے درمیان واقع ہو اور ۱۵ فیٹ

۳۱) ایک سے ۸ فیٹ جگہ پر پستیر سہان لگی ہوئی ہیں تو بتاؤ کتنی مربع فیٹ فرش اور کتنی واسطی درکار ہوگی (۱۴) ایک کمرہ ۲۲ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۷ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور کتنی دیواروں پر ۳۰ انچ چوڑا الیم آنے گز کا کاغذ کتنے کا لگے گا ان دیواروں میں دو دروازی ہیں ہر ایک ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور ایک کھڑکی ۶ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ہے اور ایک دروازہ ۱۵ فیٹ سے ۵ فیٹ ۷ انچ ہے ان سب کو منہا کر کے حساب لگاؤ

(۲۰) ایک صحن مربع ۴ فیٹ لمبا ہے اور اس کے وسط میں ایک چمن مدور ۳۱ فیٹ قطر کا ہے اور تین طرف اسکی ۱۷ فیٹ چوڑی کیاری سپولوں کی ہی تو بتاؤ اگر باقی جگہ میں ۱۷ روپیہ گز کا فرش کرالیں تو کیا لاگت لگیگی

اکتالیسویں فصل کا رگیر و نکا کام

(۳۰) کارگیر اپنا اپنا حساب جیسا کہ طرح سے کرکے کرنی ہیں ایک گز یا فٹ سرکاری اون کے پاس ہوتا ہے اور اسے سولے مربع فٹ اور مربع گز رقبوں کی واسطی بیانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز جسامتوں کے واسطے بیانہ اون کا ہوتا ہے

(۳۱) فرش بنانی کا اور سترکاری اور پلاستر اور کسپرل اور چپہر کا کام اور رنگو اسی کا کام مربعوں کے تعداد پر موقوف ہوتا ہے اور مربع میں ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتی ہیں مثلاً سترکاری گا کہ ۵ روپیہ گز سترکاری کی لونگائو اسی مراد میں ہوتی ہے کہ سو مربع گز کی سترکاری کی اجرت پانچ روپیہ ہونگے غرض یہہ معاملات روزمرہ لوگ سمجھتے ہیں کہ یہہ حساب سیکھنا ہوتی ہیں اور بول چال میں فی گز دفنی فٹ بولتی ہیں

(۳۲) چہتین دو طرح کی ہوتی ہیں ایک چہتین تو ایسی ہی ہوتی ہیں جیسے کہ ہماری کلاؤں کی بنی ہوئی ہوتی ہیں دوسری چہتین فچی دار ہوتی ہیں جیسے کہ تم نے ریل کے اسٹیشنوں پر دیکھی ہوں اور کسپرل کی چہتین اکثر فچی دار ہوتی ہیں اب یہ فچیان بن طرح کی ہوتی ہیں اور اونکے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہیں

اول طول قچی کی بازو کا نین چوتھائی عرض مکان سی ہوتا ہر سی قچی کا اندازہ اسی طرح ہوتا ہے
کہ عرض مکان کو ڈیوڑھا کر لیتے ہیں وہی اندازہ چہت کا ہوتا ہے

دوم مکان کی عرض کی برابر قچی کے بازو کا طول ہوتا ہر اسلئے چہت کا اندازہ مکان
کے دو چند عرض سے ہوتا ہے

سوم ارتفاع قچی کا عرض مکان کے $\frac{1}{4}$ حصہ کی برابر ہوتا ہے اس صورت میں طول قچی کی لکڑی
کا $\frac{1}{4}$ عرض مکان کا ہوتا ہر اسلئے چہت کا اندازہ $\frac{1}{4}$ عرض مکان سے ہوگا

(۳۶) ہر قسم کی کاریگروں کو اس طرح جدا جدا دستور حساب کے بندہ گنی ہیں اور ان کے موافق
حساب عمل کا ہوتا ہر اور ان میں کچھ حسرت کی اصول کام میں نہیں آتی اسلئے تفصیل
اور ان کی بیان فضول ہی مگر بطور شستی نمونہ از خرواری ہم دروازوں کا حساب حسب طرح
کیا کرتے ہیں اور اسکی موافق مزدوری لیتے ہیں اسکو لکھتے ہیں

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دو نو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہیں اور جو اس از دیاد سے
طول اور عرض کی مقدار ہو جاتی ہیں اسکو با ہم ضرب دیتی ہیں اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ
کا سمجھتے ہیں اگر کو ایک طرف دلہ دار ہوں تو رقبہ کو ڈیوڑھا کر لیتے ہیں اور اگر دو نو طرف
دلہ دار ہوں تو رقبہ کو دو چند کر لیتے ہیں

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۵ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو
ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۳ انچ بنا لینگے تو رقبہ مربع فیٹ میں
 $۵ \times ۴ = ۲۰$ یعنی ۲۰ فیٹ یعنی $۱۳ \times ۵ = ۶۵$ یعنی ۳۲ مربع فیٹ ہے

اب اگر کو ایک طرف دلہ دار ہو تو ۲۸ مربع فیٹ کی مزدوری دی جائیگی اور اگر دو نو طرف
دلہ دار ہو تو ۵ مربع فیٹ کی اجرت دی جائیگی

(۳۷) انجینر ہمیشہ اینٹوں کا حساب کعبہ گز کرتے ہیں مگر ہم جو روزمرہ کی عمارت میں
اینٹ کا کام ہوتا ہے اسکا حساب ایک او طرح سے ہوتا ہر اب ہم اسکا بیان کرتے ہیں

(۳۵) اینٹ کی دیوار جبکہ اٹار ڈیڑھ اینٹ کا ہو اور اس کا سرکاری اندازہ کہتے ہیں
پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کی موافق ہوتا ہو اس کا تخمینہ اس رقبہ کی مربع گزوں سے
کرتی ہیں جو اینٹ کی کام کی طول اور ارتفاع سے بنتا ہو یا روڈ کی مربعوں سے حساب
لگاتی ہیں اور ہر ایک روڈ مربع میں ۳۰ ٹم مربع گز ہوتے ہیں یعنی ۲۷۲ ۱/۲ مربع فیٹ
پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہو جس کی سطح ایک روڈ مربع ہو اور اٹار اس کا ڈیڑھ اینٹ ہو
اور اس روڈ کو بنانے معینہ سرکاری کہتی ہیں جہاں ہم روڈ بنانے لکھیں جہاں ہی روڈ بننا ہوگا
(۳۶) ایک دیوار میں تعداد روڈ کی بنیادوں کے دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کی کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ ۱/۲ ٹم بفر تقسیم کرو

خارج قسمت روڈ بنیادوں کی تعداد ہوگی بشرطیکہ اٹار دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری کہتا ہو اور اگر
اندازہ سرکاری ہو تو خارج قسمت کو اٹار کی نصف اینٹوں میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳ بفر تقسیم کرو
عمل میں اکثر ۲۷۲ ۱/۲ کی جگہ ۲۷۲ ہے کام میں لاتے ہیں
(۳۷) مثالیں

(۱) ایک دیوار اینٹ کی ۱۰۵ اینٹ بنی اور ۱/۲ فیٹ بلند اور ۱/۲ اینٹ اٹار کی ہے
اس میں روڈ بنانے دریافت کرو

$$۵۱۷۶ = \frac{۱۰۵ \times ۵ \times ۳۵}{۵۷۲} = \frac{۱۸ \times ۵ \times ۳۵}{۲۷۲} = \frac{۵}{۳} \times \frac{۱۸ \times ۱۰۵}{۲۷۲}$$

پس تعداد روڈ بنیادوں کی ۵ ۱/۲ تخمیناً ہوئی

(۲) ایک جہت سلاخی کی بنی ہوئی ہے اور ۵/۴ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اس کا ۲۰ فیٹ
ہے اور اٹار دو اینٹ کا ہے

$$\frac{۲۰}{۴} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۱۰}{۴} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۵۰}{۱۶} = ۳ \frac{۲}{۴} = ۳ \frac{۱}{۲}$$

پس تعداد معینہ گزوں کی ۳ ۱/۲ ہے

(۳۸) اکثر اینٹیں ۱/۲ انچ بنی اور ۳/۴ انچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچ موٹی ہوتے ہیں

مگر جب اون میں چونا لگتا ہے تو اینٹ کی کام میں ایک انچ طول اور عرض اور دل میں بالیٹی میں
پس اسٹری اینٹ کی طول اور عرض دل ۹ انچ اور ۲ ۱/۲ انچ اور ۳ انچ خیال کرتی ہیں اور ایک روڈ پیمانہ
میں ۴۵۰۰ اینٹیں بعد کردہ کی منہاسی کے لگتی ہیں

اکتالیسویں باب کی مثالیں

(۱) ایک دیوار ۲۲ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۱۴ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲ ۱/۲ اینٹ اٹار کے ہے
اوسمیں روڈ پیمانوں کی تعداد دریافت کرو

(۲) ایک محراب دار مثلثی دیوار بنی ہوئی ہے اور اس کا ۱۲ اینٹ کا اتار ہے اور ۲۲ فیٹ لمبی اور
۲۷ فیٹ اولتی تک ہے اور ۳ فیٹ زمین سی چہت کی لگاتر تک بلند ہے اوسمیں تھلا
روڈ پیمانوں کی دریافت کرو

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ اونچی منڈیر مثلثی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۳ فیٹ بلند ہے
اور عرض اس کا ۲۴ فیٹ اور اتار ۲ ۱/۲ اینٹ کا اور ۷ روپہ فی روڈ کے حساب سے
کیا لاگت اوسپر لگیگی

(۴) ایک مکان کی سری کی دیوار ۳ فیٹ لمبی اور ۲۴ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوسپر
ایک مثلثی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہے اور ۲ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲ ۱/۲ اینٹ اٹار کی ہے
اور ۲۰ فیٹ ۲۰ فیٹ تک ہی اس کا ۱۲ اینٹ کا اتار اور مثلثی دیوار ۲ ۱/۲ اینٹ اٹار
کی ہے تو بناؤ کتنی پیمانے گز اوسمیں ہیں

(۵) فرض کرو کہ ڈھائی روپہ اینٹیں ہیں اور ایک روڈ میں ۴۵۰۰ اینٹیں لگتی ہیں تو
اور مصالحہ چونہ وغیرہ میں فی روڈ عرصہ لگتا ہے اور ضروری ڈھائی روپہ فی روڈ
بناؤ اس حساب سے ۱۳۴ فیٹ لمبی ۸ فیٹ بلند اور ۱۲ اینٹ کی اتار کی دیوار میں
کیا لاگت لگیگی

(۶) ایک مکان کا طول ۳۰ فیٹ اور ۳۵ فیٹ عرض ہے اور اوسپر چھ دیواریں قائم ہوں

کے ۱۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنیگی

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۴۰ فٹ ہے اور سپر قسم دوم کی قچی دار چیت

۱۲ روپیہ فی مربع کی حساب سے کتنی مین بنیگی

(۸) ایک مکان ۳۰ فٹ طول میں اور ۲۰ فٹ عرض میں بنی کے چار درون سیٹا ہوا ہے

اور چیت قچی دار سی اور اس کا ایک پٹر گیارہ بارہ سولہ عرض مکان سی اور وزن سیسہ

کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہے اور قیمت ۲۱ شنگل فی ہنڈریڈ ویت ہے تو بتاؤ کیا لاگت اس

مکان کی چیت کے اندر لگی ہوگی

(۹) ایک حصار ۴۵ فٹ ۵ انچ سے ۸ فٹ ۲ انچ ہے اس کی قیمت ۶ پونڈ ۵ شنگل سے

مربع کے حساب سے کیا ہوگی

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۴ فٹ سے ۲۴ فٹ ہے اور اس کی فرش کی لاگت ۶ پونڈ ۵ شنگل

فی مربع کی حساب سے کیا ہوگی اور او میں دو آستان میں اور ہر ایک ۷ فٹ سے

۴ فٹ ہے انکو فرش کے حساب میں نہ لگاؤ

(۱۱) ایک کمرہ ۳۴ فٹ ۶ انچ طول میں اور ۱۲ فٹ بلند ہے اور اس کی گچ کرنے میں ۱۰ روپیہ

فی مربع کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۲) ایک مکان کی چیت کا طول ۵۰ فٹ اور طول اسی رسی کا جوا لہتی سے اولہی تک

لگا ہی جائے ۶ فٹ ہی تو قیمت چیت کی ۲۳ روپیہ ۱۲ ار کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۸۰ فٹ لمبی اور ۷ فٹ بلند ہے اور ایک اینٹ کا آٹا ہے اور ۱۸

ستون ہیں ہر ایک ستون ۱۶ فٹ چوڑا ہے اور اس کا ۱۱ اینٹ کا ہے اس میں

پہاٹے گزوں کے دریافت کرو

(۱۴) ایک کمرہ ۴۶ فٹ طول اور ۱۸ فٹ عرض اور ۱۲ فٹ بلند ہے ایک آنہ فی مربع گز

کے حساب سے اس کی گچ کرائی اور ۱۲ فی مربع گز کی حساب سے اس کی چیت بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فٹ سی ۱۴ فٹ اور دوسرا کمرہ ۲۲ فٹ سے ۵ فٹ ۴ انچ ہے
اوسکے فرش بنوائی ۵ روپہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فٹ لمبا اور ۲۰ فٹ چوڑا اور ۱۲ فٹ بلند ہے اور دیواریں تیراڑنگ
پھراہی اور ہر دفعہ ۵ روپہ فی مربع زنگوائی کا دیا گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت اوسین لگی ہوگی

بیالیسواں باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کی ٹکڑی کی شکل اوپر مجسمات کی سی ہو چکا ذکر چوتھی باب میں کیا گیا ہے

تو اوسکی پیمائش اوس قاعدہ سے کر کہ مخصوص و مجسم سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہ ہو

تو دفعہ ۳۷۰ کی موافق مساوی الابعاد تراشوں کی بساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت

کر سکتے ہیں دو صورتیں ایسی کثیر الو قوع ہیں اونچی وسطی قاعدہ مقرر کی گئی ہیں گو وہ صحیح ہوتے
مگر ایسی آسان اور سادہ ہیں کہ محاسبین نے اونچی برتری کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل میں لکھے جاتی ہیں
(۳۷۰) جو کہوٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول ضربی بد

تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی

اوسط عرض کا سطح درخت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کی عرض حقیقی

نابو اور ان سب عرضوں کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم

کر تو حاصل اوسط عرض ہوگا اور اوسط عرض اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے

(۱۷) مثالین

(۱) ایک کڑی کا طول ۲۲ فٹ ہے اور اوسط عرض ۱۴ انچ اور اوسط موٹائی کا انچ ۱۱

$$۲۲ \times ۱۴ \times \frac{۱}{۱۲} = ۳۲۷ \times \frac{۱}{۱۲} = ۲۷ \times \frac{۱}{۱۲} = ۲۲$$

پس ہجو حجم ۳۲ مکعب فٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک کڑی کا طول ۱۴ فٹ ہے اور موٹائی اوسکی ایک سہری پر فٹ ہے اور دوسری

سر پرانٹ ۸ انچ ہے اور عرض ۲ فٹ ہے
 اب موٹائی کا نصف مجموعہ ۱۱ اور اسٹیم ہوگا یعنی اسٹیم

$$۱۷ = \frac{1}{2} \times ۱۱ \times \frac{۳۳}{۲} \times \frac{۲}{۳} = ۲۷$$

پس حجم ۲۷ مکعب فٹ ہے

(۳۷۲) اگر کڑی گاؤ دم ایک سری سی دوسری سر تک ہو تو اکثر اس کی سطح کا عرض اور عرض کی جگہ لیتے ہیں کیونکہ جو عرض بچو بچ میں ہوگا وہ وہی ہوگا جو سر کے عرض کا وسط نکال کر ہوتا ہے اور سطح موٹائی کی سطح کا خمیدہ ہوتا ہے۔ لیکن اس صورت میں کڑی حجم ذور لقمہ ہوتا ہے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کی ہم اس کا حجم ٹھیک ٹھیک دریا کر سکتی ہیں مگر قاعدہ جی کہ حجم تخمیناً نکلتا ہے اس وقت قاعدہ کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے

اگر دوسری مثال میں دفعہ ۱۷۳ کی موٹائی گاؤ دم ہوتی جائی اور عرض ہی رہی تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت میں کڑی منشفہ کی صورت ہوگی اور سری اس کی ذور لقمہ ہونگے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اس صورت میں ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہی مگر عرض برابر گاؤ دم ہوتا جائے

(۳۷۳) ایک گول کڑی کا یا ایسی کڑی کا جو چوکوٹی ہو حجم دریافت کرو
 قاعدہ اوسط چوہنہائی گروہ کی مجذور کو طول میں ضرب دونوں حاصل ضرب حجم ہوگا
 (۳۷۴) مثالیں

(۱) ایک کڑی جو چوکوٹی نہیں ہے اس کا گروہ ۶ فٹ ہی اور طول اس کا ۳۲ فٹ ہے
 چوہنہائی گروہ کی ۲ فٹ ہے اور ۳ کا مجذور ۹ ہے اور ۳۲ × ۹ = ۲۸۸ پس حجم ۲۸۸ مکعب
 فٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک کڑی جو چوکوٹی نہیں ہے اس کا گروہ ایک سر پرہ فٹ ہے اور دوسرے سر پر
 ۶ فٹ اور طول اس کا ۲۷ فٹ ہے

اب بیان اوسط گروہ کا $\frac{4+5}{2}$ اور اسی اوسط چوتھائی گروہ کا $\frac{1}{8}$ ہوگا اور اس کا

$$\frac{121}{47}$$

$$\frac{3}{8} \times 75 = \frac{3 \times 43}{8} = \frac{3 \times 121}{8} = 27 \times \frac{121}{47}$$

پس ۷۵ مکعبی حجم مطلوب ہے

(۳۷) اگر کڑی کی نسبت اسطوانہ کی بعینہ ہو تو اس کا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴ کے دریافت کر سکتی ہیں۔ ہیکو یہ معلوم ہو کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۷ کے قاعدہ سے اس کی حجم دریافت کرنی میں اصل حجم سے اس کی پوری بن جو نہائی کو کچھ زیادہ نکلتا ہے شاید یہ قاعدہ اس سبب بنایا گیا ہو کہ جب اس کڑی کو جو کور کرنی میں نسبت سے جہلنو میں ضایع جانی ہو اس کو سی حساب میں لگایا ہو دفعہ ۳۷ کی آخر مثال کے مجموعہ اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہ تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب حجم نکلتا ہے (۳۷) ڈاکٹر ٹین صاحب نے دفعہ ۳۷ کی قاعدہ کی جگہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہے کہ اوسط گروہ کی ایک پانچویں کو دو جند طول میں ضرب دو۔ ڈاکٹر صاحب کی قاعدہ حجم ۳۷ گنا زیادہ اصل حجم سے نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہے مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے قریب قریب حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے

(۳۷) اگر کڑی جو کہوچی نہ ہو مگر برابر کا دو دم ایک سے دوسری سے تنگ ہوتی جائے تو اوسط کی گروہ کو اوسط گروہ کا شمار کرنی ہیں اور یہ ظاہر ہے کہ اوسط گروہ برابر دو دم سے دو گروہ کی نصف مجموعہ کی برابر ہوگا۔ اگر مستدیر دوسری قاعدہ کی کڑی برابر کا دو دم ہوتی جائے تو وہ صفت میں مخروط مستدیر ناقص ہے اس کی اصل حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۳۷ کی ٹیک ٹیک دریافت ہو سکتا ہے چنانچہ حجم دریافت کرنا قاعدہ بنیت تحقیقی حجم دریافت کرنی کے قاعدہ کے آسان ہے

بیالیسویں فصل کی مثالیں

جن کڑیوں کی امتداد یہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور میں مکعب فیٹ دریافت کرو
(۱) طول ۲۲ فیٹ عرض ایک سری پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سری پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی
ایک سری پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سری پر ایک فٹ ۴ انچ
(۲) طول ۲۴ فیٹ اوسط عرض ۳ فٹ ۳ فیٹ اوسط موٹائی ۱۲ فیٹ
(۳) طول ۳۲ فیٹ اوسط عرض ۲ فٹ ۲ فیٹ اوسط موٹائی ۱۲ فیٹ
(۴) طول ۵۴ فیٹ اوسط گروہ ۵ فیٹ
(۵) طول ۳۲ فیٹ گروہ ایک سری پر ۲۵ انچ اور دوسرے سری پر ۳۵ انچ
(۶) طول ۲۲ فیٹ اوسط گروہ ۱۲۰ انچ
(۷) ایک کڑی ۳۴ فیٹ لمبی ہے اور برابر گاؤم ہوتی ہے اور اس کی عرض اور موٹائی ایک سری
پر ۳۳ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سری پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ کڑی میں مکعب بموجب قاعدہ
دفعہ ۳۰ کے دریافت کرو

(۸) اوپر کے سوال کی کڑی میں مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸ کے دریافت کرو
(۹) ایک کڑی ۳۰ فیٹ لمبی برابر گاؤم ہوتی ہے ایک سرادائرہ ہے اور اس کا محیط ۲۴ فیٹ
ہے اور دوسرا سرادائرہ ہی اور اس کا محیط ۲۴ فیٹ ہے اس میں مکعب فٹ
بموجب دفعہ ۳۳ کے دریافت کرو

(۱۰) اوپر کی کڑی میں مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۳۸ کے دریافت کرو
(۱۱) نوین مثال کی کڑی میں مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۲۴ کے دریافت کرو
(۱۲) اگر کڑی مثال ۹ کی جو کہ موٹی بنا سہی جامی اور سر اس کے اتنی بڑی ہے جتنی بڑی
ہونی ممکن ہوں تو یہ کڑی جو چل چلا کر بنتی ہے اس میں مکعب فیٹ دریافت کرو
باب کی مثالیں ۵۱ اور ۵۲ دیکھو

تینا لیسویں فصل ظروف کا ناپنا

$$19968 = 22 \times 32 \times 24$$

$$62302 = 19948 + 12200 + 29939$$

$$9350269 = 50003126320 \times 62302$$

پس پیسہ کا حجم $\frac{1}{4}$ گیلن ہے

(۲) پیسہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۱۴ اور قطر اس ۱۲ ہے

$$9982 = 14 \times 14 \times 34$$

$$3400 = 12 \times 12 \times 25$$

$$2942 = 14 \times 12 \times 34$$

$$18564 = 2992 + 3400 + 9982$$

$$1154928 = 50003126320 \times 18564$$

پس پیسہ کا حجم ۵۰۰ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ ایک ظرف یا لعات سرسید پر ہوا ہو اور اسکی مقدار درخت کرنی ہوتی ہے جو حصہ بہر ہوا ہوتا ہے اور اسکو نہ حصہ کہتے ہیں اور جو خالی حصہ ہوتا ہے اسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ دو صورتیں واقع ہو سکتی ہیں ایک یہ کہ پیسہ کھڑا ہوا ہو دوسرے یہ کہ لٹیا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہیں جو مائع ہوا اسکی عمق کو نہایت کہتے ہیں اور جو نہایت اور طویل پیسہ کے انچوں میں فرق ہوتا ہے اسکو خشک انچ کہتے ہیں

(۳۸۵) ایک کھڑے ہوئے پیسہ کے حصہ تر کا جو نصف پیسہ سے کم ہے تخمینہ کر کے قاعدہ خشک انچوں کے مربعوں کو تر قطر اور قطر اس کے انچوں میں ضرب حاصل کر کے کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سر تقریباً کر لو حال کو پیسہ کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کر سکتی ہیں

پس قبا عدہ وہ برتو جو اسطوانہ کی حجم دریافت کرنی میں برتا کرنی ہوا وسط قطر کے مربع کو
 ترانچون میں ضرب اور حاصل ضرب کے ۲۸۳۲۶۰۰۰ میں اور حاصل ضرب کو گیلین کے تعداد شمار کرو
 (۳۸۶) اب کہڑی ہوئی پیپے کے اوس تر حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپے سے زیادہ ہے
 دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کے استعمال کرو اور ترانچون کی جگہ خشک انچون کو کام میں لاؤ
 تو اسی ہمو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپے کے حجم میں سے تفریق کرو تو باقی
 (۳۸۷) مثالین

(۱) طول پیپے کا ۴۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۳۲ ہے اور قطر راس ۲۲ اور تعداد ترانچون
 کی ۱۰ ہے حصہ ترکور دریافت کرو

خشک انچون کی تعداد ۳۰ سے اور فرق متوسط اور قطر راس کا ۸ ہے

$$\frac{55}{4} = \frac{4}{4} - 32 \text{ اور } \frac{4}{4} = \frac{4 \times 3 \times 3}{3 \times 3}$$

پس اوسط قطر $\frac{55}{4}$ حاصل ہوا

$$215215 = 10028326 \times 10 \times \frac{55}{4}$$

پس تر حصہ قریب ۲۱۵ گیلین ہے

(۲) پیپے کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۴ اور قطر راس ۱۲ اور ترانچون کی تعداد
 ۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہیں

$$\frac{55}{4} = \frac{4}{4} - 41 \text{ اور } \frac{4}{4} = \frac{4 \times 15 \times 15}{4 \times 4}$$

$$\frac{55}{4} \times \frac{55}{4} = 28326 \times 5 \times \frac{55}{4} \times \frac{55}{4}$$

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپے کا ۴۹۲۸ سلاہی ہمیں ۲۵۴۶۶۶ کو تفریق کرو
 تو باقی ۱۵۱۵۴ ہے پس حصہ ۹ گیلین کے قریب ہے

(۳۸۸) جو لیٹا ہو پیپے ہوا اسکی حصہ ترکور دریافت کرنی کا قاعدہ قابل طہینان کے نہیں ہو سکتا

جو قاعدہ ہیں حسبِ نبی بیان کیا ہی اوس میں بیسہ کو اسطوانہ مانا ہر اصل قاعدہ یہ ہے
اول اوس قطر دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول بیسہ پر ایک سطح عمودی کے ترشح
جگا اور اس رقبہ کو بیسہ کی طول میں ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۷۷۷۷۷۷۷ تقسیم کرو
تو حاصل ضرب تعداد گیلین کی حصہ ترین ہوگی

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اس طرح بیویں کا کرتے ہیں وہ البکاری کی ملازم بذریعہ آلات کرتے ہیں
جنکو کاجنگ روڈ یا داسی اوگیشل روڈ کہتے ہیں اور اونکی واسطی جدا قاعدی ہوتے ہیں
ان آلات کو صحیح صحیح حال نہیں دریافت ہوتا مگر سواران آلات کے کی طرح اور
مطلب آسانی سی ہی نہیں حاصل ہو سکتا اسلئے ان آلات ہی کے استعمال کو
سنجے بہتر جانا ہے بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہیں ہوتا جیسا کہ اونکی
معاہدہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہے

تینتالیسویں فصل کی مثالیں

جن بیویں کی استداد بے تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی حجم دریافت کرو

(۱) طول ۲۰۰ قطر متوسط ۳۵ قطر راس ۲۲۵

(۲) طول ۲۷۵ قطر متوسط ۲۸۵ قطر راس ۲۱۵

(۳) طول ۲۲۵ قطر متوسط ۳۲۵ قطر راس ۲۹۵

(۴) طول ۳۰۵ قطر متوسط ۲۹۵ قطر راس ۲۳۵

(۵) طول ۲۷۸ قطر متوسط ۳۰۵ قطر راس ۲۹

(۶) طول ۳۲۵ قطر متوسط ۳۲۳ قطر راس ۲۷۴

(۷) طول ۲۷۹ قطر متوسط ۳۱۲ قطر راس ۳۴۱

کہڑی ہوئی بیویں میں تر حصوں کے حجم دریافت کرو اونکی استداد بے تفصیل ذیل معلوم ہیں

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۴ قطر راس ۳۰ ترانچ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر راس ۲۷ تراچ ۱۰

(۱۰) طول ۳۰ قطر متوسط ۲۷ قطر راس ۲۳ تراچ ۹

(۱۱) طول بیس کا پہلی مثال میں اور اپنچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ گلیں زیادہ ہوگا
(۱۲) اگر مثال ۲ میں قطر راس اور اپنچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۷ گلیں کے زیادہ ہوگا
(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ میں اور اپنچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۳۳ گلیں کے زیادہ ہوگا
(۱۴) اگر ہر ایک امت اور مثال اول کا بقدر اور اپنچ کی زیادہ ہو جائے تو ثابت کرو کہ حجم بقدر ایک گلیں کے زیادہ ہوگا

ساتواں باب سرونگیے زمین کے پیمائش

چوالیسویں فصل جرب

(۳۹۰) زمین کے پیمائش میں بعض قواعد مساحت کی بہت بکار آمد ہیں ان کا بیان اب ہم کرتے ہیں
(۳۹۱) زمین کی پیمائش جرب سے ہوتی ہے اور ہر جرب میں مختلف طرح کی ہوتی ہیں کہ پیمائش میں انگلستان کے اندر گٹر حسا کی جرب کا کم میں انی ہر دورہ ۴ پول یعنی ۲۲ گز یعنی ہوتی ہے اور ۱۰ اکر یاں اور ۴۰ اکر یاں ہوتی ہیں اور ہر ایک کڑی ۲۲ گز یعنی ۴۲ پل اور اپنچ ہوتی ہے اور ہندوستان میں اکثر ۱۰۰ فٹ کی جرب کا استعمال رہا ہے اور ۴۰ اکر یاں ہوتی ہیں اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہے اور سپاڑوں پر ۵ ہر فٹ جرب کو ملکی ہوتی ہے سب سے استعمال میں لاتی ہیں اور کہتیوں کی ہندوستانی پیمائش میں ۶۰ گز یعنی جرب ہوتی ہے اور ۶۰ گز کی زمین حصے ہوتی ہیں اور ہر حصہ کو گٹھ کہتے ہیں اور گٹھ میں ۶۰ گز ہوتے ہیں

(۳۹۲) جہنڈی اور نشان کو کہتی ہیں جو زمین میں کسی مقام کی بتانی کے لئے گاڑ دیں

(۳۹۳) پیمائش کی تمام کیفیت اور حالات لکھنے کے لئے ایک کتاب تھی ہے اور کو انگریزی میں

میں فیلڈ بک کہتے ہیں اور ہندوستان میں کہتیوں کی پیمائش کے واسطے خسرو کہتے ہیں

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے کہ خط مستقیم کو سطح جرب سے پیمائش کرتے ہیں

اول ہم فرض کرتے ہیں کہ خط مستقیم جسکو پیمائش کرتی ہیں وہ فاصلہ دو نقطوں کا ہے اور ہر نقطہ پر ایک جہنڈی لگی ہوئی ہے

دس سوئی زمین میں گاڑنی کے لئے لیتر ہیں — دو آدمی جریب سے پیمائش کرتی ہیں ایک شخص جریب الگی کھینچتا ہے اور سکا گلا جریب کش کہتی ہیں اور دوسرے کو بچھلا — بہ دو آدمی ایک جہنڈی پر کھڑی ہوتی ہیں اور اگلا جریب کش دس سوئی کو ہاتھ میں لیکر اور جریب کے ایک سر کو پکڑ کر دوسرے جہنڈی کی طرف چلتا ہے اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سر کو اول جہنڈی پر کھڑی بیٹھا رہتا ہے اور جب جریب بے ٹکراؤ تک پہنچ جاتی ہے تو ان جریب کش ایک سو گلاڑی ہوتا ہے تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہاں تک پہنچی ہے اور پھر یہ شخص ان کو یہی جریب کے سر لیکر اسی طرح چلتا ہے جیسا پہلی جہنڈی پر چھلا تھا اور پچھلا آدمی بھی اوس سوئی کی پاس آتا ہے اور دوسرا سر جریب پر کھڑی ہوتا ہے جب تک دس سوئی پوری جریب تک نہ پہنچتا ہے اور وہاں پہرے دوسرا سر لگاڑتا ہے اور پھر جہنڈی آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ میں لیکر دوسرے سوئی کی طرف جاتا ہے اور یہی عمل متواتر جا کر رہتا ہے جب تک کہ طول مطلوب کے پیمائش ہوتی ہے

جب دس سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھوں میں آجائیں تو وہ فیڈ ایک تین لکھتا ہے کہ طول اس جریب کا پانچا گیا اور دس سوئی وہ پہرے لگی جریب کش کو دیدیتا ہے اور پہرے ہی طرح شروع ہوتا ہے اور جب تک جہنڈی پر جریب کش پہنچتا ہے تو فیڈ ایک سو بیس معلوم ہوتا ہے کہ کتنی دھانی جریب کی پیمائش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلی آدمی کی ہاتھ میں ہوتی ہیں اسی بیس معلوم ہوتا ہے کہ کتنی جریب میں ہوں گے سوا پیمائش ہوئی ہیں اور جہنڈی اور آخر سوئی کی درمیان جو کڑیاں ہوں ان کو تعداد گن لجاتی ہے پس اس طرح طول معلوم ہو جاتا ہے

(۳۵) جریب سے پیمائش کرتے میں بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب میں چاہی کہ جریب سیدھی کھینچی اور سمت نہ بدلی جائے ایک سیدھ میں چلی جائے احتیاطاً صحت کی واسطے دوبارہ پیمائش کیا کرتے ہیں — جب اگلا جریب کش سوا گلاڑتا ہے تو وہ بڑی بیٹھا رہتا ہے

اس بات کو دیکھنا ہو کہ سوئی اور جنڈی کی درمیان خط مستقیم کھلی جرب کش کی سوئی پر گزرا ہو اور ایسی ہی کھلی آدمی بہم بات بڑی چنیا طرہ دیکھتا ہو کہ اوٹنی سوئی اور دوسرے جنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھنچا جاوے وہ اگلی جرب کش کی سوئی پر گزرنے لے (۳۹۶) اگر کہیت با قطعہ زمین شکل مستقیمہ الاضلاع کی صورت ہو تو خاص خط ط کا طول درپے کر کے بموجب قواعد باب سوم ہم اس کا رقبہ دریافت کر لیتے ہیں

(۳۹۷) مثالین

(۱) مستطیل کہیت ۸ جرب ۹۵ کڑی لہذا اور ۳ جرب ۲۴ کڑی جو پڑا ہے
۸ جرب ۹۵ کڑی = ۸۵۴۵ اور ۳ جرب ۲۴ کڑی = ۳۲۷۳ جرب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۳۴ کے

۸۵۴۵	۲۵۵۱۷۷
۳۲۷۳	۴
۵۳۷۰	۳۵۴۷۰۸
۱۷۹	۲۰
۲۴۸۵	۲۴۵۸۳۲۰
۲۴۵۱۷۷۰	

کہیت کا رقبہ ۲۴۵۱۷۷ کڑی یعنی ۲۵۵۱۷۷ ایکڑ ۵۱۷۷۰ ایکڑ ۵۱۷۷۰ ایکڑ اور ۵۱۷۷۰ ایکڑ
تحویل کرین تو ۱۲۰ ایکڑ ۳ روڈ ۲۷ پل کی قرب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۴ کو دیکھو
(۲) اضلاع ایک ترکون کہیت کے ۵۲۵ جرب اور ۴۵۵ جرب اور ۴۵۵ جرب ہیں
موجوب قاعدہ ۱۵۲ کے

$$۸۵۳ = \frac{1}{2} (۱۴۵۸ + ۱۴۵۸) = ۴ + ۵۲۴ + ۵۲۴$$

$$۲۵۳ = ۴ - ۸۵۳ + ۱۳۵۲ = ۵۲۴ - ۸۵۳ + ۱۳۵۲$$

$$۸۵۳ \times ۲۵۳ + ۱۳۵۲ \times ۲۵۳ = ۲۱۳۳۳۶ + ۱۸۰۵۴۳۳۶ = ۱۸۰۵۴۳۳۶$$

۱۳۵۲ ہے

پس رقبہ ۱۳۵۲ مربع جرب یعنی ۱۳۵۲ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ایک روڈ ۴۰۵ ایکڑ

(۳) ایک گہرائی کا قطعہ زمین بالکل گول ہی اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اور کا نصف قطر ہے
دفعہ ۴۸ کے قاعدہ کو کام میں لائی ہیں

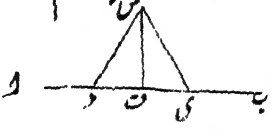
$$۱۹۵۴۳۵ = ۳۵۱۴۲۲۵ \times ۲۲۵ = ۴۳۵$$

پس قبة ۱۹۵۴۳۵ مربع جریب یعنی ۱۱۹۵۴۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۳ رڈ ۱۴ کڑ ۳۲ پول ہے

پنیتا لیسون فضل عمود

(۳۹۸) اشکال مستقیمہ الامتلاع کی رقبہ درختا کرتے ہیں ہم کو ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ
لبض عمودوں کے طول جو خاص نقطوں سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئی جائیں معلوم اور جب مقام
ایسی عمودوں کا معلوم ہو جا تو طول اونکی موافق دفعہ ۴۲ کی نسبت کیلئے ایسا ہم
مقامات کے معین کرنے کا طریقہ لکھتے ہیں

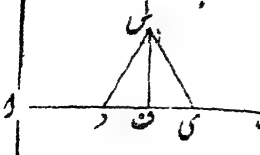
(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم سی باہر ایک نقطہ معلوم ہو اسی عمود جو اس خط پر قائم کیا جاوے
اوس کا مقام دریافت کرو



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور سی اسی باہر ایک نقطہ ہو
ایک سی دو سر جھون میں موڑو اور اوسکی پیر کی مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کھڑا ہو اور
دو آدمی اوسکو سرون کو پکڑ کر دروازہ ٹھون کو تائین یہاں تک کہ خط مستقیم اب کے نقاط
اور سی پر وہ سر اجائیں اور اسی کا نقطہ وسط دریافت کر کے س ق ملاو پس
س ق عمود مطلوب ہوگا

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ میں ضروری کہ خط مستقیم اب کا نشان قضا زمین پر کسی کسی طرح بنایا جاوے
اور یہہر طرح ہو سکتا ہے کہ کوئی سی یا جریب آ اور ب کے درمیان خوب تاخیر ہوئی جاوے
یا چند یاں تھوڑی تھوڑی فاصلہ پر سمت اب پر لگائیں جائیں لیکن اگر خط مستقیم اب
اس طرح نشان نہ کیا جاوے تو ایک شخص آ کے پیر ہٹ کر دیکھے کہ آسیدہ میں آکی ٹھیک ٹھیک ہے
اور اس طرح ب سے پری ہٹ کر دیکھے کہ آسی سیدہ میں ب کے ہے

(۲۰۱) خط مستقیم معلوم میں نقطہ معلوم سے راستی جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے
 اوسکا مقام دریافت کرو

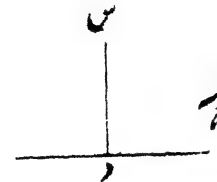


فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور نقطہ معلوم اوپر سے
 اب پر نقاط د اور ی ایسی مقرر کرو کہ د اور ی ایسے
 برابر ہوں اور ایک سی د سی بڑی لو اور اوسکی سر نو کو

د اور سی بر قائم کرو اور ایک شخص اوی سی کو چ پیسے بگاڑ کر تانی اور خسر کر کہ جب تھے تو اوکا
 اس پر پہنچے تو قس زاویہ قائمی اب پر بنائی گا اور سیو بہ خط مستقیم مطلوب ہوگا
 (۲۰۲) پس اوپر کی بیان سی ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ سی یا د اور کی ذریعہ عمود مطلوب کا مقام
 دریافت ہو سکتا ہے مگر ایک لہ ہوتا ہے اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین کے سرور اوس لہ
 عمودوں کے مقام کو دریافت کیا کرے ہین

(سہ) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہے اور اہر اوسکا قطر ہوتا ہے اور اوپر دھڑ
 بہت صفا ایک دوسرے پر زور قائم بنائی ہوئی کھدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے
 اوپر جڑا ہوتا ہے اور اس گول لکڑی کی نیچی کوئی نوک یا جزی لگی ہوئی ہوتی ہے جیسی کہ
 وہ سیدنا زمین میں گر سکتا ہے غرض اوسکا بالکل شکل گول مینر کی سی ہوتی ہے

(۲۰۳) اب خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم سے راستی جو عمود اوس خط پر قائم ہو اور
 مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم سے اور س نقطہ معلوم اوپر سے
 د اور ب اور س چھٹیاں کھڑی کرو اور فقط نظر سے ب
 کوئی مقام اب ایسا تجویز کرو کہ عمود اور اب کے نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو

فرض کرو کہ یہ مقام دکا ہو اب دہر کراس کی لکڑی کو گاڑو اور کراس کو اس طرح کر کہ ایک
 نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت میں دیکھیں

تو جہنڈی دو دکہائی دی اور اسی نشان پر دوسرے سمت میں دیکھیں تو جہنڈی نیا دکہائی دی
اب دوسرے نشان کی سیدہ میں جہنڈی کو دیکھو اگر جہنڈی اس کی اس نشان کی سیدہ
میں دکہائی دی تو مقام ڈکا محل تقاطع ہوگا اب اور عمود کا کہ اس سے قائم ہو اور اگر سیدہ
مقام اس نہ دکہائی دی تو کراس کو دائیں یا بائیں طرف غرض جس سمت میں کہ اس جہنڈی
اور نشان کی دکہائی دی ہو کر وینک کہ اس جہنڈی سیدہ میں دکہائی دی ذری سے
آزمایش میں ایک مناسب مقام کراس کا ایسا دریافت ہو جائیگا کہ جبکہ ایک خط کی سیدہ میں
اور اب جہنڈی ان نظر آئینگے اور دوسرے خط کی سیدہ میں جہنڈی اس دکہائی دیگی اور اس مقام
کراس سے مقام عمود کا جو اس سے اب پر نکلا جائے دریافت ہوگا
(۴۰۵) خط مستقیم معلوم میں نقطہ معلوم ہے اس نقطہ سے اوپر زاویہ قائم بنانا ہو
بذریعہ کراس کے قائم کرو

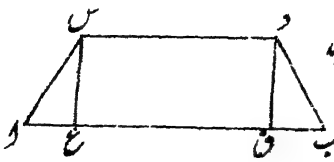
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور نقطہ معلوم ہے
کراس کے پایہ کو ذریعہ قائم کرو اور کراس کے ایک خط کو متوازی اب کی رکھو تو دوسرے نشان کی
مقام اس خط کا معین کر لیا جو زاویہ قائم اب کے سامنے بناتا ہے
(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب میں ہم نے اعمال حس کا بیان کیا ہوا وہی اون طولوں
حساب نامہ جو کہیتوں اور قطعات زمین کے رقبوں کی دریافت کرنے میں مطلوب ہے تی میں
اب ہم اس کی بعض مثالیں لکھتے ہیں
(۴۰۷) مثالیں

(۱) مثلث کا قاعدہ ۱۳۶۲ جریب اور ارتفاع ۸۶۲ جریب ہے

$$۵۲۵ \times ۸ = ۸۶۲ \times ۱۳۶۲$$

پس کہیت کا رقبہ ۵۲۵ مربع جریب لینے ۵۲۵ ایکڑ یعنی ۵ ایکڑ اور ۳۸۸ پچ

(۲) اب اس دو جو کون کہیت ہے اور س ع اور د ق عمود و پ پر ہیں



اور کڑیوں میں یہ خطوط پائش ہوئی ہیں
 لوح = ۱۱۲ اور لاق = ۴۴۸ اور اب = ۴۲۴

س ع = ۲۲۳ اور دق = ۲۹۵

پس اسی معلوم ہوتا ہے کہ ع ق = ۳۳۴ اور ق ب = ۱۷۸

تو کہیت کی حصوں کی رقبہ مربع کڑیوں میں تفصیل ہون گے

$$\text{مثلث اوع س} = ۲۲۳ \times ۱۱۲ \times \frac{1}{2} = ۱۲۴۸۸$$

$$\text{ذوزلفہ ع ق دس} = ۵۱۸ \times ۳۳۴ \times \frac{1}{2} = ۸۷۰۲$$

$$\text{مثلث دق ب} = ۲۹۵ \times ۱۷۸ \times \frac{1}{2} = ۲۶۲۵۵$$

ان تینوں عددوں کا مجموعہ ۱۵۷۷۷ ہے پس کہیت کا رقبہ ۱۱۲۲۵۷۷ ایکڑ یعنی قریب
 ایک ایکڑ ایک روڈ ایک پول کے

چھالیسویں فصل فیلڈبک اور خسره

(۴۰۸) بہت سی کہتوں کی پائش اس طرح سے ہو جاتی کہ ایک کوئی کر دو سے کوئی تک خط منقسم
 پائش کریں اور کوئیوں سے جو عمود اوپر واقع ہوں ان کو ناپ لیں اول خط کو قاعدہ کا خط ملاحظہ کریں
 کہتے ہیں اور عمودوں کو اونسٹ کہتے ہیں اگر قطعہ زمین جو پٹری سے بڑا خط کھینچ کر
 او سکوا قاعدہ کا خط پھیراتی ہیں اسی بہت فائدہ سی حاصل ہوتی ہیں اور بعض اوقات قطعہ زمین
 میں ایک ضلع پر قاعدہ کا خط ہوتا ہے جیسا کہ دفعہ ۴۰۷ کے دوسری مثال میں چھائی دیکھا ہے
 خطوط کی طول پائش ہو ہو کر بطرح فیلڈبک میں مندرج ہوتی ہیں اور حال بیان کرتی ہیں
 (۴۰۹) فیلڈبک ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانوں میں منقسم ہوتا ہے اور سرور پر

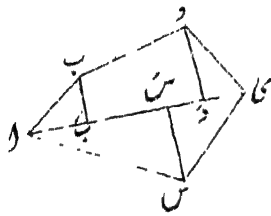
یعنی ستاح صفحہ کے بچے کی طرف سے اوپر کی طرف لکھتا ہے

خانہ وسط میں جو قاعدہ کی خط بر طولوں کی پائشیں ہوتی ہیں وہ لکھی جاتی ہیں راجین
 میں اونسٹوں کی طول لکھی جاتی ہیں جو قاعدہ کی خط کی دائیں طرف واقع ہوتی ہیں راجین

بائیں خانہ میں ان اونٹوں کی طول لکھی تھے جو قاعدہ کی خط کی بائیں طرف واقع ہوتی ہیں اور قاعدہ کے جن نقطوں پر شٹ پیمائش ہوتی ہیں انہیں نقطوں کے فاصلہ محاذی لکھے جانی ہیں فیلڈیک میں فقط پیمائش ہی طولوں کی نہیں لکھی تھے بلکہ اور مخصوص بائیں ہی لکھی تھے بائیں جسے نقشہ بنائی ہیں سرور میر کو بہت فائدہ پہنچتا ہے بس مقام پر کوئی جہیل خندق دریاوند کی آبادی وغیرہ آجاتی ہیں اس کی تحریر بھی فیلڈیک میں کرنی جاتی ہیں اگر کوئی بڑا جنت یا عمارت آجاتی ہے تو اس کو بھی لکھ لیتی ہیں اور اگر بڑی سی کسی ایسی سرحد پر گذرتی ہے کہ وہاں کے حد نہایت عجیب مشتم ہوتی ہے تو اس سرحد کو بھی کہہ لیتے ہیں

(۴۱۰) مثالیں

(۱)



۲۴۰ کی طرف

۲۳۰ کی طرف

سی تک
۱۱ ۲۵
۷ ۵۰
۶ ۲۵
۳ ۰۰
۱ ۷۵

۲۵۰ کی طرف

سرور یعنی مساح آسے کی طرف پیمائش شروع کرتا ہے اب ۳۰۰ کڑی اور جہ پر ایک فنٹ بج بائیں طرف ۲۳۰ کڑی کا ہے اور آسے ۴۲۵ کڑی کا ہے اور جہ پر ایک فنٹ ایک فنٹ س س د بائیں طرف ۲۵۰ کڑی کا ہے اور آسے ۵۰۰ کڑی کا ہے اور جہ پر ایک فنٹ دو بائیں طرف ۲۴۰ کڑی کا ہے اور آسے ۱۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کی قیمتوں کا حساب کرتے ہیں اور سب نتائج مربع کڑی میں لکھتی ہیں

$$\text{مثبت اب ب} = ۲۳۰ \times ۳۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۳۴۵۰۰$$

$$\text{دو ز نقب د ب} = ۲۴۰ \times ۲۵۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۱۰۲۵۰$$

$$\text{مثبت د س} = ۲۴۰ \times ۳۷۵ \times \frac{۱}{۲} = ۴۸۰۰۰$$

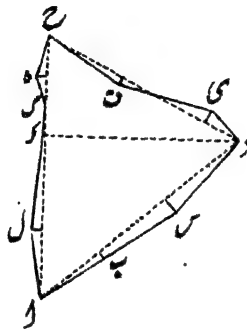
$$\text{مثبت ا س} = ۲۵۰ \times ۱۱۲۵ \times \frac{۱}{۲} = ۱۴۰۶۲۵$$

نودان سے بائیں ہانہ کی طرف مڑ کر چلا گیا
اگر دست کی خانہ میں صفر ہو نودان یہ سمجھ جا کہ خط حری ہیک اور مقام پر زمین کی سطح
بہتر چاہیے جسکو پیمائش کرنا منظور ہے

(۴۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنی کام کی صحت کا امتحان کر سکے بعض خطوط زائد کی طولوں کے
پیمائش کرنا ہی اور اونکی ضرورت کچھ رقبوں کی حسابگاری میں نہیں پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان
کے لئے ناپی جاتی ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک اہست چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اس کے
ربعی کی دریافت کرنی کی لئے نقطہ چاروں خطوں کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہو گا اور اگر
دو مثلث جو مثل کی قطر سے بنتی ہیں اونکی رقبوں کا حساب ان خطوط بخوبی ہو جائیگا مگر مزید
دوسرے قطر کو ہی ضرورت ناپی گا وہ مثل کا نقشہ چاروں مثلثوں اور قطر کے طولوں کے جو امتحان
کئے ہیں بنالیا گا اور دوسرا قطر کچھ گا اور جس پیمانہ کی موافق اوستی نقشہ اس شکل کا بنایا جائے
اوستی وہ دوسرے قطر کو ناپی گا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے
ہے یا نہیں جو اوستی پیمائش کیا ہے اگر یہ دونوں طول مطابق ایں میں ہوتی تو مساح
کو یقین کامل اپنی کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوتی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ ناپی جائے
ہوگی یا جریبے پیمائش کرنی میں پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہیے کہ کہاں ہے اور پھر
اوسکو دریافت کر کے نقشہ درست کرنا چاہیے

اگر قطعہ زمین جسکی پیمائش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اربعہ اضلاع اوسکی ناپی جائیں
جسی رقبہ اوسکا دریافت ہو جاوے اور نقشہ بن جاوے اس کام کی صحت دریافت کرنی کو مزید چاہیے
کہ اوس عمود کا طول ہی ناپیں جو ایکادیہ کے مقابل کی ضلع ہر یکا لیں یا اوس خط کا طول
دریافت کریں جو ایک ضلع کی کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کی کسی خاص نقطہ تک کہ چاہا
اور پھر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہیے جو نقشہ میں دریافت کیا جاوے وہ طول
جو فقط کام کی امتحان صحت کی واسطے ناپا جاوے اور اسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہیں

(۲۱۳) ایک کہیت یا بہت سے کہیتوں کی پالیٹھ میں سے عمل اس طرح کرن جو طرح دھنہ میں عمل کیا ہے یعنی ہر ایک جری یا خط کو وسطی ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کہیت کی مثال لیتے ہیں اسکی صورت مثلث کی قریب قریب پس بن خط جری پالیٹھ میں کہنے جائیں گے



۱۴۵۰	۵	۱۲۳۲	۵
۱۳۰۰	۳۰	۵۲۴	۵
۵۰۰	ک	۵۰۰	۵
۲۴۰	۲۰	۲۴۰	۵
۵	خ	۵	۵
۱۲۳۰	باہین	۱۲۳۰	۵
۸۲۰	ک	۸۲۰	۵
۴۰۰	ی	۴۰۰	۵
۲۴۰	باہین	۲۴۰	۵
۱۵۴۰	س	۱۵۴۰	۵
۹۴۰	پ	۹۴۰	۵
۳۰۰	۱۰	۳۰۰	۵
۱۵۴۰	۱۵	۱۵۴۰	۵
۹۴۰	۹	۹۴۰	۵
۳۰۰	۳	۳۰۰	۵
۱۵۴۰	۱۵	۱۵۴۰	۵
۹۴۰	۹	۹۴۰	۵
۳۰۰	۳	۳۰۰	۵

صفا سی کی واسطی انوسٹون کو بہت بڑا کر شکل میں بنایا ہے

شمال مشرق کی طرف چلو

اضلاع مثلث ۱۵۴۰ اور ۱۲۳۰ اور ۱۴۵۰ اگر بیان میں پس اس مثلث کا رقبہ بموجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۴۴۰۰ مربع کڑی ہے

اب ہم اون چھوٹی چھوٹی حصوں رقبوں کا حساب لگاتی ہیں کہ مثلث کی اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کی درمیان واقع ہیں
آد پر افٹ ب اور س پر ہیں پس ہکو ایک مثلث اور دوز نقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ

دریافت کرنا چاہی پس اونکی رقبی مربع کڑیوں میں تفصیل ذیل میں

$$\text{اول مثلث کا} = ۱۰ \times ۳۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۵۰۰$$

$$\text{دوز نقہ} = ۴۰ \times ۴۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۳۲۰۰$$

$$\text{دوسرے مثلث کا} = ۳۰ \times ۵۸۰ \times \frac{۱}{۲} = ۸۷۰۰$$

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب قح پر ایک افٹ جی برہ اور اندر کی طرف افٹ ن برہی تو دو مثلثوں میں دوہرا
مثلث تفریق ہونا چاہئے

$$\text{اول مثلث کا} = ۲۰ \times ۴۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۲۰۰۰$$

$$\text{دوسرے مثلث کا} = ۱۰ \times ۸۳۰ \times \frac{۱}{۲} = ۴۱۵۰$$

اب میزان ۸۵۰ جو زیادہ ہوتی چاہئے

اب قح پر تھ اور ل افٹ ہیں اور خط جری سے نقطہ ک پر ملتے ہیں پس
یہاں دو مثلث ہوتی

$$\text{اول مثلث} = ۲۰ \times ۵۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵۰۰۰$$

$$\text{دوسرا مثلث} = ۳۰ \times ۱۱۵۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۷۲۵۰$$

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

$$۱۰۴۹۴۰۰ = ۲۲۲۵۰ + ۷۸۵۰ + ۲۳۴۰۰ + ۱۰۱۴۴۰۰$$

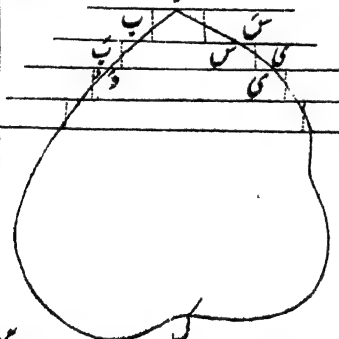
پس کسیت کا کل رقبہ ۱۰۳۹۹۴۰۰ ایڑ ہے

عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ کڑی ہے اور قح ۲۴ کڑیاں

(۳۱۴) ایک اور ترکیب بھی سوار فیضان ایک کے ہے جسکو سطح اختیار کرتے ہیں

کہ ایک نقشہ اس کہیت کا بنائی ہوئی جگہ کو بایش کرتی ہیں اور جن طولوں کو بنائی جاتی ہیں
اونکی مطابق نقشہ میں خطوں پر اس طول کو لکھ کر جاتی ہیں یہ اکثر دستور بندہست میں
پتھواریوں کا اس ملک میں ہے

(۲۱۵) اب تک ہم نے یہ فرض کیا ہے کہ کہیت جسکی بایش کی ہی اسکی سرحد میں خطوط تھیں
اور اسی تعداد ہی اعتدال اور خط کی ساتھ تھی لیکن اگر خدا کی نہایت غیر منظم ہو کہ وہاں
کام اور برکی فرض کرنے چل سکتا ہو تو وہاں دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام میں لانا چاہیے کہ
کا نقشہ بناؤ اور خدا کو ایسا بدلہ کہ تقسیم الاضلاع حد بنجائی اور اس کے اندر قریب آنا ہو
جبکہ پہلی ترکیب میں تھا اب آسان ترکیب اس اصول کے برتنے کے بیان کر رہے ہیں
(۲۱۶) فرض کرو کہ اب دیکھی س ایک کہیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خطوط



متوازی مساوی الیاد کہیجہ تو اسی کہیت کے
حصہ مساوی عرض ہو جائیگے اب ان حصوں میں سے
ایک حصہ ب دی س کو خیال کرو اور خط تقیم
ب و عمود اول خطوں پر طرح سے کہیجہ کہ قریب

اس حصہ کا وہی رہی خواہ اسکی حد ب و ہو
خواہ ب و ہو اگر ب و کو خط تقیم سمجھو تو یہ اس کے نقطہ وسط پر گزری گا اور اگر ب و خط تقیم
مقام ب و کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ او میں شرط مذکور پائی جاوے اور ایسی ہی
س و دوسری س و اس حصہ کی کہیجہ تو قریب ب دی س کا براہ مستطیل ب دی س
کے ہے پس اس طرح سی ایک سلسلہ مستطیلوں کا پیدا ہوگا جکا قریب بر اصل شکل کی قریب کے
ہوگا اور ان مستطیلوں کا قریب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسکی اصل شکل کا قریب
معلوم ہو جائیگا۔ مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک ایچ کی فاصلہ پر کہیجہ گئی ہیں اور
تمام مستطیل کے طولوں کا ۲۴ ایچ ہے تو قریب اصل شکل کا ۲۴ مربع ایچ پر اب فرض کرو کہ

کی مثالیں

۲۳۳

فصل ۲۴

کہ کھیت کی نقشہ میں پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کے واسطوں پر تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کے بغیر کر لگا
اسی واسطے کہ کھیت کا رقبہ ۲۹x۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہے

عمل مساحت میں طول استیلیوں کا ایک آدھ جریب یا انچ ہوتا ہے اور اس کو کنپوٹیشن کہل کہتے ہیں

چھالیسویں فصل کی مثالیں

ان کھیتوں کا نقشہ کنپوٹیشن اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولوں کی فیڈل تک میں اس طرح لکھی ہے

(۲)			(۱)		
۵۰ س تک	۵۰	ی تک	۱۰۰ د تک	۵۰	ی تک
۱۴۰ ب تک	۲۲۰	۱۲۰ د تک	۳۵۰	۲۰۰	س تک
	۱۰۰		۱۸۰	۱۸۰	
	۱ سے		۱ سے		

(۴)			(۳)		
۲۰۰ ب تک	۲۵۰	ی تک	۱۳۴ اس تک	۳۰۰	ی تک
	۲۹۰	۸۰ د تک	۱۴۲	۲۴۳	۱۸۰ د تک
	۱۵۰	۹۰ س تک	۹۹		ب تک ۱۲۲
	۱ سے		۱ سے		

(۵)			(۶)		
۱۲۰ ی تک	۱۰۰	ی تک	۱۳۰ اس تک	۴۰۰	ی تک
۷۰ د تک	۴۵۰	۵۴۰	۱۵۰ ی تک	۲۸۰	
	۲۰۰	۲۶۰		۳۸۰	۱۵۰ اس تک
	۳۵۰	۱۰۰		۱۰۰	
	۱۸۰	۱ سے		۱ سے	

(۸)			(۷)		
۹	۱۰۲	۸	۸	۷۸	۸
۸	۷۵	۱۲	۱۸	۷۳	۸
۱۷	۸۰	۷	۸	۳۴	۵
	۱۲			۲۱	
	⊙			⊙	
(۱۰)			(۹)		
	۱۳۰			۱۲۰	
۲۴	۱۱۰	۲۲	۱۹	۱۰۰	
	۹۰		۲۴	۸۰	
	۵۰	۸۰	۲۷	۷۰	
۲۸	۳۰		۲۵	۶۰	
	⊙		۱۸	۲۰	
(۱۲)			(۱۱)		
	۱۳ ۹۸		۷۰	۳۸۰	۲۰
۲۷۰	۱۱ ۱۲		۸	۲۴۰	۱۰۰
۲۲۰	۹ ۸۰		۸	۱۸۰	۷۴
۱۸۸	۷ ۱۲		۷۰	۱۰۰	۱۰
	۳ ۹۸	۲۳۵	۲۰	۸۰	۷۰
	۱ ۷۰	۹۲	.	.	۵۰
	۳ ۸	۸۲		⊙	
	⊙				

	ب ۱۰۰۰ ۴۰۰ ۰	۸۰
	جنوب ۴۳ مغرب	
	۵۱	
(۱۵) کہیت ابس دی منج کی ابتدا یہ تفصیل خلیع معلوم ہیں سکا رقبہ دریا کو اور نشہ بناؤ		
ج ۴۹۰	د ۵۱ تک ۱۵ ۴۰ ۸ ۴۲ ۸ ۱۸	مشرق ۲۰
	۵۱ سے	
د ۴۹۰	ح ۵۱ تک ۱۳۰ ۵ ۳۴۳	
	۵۱ سے	
۳۴۲ ب تک	س ۵۱ تک ۱۴ ۵۰ ۱۲ ۳۰ ۲۰ ۵	ح ۲۹۰
شروع کرو	۵۱ میں	مشرق کی سمت

(۱۶) اس کہیت کا نقشہ فیلڈ ایک سے بناؤ اور کل کہیت کا رقبہ دریافت کرو اور فرض کرو
مشکت ب س درمیں ۴۱۴۳۲ مربع کڑی ہیں اور ایک قطعہ زمین کا س اور
افسٹون کے درمیان جو س در اور س ب پر کہتھی جائیں ۳۰۰ مربع کڑی کا ہے

	٥٠	٥٠
	٤٢٢	٥٠
	٨٣٠	٤٠
	٥١٠	
٥٠	٣٨٠	
	١٢٠	٢٠
		٢٠
	٥٠	
	١٠٢٢	١٠
	٤٢٠	٣٠
		٢٠
	٥٠	
	١٢٤٢	١٠
	١٠٢٠	٢٠
	٤٨٠	٨٠
	٣١٢٢	
		٢٠
١٠	٥٠	

سینا لیسون فصل سوالات

(۴۱) زمین کی حالت میں ہم نے صرف جرب کی بجائیں اور کراس کا ذکر توضیح کرتے ہیں کیا اگر جہاں بجائیں بڑی اور صحیح کرنی ہوتی ہر دو ان آلات زاویوں کی بجائیں میں استعمال کرتے ہیں اور ہر چاب او کا علم شدت کی وساطت سے لگاتی ہیں اور انہیں پائون کے ساتھ ایسی بجائیں کا بھی ذکر کرتے ہیں جہاں ہمارے رسانی نہیں ہوتی اور فاصلہ ان

اشیا کا جہان ہم ہیو بخ نہیں سکتی دریافت کرتے ہیں باوجود کہ یہی سوالات کی حل کرنے میں علم مثلث کا کام پڑتا ہے مگر بعض سوال نہایت سبھی سادہ ہی طور پر حل ہوجاتی ہیں اسلئے ہم اونکا بیان کرتے ہیں

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو



فرض کرو کہ آ ایک چیز دریا کے نزدیک ہے

اور شیب او کی مقابل ایک اور جزبہ دریا کی متصل ہے

ایک خط اس زاوی قاعی بنانا ہوا اب پر کھینچو اور اتنا طول او سکا رکھو کہ چین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو دو تک ایسا کھینچو کہ اس دو برابر اس کے ہو دو کی ایک خط مستقیم زاوی قاعی بنانا ہوا اب پر کھینچو اور او میں نقطہ جی پیدا دریافت کرو کہ بس ہی ایک خط مستقیم ہو

پس مثلث س اور اب دسی سب طرح برابر ہیں اور دسی برابر اب کے

اور اب دسی کو پائش کر لو تو او سی طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہو جائیگا

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ میں ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ایک خط مستقیم زاوی قاعی بنانا ہوا دوسرے

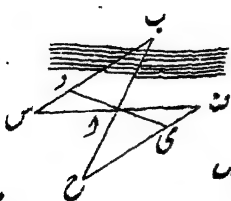
خط مستقیم پر کھینچیں اور او کی ترکیب ہم بیتا الیسوین فصل میں بیان کر لی ہیں اب ہم ایک اور مسئلہ

سوال کو حل کرتے ہیں او میں کچھ ضرورت زاوی قاعی بنانی کی نہیں پڑتی

(۴۲۰) دو مقاموں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور او میں ایک مقام ایسا ہو کہ ہم ان کے

فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہیں اور ب پر دریا کی حامل ہونی کی سبب یا کسی درو کی

سبب ہم نہیں جا سکتے



آ کو کسی خط اس کھینچ کرنا پ لو اور کسی نقطہ د پر

ایک چھنڈی بس کی سمت میں قائم کرو اور اس کو

تک ایسا بڑھاؤ کہ وقت برابر اس کے ہو اور د کو ہی تک

ایسا خلچ کر کہ آ ہی برابر آد کی ہو اور ق اور سی پر چھنڈیاں گاڑ دو پس ح کا نقطہ دریافت کرو

جس پر ڈاؤن جی کی سمتیں قطع ہوئی ہیں یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے
 ڈاؤن جی ایک خط مستقیم میں اور جی اور جی ایک اور مستقیم میں معلوم ہوں
 اب مثلث ڈاؤن جی اور جی کے مابین سب طرح سے برابر ہیں اور جی ڈاؤن جی کے
 پس جی ڈاؤن جی کے مابین اسی ڈاؤن جی کا طول دریافت ہو جائیگا
 (۴۱۸) دفعات ۱۸۱۸ اور ۴۲۰ میں ہم نے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسی سبب ہمارے
 پاس موجود ہیں کہ جی ایک خط برابر اس خط کی جسکو ناپنا چاہتے ہیں مگر کہہ سکتے ہیں اگر نفاذ
 جہان ہم پہنچ نہیں سکتی اگر بہت فاصلہ ہے ہوں گے وہاں ان ترکیبوں کا استعمال نہیں ہو سکتا
 اسلئے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سے لکھتے ہیں جو اسی صورتوں میں بھی بکار آمد ہو سکتا ہے
 (۴۲۲) دو مقاموں کی درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اون میں سے ایسا ہو کہ وہاں
 ہم پہنچ نہیں سکتے اور بہت دور ہے

فرض کرو کہ ڈاؤن جی دو مقام ہیں اور اون میں سے پہنچ نہیں سکتی اور وہ بہت دور ہے
 اب اگر مثلث کوئی طول اس ناپ لو اور جی کو جی کی سمت میں
 کہ جن میں آسانی ہو جسے برابر اس کے ناپ لوائے رسیاں لو
 جن میں سے ہر ایک سے اس کے ہواور ایک کا سرا ڈاؤن جی اور ہواور ہواور
 ڈاؤن جی اور رسیوں کو تاکہ پہلا ڈاؤن جی خط مستقیم پیدا ہوں اور اون کی دوسری سمت ایک
 بلین اور فرض کرو کہ یہ نقطہ جی ہو جسے ڈاؤن جی ہوگا ایک جی ہڈی لفظت پر گاڑو
 جہان سمتیں ڈاؤن جی اور جی کی تقاطع کرتے ہیں
 مثلثات ڈاؤن جی اور جی دو مشابہ ہیں اسی واسطے جی کو جی دوسری سمت
 جی کو جی کے پس اگر جی اور ڈاؤن جی کے مابین تو اس سے ناسب ڈاؤن جی
 کریں گے



اثر تالیسویں فصل ضرب ثانی عشری

(۴۶۳) مسطحات اور محبات کی بنیادوں سے جو سوالات متعلق ہوتی ہیں وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بھی حل ہوتی ہیں اس ترکیب کا نام ضرب چلیب یا اثنا عشری ہے جو وہ علم اور عمل دونوں کا رآمد ہے عمل میں آسانی ہوتی ہے اور علم میں اوسے عمدہ تعلیم ہوتی ہے اس لیے جو کچھ ہم اوسکا بیان کریں وہ لائق توجہ کی ہے اول ہم مربع بنیادوں کا ذکر کرتے ہیں

(۴۶۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جاننی میں کہ مربع فٹ کیا مراد ہوتی ہے اور اسے

انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے

اب ہم مربع فٹ کے نام پر کے لکھ اور اندازہ بناتی ہیں اور وہ یہ ہے کہ اگر سٹیل ۱۲ انچ یعنی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام مسطح اولے کہتے ہیں

پس جو جدول مربع بنیادوں کی ہے اوس میں یہ بیان اور بڑا دیکھ

۱۲ مربع انچ کا ایک مسطح اولی ہوتا ہے

۱۲ مسطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۴۶۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچوں کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مسطح اولی اور مربع انچ بنیں

تحویل ہو سکتی ہے

مثلاً ۱۷ مربع انچ = ۱ مسطح اولے ۱ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ مسطح اولی ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = ۴ مسطح اولی ۱۴ مربع انچ

اور ایسی کتنی ہی تعداد مسطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور مسطح اولی میں تبدیل ہو سکتی

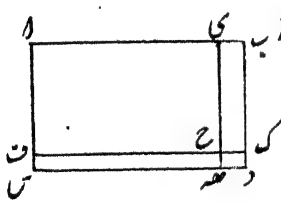
مثلاً ۱۹ مسطح اولی = ۱ مربع فٹ ۷ مسطح اولے

۲۵ مسطح اولی = ۳ مربع فٹ ۱ مسطح اولے

۵۴ مسطح اولی = ۴ مربع فٹ ۴ مسطح اولے

(۴۶۶) ایک سٹیل جواکفٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ مسطح اولے ہے

معلوم ہوتا ہے کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہے وہ ۲۴ سطح اولیٰ ہے اور اسی طرح ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہے وہ ۳۶ سطح اولیٰ ہے اور علیٰ ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۴ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہے ۴۸ سطح اولیٰ ہیں اسی معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۵ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہے ۶۰ سطح اولیٰ ہیں اور جو مستطیل ۶ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہے ۷۲ سطح اولیٰ ہیں اور علیٰ ہذا القیاس بسا اسی نتیجہ عامہ یہہ استخراج ہوتا ہے جسکا بیان مختصر یہہ ہے کہ فیٹ اور انچوں کا حاصل ضرب سطح اولیٰ ہوتا ہے (۷۲۰) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۹ انچ فرض کرو کہ اُس د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہے اور اب طول اور اس عرض ہے



اور فرض کرو کہ اسی ۸ فیٹ ۹ انچ اور ۵ فیٹ ۹ انچ کا
اور ۵ فیٹ ۹ انچ لفظی کسی حصہ متوازی اُس کا
اور لفظی ۵ فیٹ ۹ انچ متوازی اُس کا نکالو
اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ج ہے

پس کل مستطیل اب دس چار حصوں میں تقسیم ہوا ہے یعنی ایک حصہ مستطیل ہی بکج ہے
جو ۵ فیٹ طول میں اور ۹ انچ عرض میں ہے اسبوا ۷۲ سطح اولیٰ اوس میں ہیں یعنی ہر ایک
فیٹ اور ۹ سطح اولیٰ

دو حصہ مستطیل افح ج ہے جو ۸ فیٹ طول میں اور ۵ فیٹ عرض میں ہے
اسبوا ۷۲ سطح اولیٰ اوس میں ہیں

تیسرا حصہ مستطیل ج کہ حصہ ہے جو ۹ انچ طول میں اور ۹ انچ عرض میں ہے
اسبوا ۷۲ سطح اولیٰ اوس میں ہیں یعنی ۲ سطح اولیٰ ۶ مربع انچ

چوتھا حصہ مستطیل فح دس ہے ۸ فیٹ طول میں ۹ انچ عرض میں اسبوا ۷۲ سطح اولیٰ
۷۲ سطح اولیٰ ہیں یعنی ۲ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلوں کی رقبہ کا ۲۳ مربع فٹ ۴ سطح اولیٰ ہوا داتی دو مستطیلوں کا ۲۳ مربع فٹ ۴ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہی اسکو چاروں مستطیلوں کے رقبہ کا مجموعہ ۲۸ مربع فٹ ۴ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہے

(۲۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اس طرح لکھتے ہیں

۸	۹	
۵	۴	
۲۳	۹	
۲	۲	۴
۲۸	۱	۴

طول کو ایک سطر میں لکھو اور عرض کو دوسری سطر میں
اس طرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہوں

اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہ میں ضرب دیتی ہیں تو باقی ۲۳

۲۵ ہوتی پس ۲۵ سطح اولیٰ ہوتی یعنی ۳ مربع فٹ ۴ سطح اولیٰ ہوتی

اب ۴ کو لکھ دو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۲۰ ہوتی ۲۰ اور ۳ ملکر ۲۳ ہوتی
اسکو سطح اولیٰ کے مقام سے بائیں طرف لکھ دو

اب ہم ۴ میں ضرب دیتی ہیں جو باقیوں کی جگہ پر ۲۸ ہوتی ۲۸ مربع انچوں میں ۲۸ سطح اولیٰ

اور ۴ مربع انچ میں اسکو دائیں طرف اور خانہ کی لکھ دو جس میں سطح اولیٰ لکھی ہیں اور ۲ کو حاصل
مانو اور جب ۲۸ ہوتی ۲۸ اور ۲۸ چار ۵۲ ہوتی اور ۲۸ سطح اولیٰ کے ۲ مربع فٹ

۲ سطح اولیٰ ہوتی اسکو اپنی اپنی خانوں میں لکھو

اب ان دونوں سطروں کو جو حاصل ہوتی ہیں جمع کر دو مربع کو نیچے اتار لو اور ۴ اور ۲
سطح اولیٰ ہوتی جہاں ایک مربع فٹ اور ایک سطح اولیٰ ہوا کو لکھ دو اور ایک کو حاصل مانو

اور ۱ اور ۲ اور ۳ ملکر ۲۸ ہوتی

پس حاصل ۲۸ مربع فٹ ۴ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہوتی

(۲۲۹) اب ہم اس نتیجہ کو اور صورتوں میں لکھتی ہیں

ایک سطح اولیٰ اور ۴ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوتی اسکو سطح حاصل ۲۸ مربع فٹ ۴ مربع انچ ہوتی

اور اس طرح اوے $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہو اور $\frac{1}{12}$ مربع انچ $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہے اس کے واسطے
حاصل مربع فیٹ میں $۲۸ + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ یعنی $۲۸ + \frac{3}{12}$ یعنی $۲۸ + \frac{1}{4}$ یعنی $۲۸ \frac{1}{4}$
یعنی $۲۸ \frac{1}{4}$ ہے

یہ صورتیں نتیجہ کی بالکل مطابقت اور صورتوں کی ہیں جو بغیر اعانت ضرب چلیا کر نکلنے

پس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۴ انچ = ۶۴

$$44 \times 105 = 4620$$

۴۹۰ مربع انچ = ۲۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ

یا اس طرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = $\frac{38}{12}$ فیٹ = $\frac{35}{12}$ فیٹ

۵ فیٹ ۱۴ انچ = $\frac{15}{12}$ فیٹ = $\frac{5}{4}$ فیٹ

$$\frac{1}{8} \times 28 = \frac{35}{8} = 4 \frac{3}{8}$$

(۴۳۰) اب ہم مختصر کے ساتھ اس بات کا بیان کرتے ہیں کہ ترکیب مذکور محسبات

بیانون کی بیانون میں کس طرح توسیع پاتے ہیں اور اب ہم دو اصطلاحیں بیان

کرتے ہیں مجسم اوے اور مجسم ثانی اور ان کی معنی یہ مقرر ہیں کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانی ہوتا ہے

۱۲ مجسم ثانی کا ایک مجسم اوے

۱۲ مجسم اوے کا ایک مکعب فیٹ

(۴۳۱) دفعہ ۲۲۴ کی طرح عمل کرنی سی ہم بآسانی تمام اون نتائج کو حاصل کرتے ہیں

جنگو اور اون دونوں کی ساتھ جو بالفعل معلوم ہیں ملائیں تو سارا مطلب مختصر اول بیان ہوا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا مسطح فیٹ میں مجسم فیٹ ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا مسطح اولیٰ میں مجسم اولیٰ ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹوں کا مربع انچوں میں مجسم ثانی ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح فٹوں میں مجسم کو ہونا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح اولیٰ میں مجسم ثانی ہونا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح انجون میں مجسم ایچ ہونا ہے

(۴۳۲) ایک مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اس کا طویل فیٹ ۴ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۴ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

دفعہ ۳۲۸ میں قاعدہ کا قیہ ۴۴ مربع فیٹ اسطوح اولیٰ ۴ مربع انچ دریا ہوا اب ہم باقی عمل لکھیں

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} ۴ \quad ۸ \quad ۱ \quad ۴ \\ ۱۴۲ \end{array} : \begin{array}{r} ۳ \quad ۴ \\ ۴ \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} ۱۲ \quad ۰ \quad ۴ \quad ۴ \\ ۲۰۴ \quad ۴ \quad ۴ \quad ۴ \end{array} \end{array}$$

اب اول ہم ۴ جو بجای فیٹ کی ہیں ضرب دیتی ہیں ۴ جبکہ ۲۴ ہوتی ۴۴ مجسم ثانی مجسم اولیٰ میں صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکٹ ۱۲ اور ۲ اور ۲ چھ ہوتی پس ۴ کو لکھ دیا اور ۴ گنا ۱۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہے پس ۱۹۲ کو لکھ دیا

اب ہم ۳ میں جو بجای انچ کے ہے ضرب دیتی ہیں ۳ جبکہ ۱۸ ہوتی اور ۱۸ مجسم انچ اولیٰ میں ۴ مجسم انچ ہوتی پس ۴ کو اس خانہ کی دائیں طرف لکھو جس میں مجسم ثانی لکھی ہیں اور ایک حاصل مانو اور ۳ اکٹ ۳ ہونے اور ۳ اور ۱۲ ملکر ۱۴ ہوتی ۴ کو لکھو

۳ گنی ۱۴۸ برابر ۱۴۴ کی ہوتی ۴۴ مجسم اولیٰ کے ۲ مجسم فیٹ ہوتی پس کو خانہ مجسم اولیٰ میں لکھو اور خانہ مجسم فیٹ میں ۱۲ کو لکھو

پس دو سطریں جو حاصل ہوتی ہیں انکو جمع کرو پس حاصل ۴۴ مجسم فیٹ ۱۹ اولیٰ میں ثانی ۴ مجسم ایچ ہونے

(۴۳۳) دفعہ ۴۲۴ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتوں میں بیان کرتے ہیں اور ثابت کرتی ہیں کہ اگر ہم اس کو بغیر اس کی ضرب جلیبہ کی نکالتی تو یہی نتیجہ مطابق انہیں نتیجوں کے نکلتا

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فیٹ کی رقبہ میں بیان کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\frac{4}{128} + \frac{4}{128} + \frac{4}{128} + 2.0$$

یعنی $2.0 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ یعنی 2.75 ہوگی

(۴۳۴) پھر ہی جدول اپنی بائیں کستی میں وہ بارہویں حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اس کے بعد
اور محبات سے جو سوال عمل میں واقع ہوتی ہیں انہیں انچ کی بارہویں حصی ہی اصل نتیجہ میں
بہت مثال اور اوپر کی مثالیں ایک ہی اصول پر مبنی ہیں اب ہم نئی اصطلاحیں بیان کرتے
ہیں جنکی سبب سے تمام رقبی اس جدول کے پانچوں سے بیان ہو کر نکلے

سطح اولی ایک بار ہواں مربع فیٹ کا ہوتا ہے
سطح ثانی ایک بار ہواں حصہ مربع انچ کا ہوتا ہے یعنی ایک بار ہواں سطح اولی کا
سطح ثالث ایک بار ہواں حصہ سطح ثانی کا ہوتا ہے
سطح رابع ایک بار ہواں حصہ سطح ثالث کا ہوتا ہے
(۴۳۵) اور سنہ طویل کا رقبہ دریافت کرو کہ جس کا طول ۸ فیٹ ۴ انچ ۱۰ بارہویں اور

عرض ۵ فیٹ ۴ انچ ۲ بارہویں ہے

۸	۴	۱۰
۵	۴	۴
<hr/>		
۴۴	۱	۲
۴	۴	۱۱
<hr/>		
۵	۱	۸
۴۸	۱۱	۲
۸	۸	۱۰

اس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ سطح اولی ۲ سطح ثانی ۸ سطح ثالث ۱۰ سطح رابع ہے

اثر تالیسویں فصل کی مثالیں

جو سنہ طویل کے متعلق تفصیل میں معلوم ہیں انہی رقبی خرب شاعشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۸ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۷ بارہویں اور ۳ فیٹ ۳ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہویں اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہویں ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ بارہویں

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارہویں ۳ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہویں

جن مجہات متوازی سطح قائم الزاویہ کی ابتدا و تفصیل ذیل معلوم ہیں انکی حجم نکالو

اتنا عشری کی دریافت کرو

(۱۱) ۳ فیٹ ۳ فیٹ ۷ انچ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ ۳ فیٹ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ ۳ فیٹ ۴ انچ ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۳ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ ۶ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچا سوین فصل میٹر

(۲۳۶) فرانسسوں کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اسکا کام یہی کہی تحقیقات علمی میں ہے

اسلئے اسکا بیان کرنا ہی ضرور ہے

(۲۳۷) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ کی طرف سے معین ہوا سو میٹر ہے اور وہ پیمانہ

۱۴۴۷ھ - ۱۳۶۶ء انگریزی ہجری کے ہے

سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہے اس کی ایک سو لاکھویں حصہ کا نام میٹر کہلاتا ہے۔
 کیا تھا حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ قریب ۸۰ لاکھ ایک انچ کے ہوتا ہے یعنی
 جس نسبت سے کہ بہ پانیہ مقرر کیا گیا تھا اسی کچھ چھوٹا ہے
 رقبہ کا پانیہ معینہ ایر ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے
 اور محاسبات کی واسطی پانیہ معینہ میٹر ہے اور وہ مکعب میٹر کا ہوتا ہے
 تمام تقسیمین ضخاف اور حصوں کی عشری ہین ذیل میں اونچی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

کیلپی میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ایک ٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈبل میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = $\frac{1}{10}$ میٹر

سینٹی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر

لمتی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر

اور ایسی ہی ہیکٹ = ۱۰۰ ایر اور سینٹائر = ۱۱۱ ایر

دہی کی ٹیر = ۱۰ اسٹراورڈی سیٹر = ۱/۱۰ سیٹر

اور ایلیات کی ناپنی کے واسطی ایک پیمانہ لڑھکتا ہے اور وہ کعب ڈی میٹر کی برابر ہوتا ہے اور ان کے واسطی ایک پیمانہ گرم ہے وہ ایک کعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہے اور اوسین ۱۵۵۳۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہیں

اونچا سوین فضل کی مثالین

(۱) قطر دائرہ کا ۱۵ میٹر ہے محیط اس کا درجہ بنت کرو

(۲) ایک قائم الزاویہ ۵، ۷، ۲۴ میٹر طول اور ۳۰ میٹر عرض ہے رقبہ اس کا دریافت کرو
(۳) ایک ذوزنقہ کی خطوط متوازیہ ۷، ۱۵ میٹر اور ۴۲ میٹر ہیں اور اون کا درمیانی عمود
فاصلہ ۲ میٹر ہے رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک یو آر ۴ میٹر لمبی ۴ میٹر بلند اور ۴ میٹر اتار ہے اس کا حجم مکعب میں
دریافت کرو

(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۴ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ میٹر ہے اس کے
حجم میں مکعب ڈی سی میٹر دریافت کرو

(۶) ایک طرف جب خالی ہوتا ہے تو ۷ کیلو گریم کا ٹکڑا ہے اور جب پانی سے بھر دیا جائے
تو اس کا وزن ۷ کیلو گریم ہوتا ہے تو طرف کا ساٹھ مکعب ڈی سی میٹر میں دریافت کرو
(۷) ایک طرف ۵ میٹر لمبا اور ۷ میٹر چوڑا اور ۷ میٹر عمق میں ہے تو بناؤ اور میں
کتنے ہی کٹھن لٹ پانی سمایں گے

(۸) ایک اسطوانہ میں ۷ کیلو گریم پانی آتا ہے اور اسطوانہ کا نصف قطر ۱ سینٹی میٹر ہے
اور اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر میں دریافت کرو

(۹) ایک تار برقی ۵ کیلو میٹر لمبا ہے اور اس کا قطر ۱/۲ میٹر ہے تو اس کا حجم مکعب
ڈی سی میٹر میں دریافت کرو

(۱۰) ایک لوسہ کی گولی کا قطر ۲ میٹر ہے اس کا وزن کیلو گریم میں دریافت کرو
اور حجم لوسہ کا ۷ گنا اس پانی سے ہے جس کا حجم لوسہ کی حجم کی برابر ہو

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر
میٹر اور ارتفاع مائل ۸ میٹر ہے

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہے اس کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو
(۱۳) ثابت کرو کہ ایک طین ۷، ۷، ۷ ایر ہوتے ہیں

متفرق

۲۴۶

سوالات

(۳) ثابت کرو کہ ایک لمب گز میں ۵۷، ۶۷، لمب ڈمی سے میٹر ہوتے ہیں

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن میں ۵۷، ۷۷ کے قریب لٹر ہوتے ہیں

ان کے مثالوں میں جذر الکعب نکالا جاتا ہے

(۱۶) ایک موج کرہ کا ظرف ایک لٹری کرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک ظرف مخروطی مستدیر کی صورت کا ہے اور اس کا ارتفاع برابر قطر قاعدہ کے ہے

اور اس کا ظرف ایک لٹر کا ہے اور اس کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اس کا حجم ایک لمب

ڈمی سے میٹر ہے اور اس کا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرق

(۱) ایک بلی کٹری ہوئی تھی وہ اوپر کے سسر سے ٹوٹ کر زمین سے اُلگی اور ایسی جگہ اُلگی

کہ وہ ۵۰ فیٹ کی فاصلہ پر بلی کے جڑ سے تھی اگر ٹوٹا ہوا ٹکڑا ۹۱ فیٹ ہو تو بتاؤ

اوس بلی کا کل طول کیا ہے

(۲) ۱۷۰۰ مربع انچوں میں کتنی مربع فٹ ہوں گے

(۳) دو مربعوں کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہیں اور ایک مربع کا ضلع چھتہ دوسرے مربع کے

ضلع سے طول میں ہی تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع میں ۲۵۳۳ فیٹ ۹۷ انچ ہیں اور اس کا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۴۴ اگر ہے اور طول چھتہ عرض سے ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۲۱ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہے ۲۰ انچ عرض کا فرش ۶۴ پائی گز کا کتھر ہے

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۲ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے اور ۱۲ فیٹ بلند ہے

تو دیواروں پر ۹ انچ عرض کا کاغذ ۲ انچ آنے گز کا کتھر روپیہ کتنے لگے گا

(۸) ایک مکان میں ۶۳ کٹریاں ہیں اور ان میں ۴۰ کے اندر ۱۶ کٹریاں ہیں

اور ان میں سے ہر ایک پر کالہ ۲۰ انچ لنبا اور ۱۴ انچ چوڑا ہے اور باقی میں ۹ برکالی کے
ہوتی ہیں اور ان میں سے ہر ایک پر کالہ ۱۴ انچ مربع ہے اور ایک روپہ ۴ رنی فٹ شیشہ کے تختہ
ہے تو بناؤ کل خرچ شیشہ لگانی کا کیا ہوا

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۹۹۰ اور ۱۰۰۰ کڑی ہیں اور کا رقبہ دریافت کرو ہے

(۱۰) دو زلغہ کا رقبہ ۴۷۵ مربع فٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ محمودی ۱۹ فٹ ہے
تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور ان میں فرق ۴ فٹ ہے

(۱۱) دو سٹرکس ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتی ہیں دو آدمی و مس مقام چلے
جہاں سٹرکس ایک دوسرے سے ملتی ہیں ایک آدمی ایک سٹرک پر ۴ میل فی گھنٹہ کے
چال چلتا ہے اور دوسرا آدمی دوسرے سٹرک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے
تو بتاؤ ۱۰ منٹ چلنے کے بعد ان میں کیا فاصلہ ہوگا

(۱۲) بناؤ ایک مربع میل کے $\frac{1}{4}$ حصہ میں کتنی مربع گز ہوتی ہیں

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸۸ انچ ہے اور دوسرے کا ۳۳۹ انچ ہے تو جو مربع ان

دونوں مربعوں کے برابر رقبہ میں ہے اس کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۴) ایک مربع میں ۳۹۰ فٹ ۸ انچ ہیں اس کا ضلع دریافت کرو

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کہیت ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ اگر کسی اگر ایک شخص $\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ

کی رفتار سے اس کی گروہری تو کتنی دیر میں اس کی گرد بہر آئیگا

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فٹ ۸ انچ لنبا اور ۱۲ فٹ چوڑا ہے اور ایک گز عرض کا فرش ۹ گز

اوسمیں کتنا اور کتنی کا صرف ہوگا

(۱۷) ایک کمرہ ۳۴ فٹ لنبا ۲۰ فٹ چوڑا اور ۱۴ فٹ ۳ انچ بلند ہے اور ان دیواروں

میں ۴ دروازے ہیں اور ہر دروازہ ۸ فٹ ۵ انچ ۳ انچ ہے اور تین بڑی دروازے ہیں

جن میں سے ہر ایک ۱۰ فٹ ۶ انچ ۸ انچ ہے اور ایک نشان ۴ فٹ ۱۶ انچ ۴ فٹ ۱۶ انچ ہے

منہا دیگر بناؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ $\frac{1}{16}$ آنے گز کا کتنی کا اس کمرہ میں صرف ہوگا
(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض ۶۰ وچہڑی اور اسکی چھت کی رنگوائی $\frac{1}{4}$ آنے گز کے حساب سے
۳۹ روپیہ صرف ہوئی اور دیواروں کی رنگوائی میں ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵
روپیہ خرچ ہوئی تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) ضلع ایک منٹ کی ۸۴۸ اور ۱۹۰ اور ۴۸۸ کڑا میں اس کا رقبہ دریافت کرو
(۲۰) ایک مستطیل ۸ گز اُفت ۳۰ انچ طول میں اور ۱۰۰ انچ عرض میں ہی تو بناؤ کتنی دائرہ
ایسا ایک انچ نصف قطر کے لکھ رقبہ میں اس مستطیل کے رقبہ کی برابر ہوں گے اور بیان لو کہ
دائرہ کا رقبہ جبکہ نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{3.14}{1}$ مربع انچ ہے

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اسکی استعمال کی طریقہ کو بیان کرو اور بناؤ پر کار کی پرہ
کن نقطوں پر رکھی جائیں کہ ۳۴ و ۱۵ طول پالیں ہو
(۲۲) بناؤ ۱۵ فٹ مربع کس قدر ۱۵ مربع فٹ سے زیادہ ہے

(۲۳) دو مستطیل کہیت ہیں اور رقبہ انکی آپس میں برابر ہیں اور ضلع ایک کہیت کر
۹۴۵ گز اور ۱۲۴۴ گز طول میں ہیں اور اور دوسری کہیت کا بڑا ضلع ۱۱۳۳ گز ہے تو چھوٹے
ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کہیت کی رقبہ کو ایکٹ روڈ پول مربع گز میں بیان کرو
(۲۴) ایک مربع میں ۳۴۴ مربع فٹ ۵۲ انچ میں اس کا ضلع دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۱۴ ایکٹ ۴۰ گز ہے اور اس کا طول عرض ۶۰ چھڑی ہے
تو مجموعہ ضلع اس کا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ ہی بناؤ
(۲۶) ایک کمرہ ۱۸ فٹ ۴ انچ لمبا اور ۱۸ فٹ ۴ انچ چوڑا ہے تو ۲۰ انچ عرض کا فرش
۵۳ گز کا کتنے کا اس میں صرف ہوگا

(۲۷) ایک کمرہ ۵ فٹ طول میں ۱۰ فٹ عرض میں اور ۹ فٹ ۴ انچ ارتفاع میں
ہے تو اس کے چھت اور دیواروں کی رنگوائی ۱۲ گز کے حساب سے کیا ہوگی

(۲۸) ایک کمرہ طول میں بہ نسبت عرض کے چھ ہر اور ۴ شلنگ ۴ پینس گز کا فرش اور زمین چھ ہر

گی ہر اور ۵ پینس گز کی حساب سے دیواروں پر رنگوائی ہوئی اور فرش میں ۸ پونڈ ۵ شلنگ

۴ پینس اور رنگوائی میں ۴ گنتی صرف ہوئی مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۲۹) کیسے مثلث مساوی الاساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰ فیٹ ۵ اور ہر ایک ضلع برابر اضلاع

میں سے کسی سے ضلع با پنج اٹھواں حصہ ہر اوس کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) اوس دی با پنج ضلع کی شکل ہر اور زاویہ ت اور س بر قائمی میں اگر اوس = ۲۰

فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د می = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور اسی کا

طول دریافت کرو

(۳۱) ایک بل کے خراب قوس کے شکل کی ہر اوس کا وتر ۹۹ فیٹ ہر اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے

اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہے

(۳۲) ایک مربع گز ۷۵ برابر مربعوں میں تقسیم ہوا ہر ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو

(۳۳) مینار اعظم مصر کی قاعدہ کے رقبہ میں بناؤ کتنی ایچڑ ہیں ۵۰ فصل کی اہم مثال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جس کا رقبہ برابر اوس متطیل کی ہر جو ۸ فیٹ لنبا اور ۱۲ فیٹ

چوڑا ہے

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کہیت ۳۰۰ گز لنبا اور ۲۰۰ گز چوڑا ہر اوس میں ایک نہ سے دو سہر

کو نہ تکف صلہ دریا کرو اگر اوسکی اندر ۳۰ گز چوڑا گہرا درختوں کی بنایا جاو تباؤ کتنی چکائی ہوئی

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۹ فیٹ لنبا اور ۸۴ فیٹ چوڑا ہر اور اوس میں جا کر کیا ران لکھیں

کی ہیں اور ہر کیا ران ۲۲ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہر تو تباؤ باقی صحن کا فرش

۸ پز گز کے حساب سے کتنی روپیہ میں ہوگا

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہر تو دیواروں پر پیر ۱۰

فیٹ عرض کا اور ۴ پز آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگے گا

اور اس کمرہ میں بھی خچے کاغذ منڈہنی کا تباؤ حسب کا طول عرض ارتفاع یعنی کمرہ کی طول عرض ارتفاع سے دو چند ہو کر کاغذ عرض اور قیمت میں نسبت پہلی کاغذ کی عرض اور قیمت کی نسبت (۳۳) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہو اور طول عرض سے دو چند ہو اور اس میں ۱۶۵ گز کاغذ ۲ فیٹ عرض کا چاروں دیواروں میں لگا تو تباؤ اور اس میں فرش کتنا لگے گا (۳۴) منٹ کی ضلع ۲۵ و ۳۴ و ۵۶ فیٹ ہیں اور اس کی ایکڑ اور یہ سب بڑی ضلع بہ عمود نکالا گیا ہو تو جو دو منٹ اس عمود سے پیدا ہوتے ہیں اونکی رقبہ دریافت کرو (۳۵) کہیت اب اس دکان رقبہ دریافت کرو اور نقشہ تباؤ اور اس کی اندر تفصیل ذیل طول پچائیش کڑیوں میں ہوئی ہیں

ب سے عمود ب م کا اس پر = ۴۰

د سے عمود د ن کا اس پر = ۸۱۶

اس = ۱۲۲۰ اور ا م = ۵۳۲ اور ا ن = ۲۸۶

(۳۱) قوس کا وتر ۲۷ فیٹ ہے اور اس کا ارتفاع ۵ فیٹ ہو اور اس کا طول دریافت کرو (۳۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لمبا ہو اور اس کا کیا عرض کہیں کہ ۲۱ مربع گز رقبہ اور اس کا ہو (۳۳) مستطیل کا رقبہ ۲۷۲ فیٹ ۳۲ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۳۴) ایک مستطیل ۲، ۹ گز لمبا اور ۳، ۶ گز چوڑا ہو اور اس کی رقبہ کے برابر جو مربع ہو اور ضلع دریافت کرو

(۳۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۵، ۳ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۵، ۷ فیٹ ۹ انچ چوڑا ہو اور قیمت اس کی ۴۴ روپہ ۱۰، ۶ پیم بانی ہے تو تباؤ اور اس کی منٹ مشابہ قطعہ ۲، ۸ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۵، ۱ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا

(۳۶) ایک بازار نصف میل لمبا اور ۲، ۷ فیٹ چوڑا ہو اور اس کی فرش کی لاگت ۷ پیم آنہ

مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فٹ ۴ انچ لمبایہ ۱۵ فٹ ۴ انچ چوڑا ۱۴ فٹ لمبدر اور اسکی دیواروں میں دو دروازے ہیں ہر ایک فٹ ۳ سینٹی ۵ انچ ہے اور ایک بڑا دروازہ ۵ فٹ ۷ فٹ ہے اور دو دروازے ہیں ہر ایک ۵ فٹ ۵ سینٹی ۴ فٹ اور ۴ فٹ ۸ انچ سے ۳ فٹ کا ایک آتش دان ہے تو ان سب کو دیواروں میں سے منہا دیکر ۳۳ انچ عرض کا کاغذ ۱۶ آنہ گز کا اسکی دیواروں میں کتنا لگے گا

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہے اور ۵ گز کا فرش اس میں ۱۰ روپیہ ۴ پائی لگا اور اسکی دیواروں کی سفیدی میں ۴ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۴۹) اب س د چار ضلع کی شکل ہے اور ب س متوازی آد کا ہے اور اب = ب س = س د = ۳۲ فٹ اور اد = ۳۳ فٹ اس کا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے اسکی اندر مربع بنا جا کے اس کا رقبہ دریافت کرو
(۵۱) ایک مخروط مضلع ناقص کے ایک سر سے ضلع ۱۲ اوہ ۲۰ انچ ہیں اور دوسرے سر کا قطر ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سر کی ضلع دریافت کرو

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۸ فٹ ۴ سینٹی ۲۴ فٹ ہے اسکی فرش کا خرچ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۹۰ فٹ ۳۲ فٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۵۷۰ مربع فٹ ۷۰ ہے مربع ۵۰ انچ ہے اور ایک ضلع ۱۸ فٹ ۹ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ مین ہیگٹ مین ۳۵۸۸ مربع گز ہیں اور ایک ہیگٹ ۱۰۰۰ مربع میٹر

تو طول میٹر کا گزوں کے رموں میں دریافت کرو
(۵۵) ۱۳ فٹ طول اور ۱۶ انچ عرض کی تختی ۵ گز لمبی اور ۲ گز چوڑی ہے

پیرکتنی بھینگے اور اگر ۷/۸ آنہ مربع فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا رومیہ او سین خرچ ہوگا
(۵۶) ایک کمرہ ۷۰ فیٹ ۹ اینچ طول میں اور ۱۲ فیٹ ۱۱ اینچ عرض میں ہے ایک فرش اسکا
سٹیم گز عرض کی ٹاٹ کا اور ۱۲ پائی گز کا بنایا جاوے اور دوسرا فرش ۱۱/۸ گز عرض اور
۳ پائی گز کا ٹیپ کا بنایا جائے تو بتاؤ ان دونوں فرشوں کی قیمتوں میں کیا فرق ہوگا
(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۱۱ اینچ لمبا اور ۹ فیٹ ۳ اینچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہے اور اس میں
دو دروازی ۵ فیٹ ۵ اینچ سین ۴ فیٹ ۵ اینچ میں اور ۳ کھڑکیاں ہیں اور ہر ایک ۴ فیٹ ۸ اینچ سے ۲
فیٹ ۵ اینچ ہی تو اوکے دیواروں پر ۱۵ اینچ لمبی اور ۳ اینچ چوڑی ڈاک کی ٹیبلٹ کتے لگائیے

دروازی بستنے ہیں

(۵۸) ایک شخص پاس کچھوٹے باغ ہی اور اس کی قاعدی میں ۲۰۰ گز ہیں وہ قاعدہ کے
متوازی چھاڑی لگا کر اس کی برابر دو حصے کرنا چاہتا ہے تو طول چھاڑی کا دریافت کرو
(۵۹) اس دعویٰ کو مثالوں سے ثابت کرو کہ اگر دو دائری متحدہ مرکز ہوں تو ان کی بیسیائی
کا رقبہ برابر اس دائرہ کی ہوتا ہے جس کا قطر برابر اس متوازیہ بیرونی کی ہے جو دائرہ اندر
کو مس کرتا ہے

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہے اور اس کا فرش ۲۳ پائی فٹ کی حساب سے کیا گیا
مگر مرکز پر اس کی ایک مسدس منظم کی جگہ چھوڑ دی گئی ہے اور اس مسدس کے ہر ضلع ۲ فیٹ ہے تو بتاؤ
فرشچین کیا لاگت لگی گی

(۶۱) ایک بلوار ۱۲۰ اینٹ لمبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۱ اینٹ انار کی ہے تو بتاؤ او سین کتنی بیٹیں لگائیں
(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱ ۱/۲ گز اور جسامت ایک گز ۴ مکعب فیٹ ۱۲ ۹۶
مکعب اینچ ہے اس مجسم کا دل دریافت کرو

(۶۳) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۱۱ اینچ لمبا اور ۱۳ فیٹ ۴ اینچ چوڑا ہے او سین بارش کی سبب اس میں
گہرا پانی چڑھا تو بتاؤ یہ پانی وزن میں کتنا ہوگا اور ایک مکعب پائے کا

وزن ۳۱ پونڈ ۱۰ انس (۶۴) سونا ایسا کوٹا جا کہ ایک گرین فی کا ورق ۵۵ مہلچ انچ کا نجابی تو بتاؤ کتنی گرمی ہوگی
 تیلے رکھیں کہ ایک انچ کا دل بن جا اور ایک مکعب سو فی کا وزن ۱۰ ہنڈر ٹیڈوٹ ۵۵ پونڈ ۱۰ انس
 (۶۵) ایک مکعب مین ۲۰ انس مکعب گر مین تو بتاؤ اس کی کنارہ میں کتنی طولانی فیٹ ہیں
 (۶۶) ایک طرف چاروں طرف سے بند ایک انچ موٹی دہات کا بنا ہوا ہے اور اس کی استداد
 بیرونی ۲۰ فیٹ ۳۰ انچ اور ۱۰ فیٹ ۵۰ انچ اور ۱۰ فیٹ ۳۰ انچ ہی اور وزن ۲ ہنڈر ٹیڈوٹ
 سکواریٹ پونڈ ۱۰ انس تو اگر یہ طرف شہوس ہوتا اور اندر کی خالی نہ ہوتا تو کیا وزن آوگا ہوتا
 (۶۷) ایک سنگ سیرج کا جثا ۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متفاضل کا اوسط ۱۱۳ مہلچ فیٹ ہے
 اگر اس کا ایک جو کہوٹہ مینار بنا دیں تو ایک تہائی جثاں کا حجم ضائع ہوتا ہے اور اس کا وزن
 ۴۳۹ ٹن کا ہو جائیگا تو ایسی مینار کی حجم میں مکعب اور ایک مکعب سنگ سرخ کا وزن بتاؤ
 (۶۸) ایک گول مینر کی تختہ کا ۵ فیٹ قطری اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنی مکعب لکڑی میں
 ہے اور اس کے خزانہ کرائی ۴ فیٹ کی حساب سے کتنی روپیہ میں ہوگی
 (۶۹) ایک ٹل جبرمی کا ۲۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہے تو بتاؤ اس میں کتنی گیلن پانی سما
 (۷۰) ناقص مخروط مضلع کی سرکائیم الزاویہ میں اور ایک سر میں ضلع محیط زاویہ قائمہ
 کے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہیں اور دوسرے ضلع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ فیٹ ہے اور ارتفاع مخروط
 ناقص کا ۵ فیٹ ہے حجم اس کا دریافت کرو

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹائی ۴ و ۳ و ۳ انچ ہے تو بتاؤ کہ
 ۷۲ و ۸ و ۱۰ فیٹ کی طول عرض اتار کی دیوار میں کتنی ٹیبلین لگینگے
 (۷۳) ایک مجسمہ کا دل ایک فٹ ہے اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فٹ ۲۱۴ مکعب انچ
 ہے اس مجسمہ کا طول دریافت کرو

(۷۴) ایک صندوق ۴ فیٹ طول میں ۲ فیٹ ۴ انچ عرض میں اور افٹ ۴ انچ عرض میں

اور او سین ۲۵۲ کتا بن رکھی گئی ہیں اور ہر ایک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی اور
۱۲ انچ موٹی ہو تو بتاؤ ۴ انچ لمبی اور ۳ انچ چوڑی اور ۱۲ انچ موٹی کتا بن اوس صندوق
میں کتنی اور سائیں گے

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ میں ۶۵۹ فیٹ ۲۱۸ انچ ہیں اور اس کا قاعدہ
۲۶ فیٹ ۶ انچ ہے اس کا ارتفاع دریافت کرو

(۷۵) مکعب کی جسامت ۴۲۵.۴۸-۰.۹۷۰۰۰ مکعب انچ ہو اس کا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کے سطح میں ۳۳۵۹۳ مربع فیٹ میں نو اوس کی کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہو اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو

(۷۸) بیلن لوہی کا ہی اور ایک انچ موٹا ہو اور طول اس کا ۳۰ انچ ہے اور قطر اندر کی

سطح کا ۲۰ انچ ہے وزن اس کا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہی کا وزن

۵۴۲.۴۷ اونس ہے

(۷۹) ایک برج کی ہر ایک طرف ۲۱ فیٹ ہو اور اس کی چہیت چمپی ہے اور سیسہ کی چادر اوپر

بچا سی گئی ہے جس کی قیمت ۶ پنس مربع فٹ ہو اور ایک مخروطی چہیت ہے جس کا ارتفاع ۱۰ فیٹ

ہے اور سلیٹوں سے چڑھی ہے اور ۱۸ شانگل ۹ پنس فی صد سلیٹ کی قیمت ہو اور او سین

ہر ایک کے سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت میں چہیت کی قیمت دریافت کرو

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہیں اور او سین ہر ایک کی سطح چھبہ دو سر کی سطح سے ہے تو

اونچی حجوں میں نسبت دریافت کرو

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی متصل کی کناری ۳۴ و ۵۷ و ۸۰ انچ ہیں

تو اس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جس کا حجم برابر اس مجسم کے ہو

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰ گز عرض ہو او سین ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار

بانی چلتا ہو تو بتاؤ اس کا بانی کتنی ٹن سمندر میں ایک منٹ کے اندر گرتا ہے

(۸۳) مکعب کی جسامت میں ۳۵۹۳۷۵ مکعب فٹ ہیں اور اس کی کنارہ میں تعداد انجون کی دریافت کرو

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہے کہ اس کا حجم برابر اون مکعبوں کے حجم کے ہے جن کی کنارہ ۱۰ انچ اور ۲ انچ ہیں اور اس کی قاعدہ کا رقبہ برابر دو مکعبوں کے تفاوت کے ہے جن کے اضلاع $۱\frac{1}{4}$ و $۱\frac{3}{4}$ فٹ ہیں ظرف کا عمق دریافت کرو

(۸۵) ظرف خمرات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے

۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہی ۱۲ پنس فی مربع انچ کی حساب سے اس کی گھٹ کرانی کیا ہوگی

(۸۶) اگر سونا کوٹ کر سیلا بنایا جائے کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے

یہہ ورق سونی کے ملکر مٹائی میں برابر اور اس کا غذ کی ہوں گے جسکی ۴۰۰ تختوں کی تہا

ایک انچ موٹی ضخامت میں ہے اور سونی کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہے اور اس کا قطر ۴ فٹ ہے اور اس کا ظرف ۲۰ گالن

ایک اور برتن سی ہے جسکی صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اس کا عمق ۴ فٹ ۶ انچ ہے اس میں ۲ فٹ ۶ انچ

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۱۳ اور ۴ انچ طول میں ہیں وہ تری ضلع کی گرد حرکت

کر کے جو مخروط مستدیر پیدا کریگا اس کا حجم اور کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۸۹) مخروط مصلع ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سرستپیل ہے اور وہ

۹ انچ ۱۲ انچ ہے اور اوپر کا سرستپیل ہے جس کا بڑا ضلع ۸ انچ ہے اس ناقص مخروط کا حجم کیا کرو

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع فٹ ہے کہہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک لٹہ ۲۰ فٹ ۴ انچ لمبا ہے اور اس کا ۱۰ انچ چوڑا ہے اور اس کا ۶ انچ موٹا ہے

تو بتاؤ ایک انچ موٹا تختے کتنی پہلاؤ کے کٹینگے

(۹۲) حمام کا حوض ۶ فٹ لمبا اور ۳ فٹ چوڑا اور اس کا ۴ انچ گہرا ہے اور اس کا

پانی وزن میں سماتا ہوگا

- (۹۳) مکعب کا حجم ۲۴۰۰۱۷۳۲۲۳ مکعب انچ ہے اور اس کا ضلع دریافت کرو
- (۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہے اور اس میں ۱۲ انچ کنارہ کی مکعب کتنی سمائیں گے
- (۹۵) ایک مکان ۱۲ فیٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہے اور اس میں فرش کا فرش بچھا ہوا ہے اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہے اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ لمبا ہے تو ایسی کتنی تختی فرش میں لگی ہوئی ہوں گے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختوں کا وزن کیا ہوگا
- (۹۶) کمرہ مکعب کی شکل کا ہے اور اس میں ۴۴۵۶ مکعب فیٹ کا ساؤ ہے تو بناؤ اور اسکے فرش میں ۲۷ انچ عرض اور ۴۷ پاؤں گز کا فرش کتنا لگے گا
- (۹۷) ایک مخروطی بہت ۱۶ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اس کا مربع ہے اور ہر یکا قاعدہ کا ضلع ۲۴ فیٹ ہے اور اس پر ۱۶ انچ موٹی چادرین سیسے لگی ہوئی ہے تو بناؤ کتنا سیسہ اس میں لگا ہوا ہے اور یہ جان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ اونس ہے
- (۹۸) اگر سیسہ کو آٹالین اور اس کی گولی ایسی صورت کی بنائیں کہ اس کے شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ۱۶ انچ لمبا اور ۱۶ انچ قطر ہو اور ایک سر اور ایک سی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور ۱۶ انچ بلند ہو تو بناؤ کتنی گولیاں بنائیں گے
- (۹۹) ایک توپ کا گول گولہ ۹ انچ قطر کا گولایا گیا اور مخروط مستدیر کی قالب میں ڈھالا گیا اور اس کے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہے مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو
- (۱۰۰) ایک اسطوانہ ۲۴ فیٹ لمبا ہے اور اس کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اس کے سر وں پر نصف کرہ چسبان کی گئی ہیں تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۰۱) تین کی ایک کیف ہے اور اس کے دو حصے ہیں ایک حصہ مخروط مستدیر ہے اور ارتفاع مائل ۶ انچ ہے اور ایک سرے کا محیط ۲۰ انچ ہے اور دوسرا سرہ ۱۲ انچ ہے اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہے جس کا محیط ۱۲ انچ ہے

- اور طول ۸ اینچ صوبہ تو بناؤ ٹین کتنی مربع اینچ اس کیفیت میں لگا ہوگا
- (۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ اینچ ہو اور سینٹی ۲۲ اینچ کنارہ کے مکعب کتنے کتنے
- (۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی او کی طول ہو ہی اور تین نصف او کی ارتفاع ہو ہے اور
- طرف کمرہ کا ۵۸۳۲ مکعب فیٹ ہو نو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو
- (۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۵۹۸۵۳۸۵۴ مکعب اینچ ہو او کی سطح کا طول دریافت کرو
- (۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ مکعب فیٹ ہو اور دو ستر مجسم کی ۱۷ مکعب گز تو بناؤ دوسرا
- مجسم کونسا اضعاف پہلی مجسم کا ہے
- (۱۰۵) ایک پل ۷۰ فیٹ ۸ اینچ چوڑا ہو اور دنا راو کی نیچی سی ۱۰ فیٹ ۱۱ اینچ گہری جائے اور اس کے
- رفقار ۴ میل فی گھنٹہ سی تو بناؤ اس پل کی نیچی سے ۱۰ منٹ میں کتنا بانی جا لگا
- (۱۰۶) ایک مکعب اینچ دہات کتنا بڑا یا گیا ہو کہ ہر ایک رخ او کا ۲۰۱ در قبہ میں بڑھ گیا ہے
- تو بناؤ او کا حجم کتنا بڑا
- (۱۰۷) کرہ اور مکعب کی سطحیں تسہیل برابر ہیں تو ثابت کرو کہ حجم کرہ کا ۳۸۲ دنا مکعب کی حجم کرہ
- (۱۰۸) کرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحیں تسہیل برابر ہیں اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کی نصف قطر
- سے دو چند ہے تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲۴ رگن اسطوانہ کی حجم سے ہے
- (۱۰۹) ایک کرہ اور مکعب ایک ہی حجم ہی ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۱۲۰ کرہ کی سطحی ہے
- (۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کی نصف قطر
- دو چند ہے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱۴۴ رگن کرہ کے سطح سے ہے
- (۱۱۱) ایک طرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۴ اینچ اور ۳ فیٹ ۹ اینچ اور افٹ ۳ اینچ ہو تو بناؤ
- او میں بانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کی قریب تک لگاؤ
- (۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکڑ ۳ روڈی ۳ سبر ۴ فیٹ ۴ اینچ اور نیچی بحری بھی ہوئی ہو تو بناؤ
- بحری ۴ مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بھی ہوگی

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعبیٹ ۲۷۱ مکعبیٹ چڑی ہو اور اسکی قطر کا طول دریافت کرو
 (۱۱۴) اینٹ ۹ اینچ لمبی ۴ اینچ چوڑی ۲ اینچ لمبی ہو اور ہر سیر اور اسکا وزن ہو تو بتاؤ
 جو جو پتھر انیسٹون کا ۱۰ فیٹ بلند ۹ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ اتنا کا بنا ہوا ہو اسکا وزن کیا ہوگا
 (۱۱۵) ایک مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہو اور باقی اطراف اسکی مثلث متساوی الاضلاع
 ہیں اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہو اور اسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہو اور اسکا حجم دریافت کرو
 (۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہو ۱۴ فیٹ چوڑی ہو اور اسکی طرف اور ۱۵ فیٹ چوڑی ہو پتھر پر
 اگر اس میں اور باقی بہر ہو تو باقی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا
 (۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۵ اینچ ہو اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۰ اینچ
 اور ارتفاع ۱۵ اینچ ہو اسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۹) اگر گہری کی گولی ۱۴ اینچ قطر کی وزن میں ۹ پونڈ ہو تو اس چوٹ گولی کا وزن دریافت کرو
 جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۴ اینچ اور ۳ اینچ ہے

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع ۸ مل چند نصف قطر
 قاعدہ سے ہے اس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۲۱) ایک حجم متوازی السطح کی قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہو اور ارتفاع ۲ فیٹ ۴ اینچ ہو اسکا حجم دریافت کرو
 (۱۲۲) قطعہ زمین ۱۲۰ ایکڑ کا ہو اور کل زمین ۵ فیٹ موٹی تھیں کوئیلہ کی جمی ہوئی زمین
 اور ایک ٹن کوئیلہ کی قیمت ۲۰ شلنگ ہے اور ایک مکعب گز کوئیلہ وزن میں ایک ٹن ہوتا ہو تو
 اس تمام کوئیلہ کی قیمت دریافت کرو

(۱۲۳) ایک طباق پتیل کا ۵ فیٹ لمبا ۳ فیٹ ۴ اینچ چوڑا ہے ایک اینچ موٹا ہو زمین
 مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۴) جنوبی ویلزمین کوئیلہ کی میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہو اور اوسط کوئیلہ کے موٹاؤ

۶. فیٹ ہر اگر ایک مکعب کو بلکہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن میں صرت کو بلکہ کا سالیانہ ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہی تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا کو بلکہ کتنے برسوں کے واسطے کافی ہوگا

(۱۲۵) ایک مخروط مضلع کی دو ٹوٹھی قاعدہ کی متوازی سطح سے ہوتی ہیں اور یہ سطح قاعدہ اور اس کے درمیان عین وسط میں گذرتی ہو تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ سے ہے (۱۲۶) ایک اسوانہ کا قطرہ فیٹ ہے اور اس کا حجم ۸۵۶۴ مکعب فیٹ تو بتاؤ اس کا ارتفاع کیا ہوگا

(۱۲۷) مجسم دوز نقہ کے سرے مستطیل ہیں اور اونچی استدادہ فیٹ ۵، فیٹ ۵ اور ۱۲ فیٹ ۶ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو (۱۲۸) ایک مخروط مستد سز ناقص کا ارتفاع ۷ فیٹ ہے اور دو سروں کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اور مخروط ناقص دو حصوں میں قاعدہ کی متوازی سطح تقسیم ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چوٹی سے سرے ۳۸۸۴ فیٹ کا ہے تو ثابت کرو کہ دووں حصوں کا حجم یکساں ہے

(۱۲۹) ایک ٹھوس گولی ۴۰ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی صحن پر کی بنا ہی گئی ہے اور اس کا وزن ۸۰ پونڈ ہے تو اس صحن گولی کا وزن دریافت کرو جس کا قطر اندر ۴۰ انچ ہے اور بیرونی ۱۰ انچ (۱۳۰) ایک گولی کی دائرہ عظیم کا محیط ۵۰۸۰ فیٹ ہے کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو (۱۳۱) ایک پتھر کی دیوار ۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ اتار کی چٹان سے پہر نکال کر اس دیوار میں لگائی گئی ہیں وہاں غار ۳ فیٹ ۲۸ انچ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا طول دریافت کرو

(۱۳۲) ایک مخروط کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس مخروط میں پانی بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سو ڈیڑھ گنٹھ میں خالی ہو گیا تو بتاؤ اس نل میں

ایک منٹ میں کتنا بانی گزرتا ہے

(۱۳۳) ۱۰۰ آنکھیں ہیں اور ہر ایک تختہ ۵ فیٹا دنیا اور انچ چوڑا اور انچ موٹا ہے

تو بتاؤ اوس میں کتنی مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہی

(۱۳۴) ۴ اینچ کا تالاب ہی اوپر برابر ۱۶ اینچ موٹی برتن جم گئی اگر ایک مکعب برتن کا

وزن ۸۴۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن کتنے میں دریافت کرو

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئی جتنا گریٹ برتن میں صرف ہوتا ہے اوس کا ایک مینا ریلج قاعدہ پر

بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینا ریلج کی قاعدہ کی برابر ہو بتاؤ اوس کا ارتفاع کیا ہوگا

۲۵ فصل کے ۴۴ مثال اور مسئلہ متفرقہ کے ۱۲۴ مثال دیکھو

(۱۳۶) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اور پرسی اور ۱۴ فیٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی

اور مٹی نکال کر خندق کی ہر کنارہ پڑا لی گئی اور اوس ایک کنارہ سلامی کا بنا یا گیا اور یہ

کنارہ ایک ہی زاویہ افق کی ساتھ بنانا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے

تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۴ فیٹ ہے

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدینا قس کی شکل کا ہے اور اوس کی تہ کا قطر ۱۴ ہے اور اوپر کا قطر

۱۴ ہے اور عمق ۱۴ ہے جب ڈول بانی پر ہے ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت

وزن میں کتنی پونڈ کے قریب ہوگا

(۱۳۹) اگر ۱۳ مکعب اینچ ہارڈ کا وزن پونڈ ہو تو جس خالی گولہ میں ۱۱ پونڈ بارود ماتی ہو

اوس کا قطر دریافت کرو

(۱۴۰) ایک منقطعہ کرہ کا ارتفاع ۲۰ فیٹ اور قطر کرہ ۴۰ فیٹ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴۱) ایک کہیت میں ایک ایکڑ ۲ روڈ ۱۴ پل میں اگر اس کہیت کی زمین کو ۱۸ اینچ

اونچا اٹھانا چاہیں تو کتنی مکعب فٹ مٹی اوس سیر ڈالیں

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سو فی کی ورق کوٹ کر ایسی بنائی گئی کہ وہ مربع فیٹ چربیان ہو
ہیں تو بناؤ ورق کتنا موٹا ہو

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہے
تو اس کمرہ میں کتنی مکوٹیاں ہوا سائیگی

(۱۴۴) ایک مکان بنائی کی وسطی بنیاد ۳۰ فیٹ لمبی ۳۰ فیٹ چوڑی ۶ فیٹ گہری گودی گئی
اور نصف ایڑ زمین پر بیٹھی کہو درجیاں پہلائی گئی تو بناؤ یہ زمین کتنی اونچی چائیگی
اور یہاں لو کہ مٹی کہو دنی سی حجم میں ۱۰ انچ بڑھ جاتی ہے

(۱۴۵) ایک مخروط مصلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہو اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کا
ہر یک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہو اس کا تار ۵۰ انچ قطر کا کنجا گیا ہے تو بناؤ اس کا کتنا طویل ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختی ہیں اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہو اس کی لمبی کناروں کو جوڑ کر ایک میز بنایا گیا ہے اور اس میز کا عرض زیادہ ہو زیادہ ۱۸ انچ ہے پس اگر وہ ۴ گز لمبا ہو تو
کتنی مکعب انچ اس میں آئیں گے

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کی سروں کی نصف قطر ۴ انچ اور ۴ انچ ہیں اور ارتفاع
مخروط کا ۲ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴۴ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ بناؤ جس گولی کا قطر ۴۴ انچ ہو
اس کا وزن کیا ہوگا

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۴۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ
کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کعبہ ۴۴ گز لمبا اور ۵۴ گز چوڑا ہو اس کا رقبہ یا درمیان میں دریا کرو
اور اس کی اون حصوں کی ہی رقبہ دریافت کرو جو ایک ضلع کی نقطہ وسط اور کسی ایک مخالف کھڑا ہو

ملانہ سے پیدا ہون

(۵۲) ایک کمرہ کی دیوار میں ۲ فٹ لمبی اور ۵ فٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فٹ ۸ انچ بلند اور ۹ فٹ ۱۲ انچ لمبی ۴ پیرنگ اور سپرنجٹ کی گئی تو بناؤ اسی حساب سے چھت کی تزکوائی میں اور کیا خرچ ہوگا

(۵۳) ایک متوازی الاضلاع کی دو ضلعوں میں ہر ایک فٹ ۹ انچ لمبا اور باقی دو ضلعوں میں ہر ایک فٹ ۴ انچ لمبا ہو اور قطر ۱۱ فٹ ۷ انچ لمبا ہی اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہیں

(۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو متوازی قائمی بنائی ہوئی کھینچی گئی ہیں اور انکی طول ۱۳ اور ۱۱ انچ ہیں دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۵۵) یورک شیر کی کولہ کی کان کا رقبہ ۳۹ ۱/۲ مربع میل ہو اور اوسط کولہ کے دل کا ۷۰ فٹ ہے اگر ایک کعب گر کولہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان میں ٹن کولہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بناؤ کتنی برس تک اگر اسی طرح کولہ خرچ ہو کر ہی تو اسی کولہ کی کان سے خرچ کرٹ برٹن کا چل جائے گا

(۵۶) انگلستان میں جتنا کولہ ایک سال میں خرچ ہوتا ہو اگر اسکا چوترو ۱۰ ایکڑ زمین پر لگا دیا جائے تب تو اس کا ارتفاع کتنی گز کے قریب ہوگا

(۵۷) ایک کعبہ سونی کی طرف اسی کوئی گز کہ وہ ۱۴ ایکڑ پر پھیلے ہیں تو مٹائی طرف سے پنج کی عشاریہ میں دریافت کرو اور وہاں تک عشاریہ نکالو کہ او میں دو ہندو اسی ہیں کہ اونسی کچھ مفہوم ہونا ہو

(۵۸) ایک کعبہ میں تعداد گیلن کی تین مرتبہ کی عشاریہ تک دریافت کرو
(۵۹) ایک کعبہ پنج پیتل کا بنا کر کھینچا گیا ہو اور ۱/۲ انچ قطر اسکا ہو تو بناؤ تا کتنی انچ کے قریب ہوگا
(۶۰) مندرجہ قائم الزاویہ کی اضلاع ۳۰ انچ اور ۴۰ انچ ہیں اگر وتر کی گردیم منگشت ہو

کہا سی تو جو دو مخروط پیدا ہوں گے اونکا حجم دریافت کرو

(۱۶۱) ایک مخروط شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اسکا ارتفاع قاعدہ کی ضلع سے نصف ہے اور اس پر کچھ ڈھکنا نہیں ہے اور طرف کی قیمت ۵ اور یہ ۱۰ مربع گز ہے اور یہ مربع گز کی حساب ہے تو بتاؤ کتنی گیلن اس طرف میں باقی آریگا

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب پتیل کا وزن ۸۵۰ اونس ہو تا ہے اور اسکی ایک ناکا وزن جسکی موٹائی پانچ ہے کیا ہوگا

(۱۶۳) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۵ اور ۱۲ پانچ طول میں ہیں اور تیسرے برودہ حرکت کرے جو دوسرے مخروط پیدا کرے اونکا حجم اور سطح دریافت کرو

(۱۶۴) دو کون کی فزوں میں نسبت ۵ اور ۲ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہیں اونکی وزنوں میں نسبت ۵ اور ۱۱ کی ہے تو بتاؤ اونکی قطروں میں کیا نسبت ہوگی (۱۶۵) ایک تار سوئی کا ۱۰ اینچ موٹا ہے اور اسکا چمکنا نایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک اینچ ہے اب اس چمک کے اندر جو قطر واقع ہے اس پر اس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چمک وزن میں ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ ترکیب پا کر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ اور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اسکا قطر فیٹ ۲ ہے اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائم ہے اب اس مجسم کو باقی سے بہرہی ہوئی اسطوانہ میں ڈلوایا اور اس اسطوانہ کی پیمائش ہوگا ۲ فیٹ قطر ہے اب جس مجسم کو ڈلوایا ہے اسکی بہرہ کیفیت ہے کہ اس میں راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کی مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح ہے ملا ہوا تو بتاؤ اسطوانہ میں کس قدر باقی باقی رہا

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۹ فیٹ قطر کا کچھ زمین میں گڑھی اور اسکا منہ بنچے کی طرف ہے اور افقی مقام ہے اور زمین کی اوپر اسکا ایک تہائی حصہ کھائی

دیتا ہو تو بتاؤ کتنی زمین کہو دین کہ وہ بالکل زمین ہو لکل آئی اور مٹی کی اسطوانہ کی شکل دیوار
اور کے گرد بنجائے

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ فیٹ ہو اور چوٹی سے کانسف قطر ۲ فیٹ ہے
اور بڑی سرکانسف قطر ۳ فیٹ ہو تو بتاؤ قاعدہ کی متوازی سطح کس مقام پر کنجین کہ وہ دو
برابر حصوں میں تقسیم ہو جائی اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہو تو بتاؤ اسکی غلاف میں کتنی انچ کے قریب چمڑہ لگی گا
(۱۷۰) حجم بیجا گین میں دریافت کرو طول اور کاس ۵ ر ۴ انچ اور قطر متوسط ۴ ر ۲ انچ اور
قطر اس ۲ ر ۵ انچ

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہر ادا فرش ۹ بائی فٹ کی حساب ہو ہے
اور اس کے گرد مینڈ بند ہی ۵ فٹ کی حساب ہوئی ہو تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو
مینڈ بند ہی کے لاگت سے وہ نسبت ہو ۸۰ : ۸۱ کو ضلع کی چند فٹوں کی تعداد سے
(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریا کو جسکی فرش میں ۹ بائی فٹ کی حساب
او تباہی خرچ ہو ہو قباہ فرش کے حساب ہو اسکی اضلاع پر مینڈ بندی میں ہو ہے
(۱۷۳) کسی خاص مربع میں ایک متغیل ۲۰۲ ر انچ یعنی زیادہ اور ۲ ر انچ چوڑی کم ہو مگر رقبہ
دونوں میں ایک ہی ہو تو شکل کنجیز ثابت کرو کہ مربع کی ضلع میں تعداد انجون کی برابر اس
غالب قسمت کی ہی جو ۲۰۲ ر اور ۲ کی حاصل ضرب کو انکی تفاوت پر تقسیم کرنے سے
حاصل ہوتا ہے

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کی کناروں کی بائی میں غلطی ہو ۲۰۲ ر ایک انچ طول میں بڑہ گئی
اور عرض میں ۲ ر انچ گھٹ گئی اور ارتفاع صحیح چھڑنا یا گیا اور حساب کر کے جو حجم دریا گیا تو
وہ صندوق کے حجم کی برابر نہا تو صندوق کا حجم مکعب انجون میں دریافت کرو
(۱۷۵) ایک اسرہ کا نصف قطر ۲ ر انچ ہے اور ایک ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے خط

مستقیم کبھی گئی ہیں تو ان مخروط کی درمیان جو حصہ دائرہ کا اسی او سکا رقبہ دریافت کرو
(۱۷۹) ۱۲ انچ چوڑا سورخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ میں جبکہ نصف قطر ۳۸ انچ ہے سطح
کیا گیا ہے کہ سورخ کا محور اسطوانہ کی محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرنا ہی تو نہاؤ کتنا بڑا وہ اس میں
سے نکالا گیا ہے

(۱۷۷) ایک برتن لوہی کا حجم متوازی اسطح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اس کا قاعدہ
مربع ہے اور ایک اور برتن اسی طرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہی سی بنایا گیا ہے
اور ان برتنوں کی ڈبئی نہیں ہیں اور انہی شکلیں اسی بنائیں گئیں ہیں کہ ان میں ڈبئی ہو
بیگا رہیں گی بغرض ہنایت کفایت سی بنائی گئی ہیں تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کی برتن
لوہی ۹۲ دھن کی دوسرے برتن کے لوہی کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کے مثال میں اگر ڈبئی ہی ہوتے تو ہی یہی نتیجہ نکلتا

(۱۷۹) ایک مخروط مقلع مربع قاعدہ پر ہی اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فٹ لنبایا ہو اس کے ایک کنارہ
دریافت کرو جبکہ حجم برابر مخروط کے ہو

(۱۸۰) اس عمومی کو مختلف مثالوں سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصوں میں تقسیم

ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہی دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ

مستدیر کی شکل بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اس مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہوتا

اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کی حجم بنائی کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کی حجم کی چاروں حصہ

کے برابر ہوگا

جوابات

جہاں جواب پوری صحیح نہیں نکلمو ان تقریبی جواب لکھی گئی ہیں وہ اصلی جوابوں سے

کتبہ چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہیں

یا بخوبی فصل (۱) ۵۵۷ فٹ (۲) ۸۵۴۵ فٹ (۳) ۳۸۲ فٹ ۱۰ انچ

(۱۰) ۷۰ گز	(۱۱) ۲۳۸ گز	(۱۲) ۵۴۰ گز
(۱۳) ۳۱۸۳ فیٹ	(۱۴) ۹۵۷۷ فیٹ	(۱۵) ۵۰۵۳۵۰۳ فیٹ
(۱۶) ۵۰۲۸ گز	(۱۷) ۳۰۷ گز	(۱۸) ۳۴۰
(۱۹) ۹۰۹۸۵۰۹ فیٹ	(۲۰) ۴۷۴۷ فیٹ	

نویں فصل

(۱) ۱۲۵۴۴۸	(۲) ۴۲۵۴۵۴	(۳) ۵۸۱
(۴) ۵۴۵۱۹	(۵) ۳۸	
(۶) ۱۱۷۱۱۷	(۷) ۸۵۴۸۵۴	(۸) ۴۷۰۲
(۹) ۱۷۱۴	(۱۰) ۱۹۷۴	(۱۱) ۱۴۷۴
(۱۲) ۱۴۷۴	(۱۳) ۱۴۷۴	(۱۴) ۱۴۷۴
(۱۵) ۱۱۷۱۱۷	(۱۶) ۱۱۷۱۱۷	(۱۷) ۱۱۷۱۱۷

گیارہویں فصل

(۱) ۱۹۷۴	(۲) ۵۷۴	(۳) ۵۷۴	(۴) ۱۴۷۴
(۵) ۱۱۷۱۱۷	(۶) ۱۱۷۱۱۷	(۷) ۱۱۷۱۱۷	(۸) ۱۱۷۱۱۷
(۹) ۱۱۷۱۱۷	(۱۰) ۱۱۷۱۱۷	(۱۱) ۱۱۷۱۱۷	(۱۲) ۱۱۷۱۱۷
(۱۳) ۱۱۷۱۱۷	(۱۴) ۱۱۷۱۱۷	(۱۵) ۱۱۷۱۱۷	(۱۶) ۱۱۷۱۱۷
(۱۷) ۱۱۷۱۱۷	(۱۸) ۱۱۷۱۱۷	(۱۹) ۱۱۷۱۱۷	(۲۰) ۱۱۷۱۱۷
(۲۱) ۱۱۷۱۱۷	(۲۲) ۱۱۷۱۱۷	(۲۳) ۱۱۷۱۱۷	(۲۴) ۱۱۷۱۱۷
(۲۵) ۱۱۷۱۱۷	(۲۶) ۱۱۷۱۱۷	(۲۷) ۱۱۷۱۱۷	(۲۸) ۱۱۷۱۱۷
(۲۹) ۱۱۷۱۱۷	(۳۰) ۱۱۷۱۱۷	(۳۱) ۱۱۷۱۱۷	(۳۲) ۱۱۷۱۱۷
(۳۳) ۱۱۷۱۱۷	(۳۴) ۱۱۷۱۱۷	(۳۵) ۱۱۷۱۱۷	(۳۶) ۱۱۷۱۱۷
(۳۷) ۱۱۷۱۱۷	(۳۸) ۱۱۷۱۱۷	(۳۹) ۱۱۷۱۱۷	(۴۰) ۱۱۷۱۱۷

(۳۳) ۲۴۰۰ و ۲۶۰۰ و ۱۸۰۰ و ۳۲۰۰ مربع فیت

(۳۴) ب د = $\frac{45}{11}$ فٹ و ا ب = $\frac{149}{12}$ و د س = $\frac{52}{3}$ و و س = $\frac{45}{4}$

رقبہ ۱۴۷ $\frac{1}{8}$ مربع فیت (۳۵) ۱۵ روپیہ ۹ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸

(۳۷) ۲۱۱۴ (۳۸) ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۸۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۷۵۰ مربع فیت (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیت (۴۱) ۱۲ روپیہ ۱۲ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) ۱۱۱ $\frac{1}{10}$ (۴۴) ۱۲۵۰۵ (۴۵) ۲۷۱۳۵

چودھویں فصل (۴۶) ۱۱۳۴ مربع فیت (۴۷) ۲۹۳۵۴۰۸

(۴۸) ۷۲۵۴۵۳۱ مربع جریب (۴۹) ۷۳۵۴۵۳۱ مربع جریب (۵۰) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۵۱) ۲۹۵۸۸ جریب (۵۲) ۲۰۰ مربع فیت (۵۳) ۱۲۴ مربع فیت

(۵۴) ۲۰۴۴ م گز (۵۵) ۵ م جریب (۵۶) ۱۳۷۴ م جریب

(۵۷) ۱۲۵۰۷۵۳۰ م جریب (۵۸) ۱۲۵۰ م گز (۵۹) ۲۸۰ م گز

(۶۰) ۱۷۲۲ م فیت (۶۱) ۴۰ و ۴۸ و ۴۷ م گز

(۶۲) ۳۱۲ م فٹ (۶۳) ایک ایکڑ (۶۴) ۱۱۵۲ م گز ۲۷ روپیہ ۸

(۶۵) ۱۲۲۱ فیت (۶۶) ۱۸۰۰ م فٹ (۶۷) ۱۲۹۰ م جریب

(۶۸) ۵۵۳۵۳۹ م فیت (۶۹) ۱۴۵۸۲۵ م فیت (۷۰) ۴۸۸ م فیت

(۷۱) ۵۰۴۳۳۰ م فیت (۷۲) ۷۲۰۰ و ۷۲۰۰ م فٹ

(۷۳) ۱۰۲۹۴ م فیت و ۱۲۵ و ۳۹۸ و ۸۲ فیت

(۷۴) ۵۴۱۰۵۴ و ۴۲۵ و ۴۳۰۴ و ۵۴۴ فیت

پندرہویں فصل (۷۵) ۱۳۴ م فیت (۷۶) ۸۴۵ م فیت (۷۷) ۱۵۰۴ م فیت

(۷۸) ۸۱۳۵۲ م فٹ (۷۹) ۱۲۲۵۵۷ م فٹ (۸۰) ۱۰۳۹ م فٹ

(۸۱) ۴۲۹۵۲ م فیت (۸۲) ۲۵۴۵۸۱ م جریب (۸۳) ۲۷۲ م فٹ (۸۴) ۱۶۴ م فٹ

(۲۰) ۳۸۵.۲۰۶۵۵۵۷۴۸۹۴ م فٹ (۲۱) ۷۱۳.۴۷۴۷۴ (۲۲) ۲۸۵.۵۴۴

(۲۳) ۵۹.۰۵۹ (۲۴) ۱۵۱۸۰ (۲۵) ۸۹.۱۴ م فٹ

اٹھارہ سو فیصل (۱) ۱۹۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۴

(۵) ۹۹.۵۴۳ (۶) ۸۵۴.۰۳ (۷) ۲۹۳۳۹ (۸) ۵۹۳.۰۷

(۹) ۷۰۹۴۴ (۱۰) ۲۴۶۰۹۵۷ (۱۱) ۷۷۸۱۷ (۱۲) ۷۹۳۷

اونسویں فیصل (۱) ۳۲۴ (۲) ۷۵۳۳۴ م انچ (۳) ۱۱ انچ کو ۳۴ سے

(۴) ۱۱ انچ کو ۹۹ (۵) ۷۲ انچ (۶) ۷۳۳۴ انچ کو ایک میل سے

(۷) ۸۳۲۱۱۵۸۷۷۷۷ فٹ (۸) ۲۲۱۱۷۲۸۵۵

(۹) ۹۹.۵۴۳ (۱۰) ۷۰۹۴۴ (۱۱) ۷۷۸۱۷ (۱۲) ۷۹۳۷

(۱۳) ۱۴۷۱۵۹ فٹ (۱۴) ۲۳۳۷۹ فٹ (۱۵) ۱۳۳۷۹ فٹ

(۱۶) ۷۰۹۴۴ (۱۷) ۷۷۸۱۷ (۱۸) ۷۹۳۷

(۱۹) ۷۰۹۴۴ (۲۰) ۷۷۸۱۷ (۲۱) ۷۹۳۷

(۲۲) ۷۰۹۴۴ (۲۳) ۷۷۸۱۷ (۲۴) ۷۹۳۷

(۲۵) ۷۰۹۴۴ (۲۶) ۷۷۸۱۷ (۲۷) ۷۹۳۷

(۲۸) ۷۰۹۴۴ (۲۹) ۷۷۸۱۷ (۳۰) ۷۹۳۷

(۳۱) ۷۰۹۴۴ (۳۲) ۷۷۸۱۷ (۳۳) ۷۹۳۷

(۳۴) ۷۰۹۴۴ (۳۵) ۷۷۸۱۷ (۳۶) ۷۹۳۷

پانسیویں فیصل (۱) ۱۸۷۴۴ (۲) ۲۱۴ فٹ

(۳) ۱۰۷۴۴ (۴) ۲۹۲ (۵) ۳۸۷۴۴ (۶) ۱۹۲ انچ

(۷) ۷۰۹۴۴ (۸) ۷۷۸۱۷ (۹) ۷۹۳۷

(۱۰) ۷۰۹۴۴ (۱۱) ۷۷۸۱۷ (۱۲) ۷۹۳۷

(۱۳) ۷۰۹۴۴ (۱۴) ۷۷۸۱۷ (۱۵) ۷۹۳۷

(۱۲) ۷۷ فٹ ۱۲۹۹ اینچ (۱۳) ۹ اینچ (۱۴) ۳۳۲ اینچ (۱۵) ۵ فٹ (۱۶) ۵ فٹ ۱۰ اینچ			
(۱۷) ۲۰ فٹ (۱۸) ۳۳ فٹ ۱۲ اینچ (۱۹) ۱۷ فٹ ۲ اینچ (۲۰) ۳۳ فٹ ۱۲ اینچ			
(۲۱) ۱۳۴۹ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۳۳۱۴ (۲۴) ۳۴۰۵			
(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۳۱ (۲۸) ۳۴۵			
(۲۹) ۳۱۵۵۸۷۵ (۳۰) ۲۳ فٹ (۳۱) ۱۵۳۴۰ (۳۲) ۳۸۴			
(۳۳) ۵۰۰۰۰۰۰ ایک اینچ کا (۳۴) ۳۵۳۱۴ (۳۵) ۱۴ پونڈ (۳۶) ۱۴ پونڈ			
(۳۷) ۱۱۷۱۰۹ اونس (۳۸) ۱۳۱۴ (۳۹) ۸ (۴۰) ۱۴ پونڈ			
(۴۱) ۲۹۱۴۰۰ (۴۲) ۷۱۹۹ (۴۳) ۱۰۸۱۰ (۴۴) ۱۴ پونڈ			
(۴۵) ۹ مکعب فٹ (۴۶) ۳ فٹ ۹ اینچ (۴۷) ۳۴ فٹ (۴۸) ۱۳۴ فٹ			
(۴۹) ۱۲۲ فٹ (۵۰) ۵۱۳ (۵۱) ۱۰۳ (۵۲) ۲۴۷ فٹ (۵۳) ۲۰ اینچ			
تیسویں فصل			
(۱) ۱۵ فٹ ۱۰۵ اینچ (۲) ۷۲ فٹ ۷۹ اینچ (۳) ۱۰۹ فٹ ۳۳ اینچ (۴) ۱۹ فٹ ۳۹ اینچ (۵) ۱۹۲ فٹ ۱۹ اینچ			
(۶) ۵ فٹ ۸ اینچ (۷) ۱۱ فٹ ۱۲ اینچ (۸) ۱۲۵۲ فٹ ۱۲ اینچ (۹) ۳۳۹۸۲۴ (۱۰) ۳۳۸۷۵ (۱۱) ۲۲۱۵۲۸۴۲۵			
(۱۲) ۵۷۹۷۷۷۷ (۱۳) ۳۳ اینچ (۱۴) ۴۴ (۱۵) ۴۷ اینچ (۱۶) ۳۵ اینچ (۱۷) ۷۷۷۷ (۱۸) ۱۷۳۲ فٹ (۱۹) ۲۰۸ فٹ (۲۰) ۳۳۷ فٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۲۸۹ (۲۳) ۳۹۱۴ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فٹ (۲۶) ۱۳۴۳۳۳۳۳ (۲۷) ۱۲۴۰۰۰ (۲۸) ۱۳۴۷۱ (۲۹) ۵۵۵۴ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲۵۰۹ (۳۲) ۵۵۵۴ (۳۳) ۱۷۴۵۳ (۳۴) ۲۸۹ (۳۵) ۹ روپیہ ۸۸ پائے			

(۳۴) ۸ روپیہ ۵۷ بابائی (۳۸) ۲۴۵ رانچ	(۳۴) ۸ روپیہ ۵۷
(۳۵) ۸۸۰۰۹۱ فینٹ (۳۷) ۲۴۲۰۲۴۲ فینٹ (۳۸) ۴۸ رانچ فینٹ	(۳۵) ۸۸۰۰۹۱ فینٹ (۳۷) ۲۴۲۰۲۴۲ فینٹ (۳۸) ۴۸ رانچ فینٹ
(۳۶) ۴۸۹ رانچ فینٹ (۳۷) ۴۷۱۵ رانچ فینٹ (۳۸) ۳۷۳ پونڈ	(۳۶) ۴۸۹ رانچ فینٹ (۳۷) ۴۷۱۵ رانچ فینٹ (۳۸) ۳۷۳ پونڈ
(۳۷) ۴۵۲ پونڈ (۳۸) ۴۸۸ رانچ فینٹ (۳۹) ۲۴۲۰۲۴۲ پونڈ	(۳۷) ۴۵۲ پونڈ (۳۸) ۴۸۸ رانچ فینٹ (۳۹) ۲۴۲۰۲۴۲ پونڈ
(۳۸) ۳۳ رانچ فینٹ (۳۹) ۴۸۸ رانچ فینٹ (۴۰) ۱۴ ایک رانچ	(۳۸) ۳۳ رانچ فینٹ (۳۹) ۴۸۸ رانچ فینٹ (۴۰) ۱۴ ایک رانچ
(۴۱) ۲۸۲۴۸۲ رانچ فینٹ (۴۲) ۳۳۳ رانچ فینٹ (۴۳) ۴۲۴ رانچ فینٹ	(۴۱) ۲۸۲۴۸۲ رانچ فینٹ (۴۲) ۳۳۳ رانچ فینٹ (۴۳) ۴۲۴ رانچ فینٹ
(۴۴) ۱۵۵۵ رانچ فینٹ (۴۵) ۴۲۴ رانچ فینٹ (۴۶) ۵۴۱ رانچ فینٹ	(۴۴) ۱۵۵۵ رانچ فینٹ (۴۵) ۴۲۴ رانچ فینٹ (۴۶) ۵۴۱ رانچ فینٹ
جوبلیون فیصل	
(۴) ۳۹۱۵۴ (۵) ۳۴۳۲۴۲ (۶) ۱۵۵۲ (۷) ۱۵۵۲ (۸) ۱۵۵۲ (۹) ۱۵۵۲ (۱۰) ۲۸۸ رانچ	(۴) ۳۹۱۵۴ (۵) ۳۴۳۲۴۲ (۶) ۱۵۵۲ (۷) ۱۵۵۲ (۸) ۱۵۵۲ (۹) ۱۵۵۲ (۱۰) ۲۸۸ رانچ
پچیسون فیصل	
(۱) ۴ فینٹ ۳۴۲ رانچ (۲) ۱۷ فینٹ ۸۹۴ رانچ (۳) ۳۲ فینٹ ۶۰۷ رانچ (۴) ۳۵ فینٹ ۱۱۲ رانچ (۵) ۱۹۵۴۹ رانچ	(۱) ۴ فینٹ ۳۴۲ رانچ (۲) ۱۷ فینٹ ۸۹۴ رانچ (۳) ۳۲ فینٹ ۶۰۷ رانچ (۴) ۳۵ فینٹ ۱۱۲ رانچ (۵) ۱۹۵۴۹ رانچ
(۶) ۹۸۷۷۹۸ (۷) ۸۳۷۷۸۵ (۸) ۲۳۷۷۸۵ (۹) ۲۳۷۷۸۵ (۱۰) ۴۷۷۷۸۵	(۶) ۹۸۷۷۹۸ (۷) ۸۳۷۷۸۵ (۸) ۲۳۷۷۸۵ (۹) ۲۳۷۷۸۵ (۱۰) ۴۷۷۷۸۵
(۱۱) ۹۷۷۷۸۵ (۱۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۵) ۱۰۷۷۷۸۵	(۱۱) ۹۷۷۷۸۵ (۱۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۵) ۱۰۷۷۷۸۵
(۱۶) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۷) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۸) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۹) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۰) ۱۰۷۷۷۸۵	(۱۶) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۷) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۸) ۱۰۷۷۷۸۵ (۱۹) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۰) ۱۰۷۷۷۸۵
(۲۱) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۵) ۱۰۷۷۷۸۵	(۲۱) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۵) ۱۰۷۷۷۸۵
(۲۶) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۷) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۸) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۹) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۰) ۱۰۷۷۷۸۵	(۲۶) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۷) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۸) ۱۰۷۷۷۸۵ (۲۹) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۰) ۱۰۷۷۷۸۵
(۳۱) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۵) ۱۰۷۷۷۸۵	(۳۱) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۲) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۳) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۴) ۱۰۷۷۷۸۵ (۳۵) ۱۰۷۷۷۸۵

(۱۰) ۱۵۴۵۹۹ (۱۱) ۳۴۴۵۰۱ (۱۲) ۱۲۳۹۸۸ (۱۳) ۲۰۵۶۳

(۱۴) ۲۵۲ منٹ (۱۵) ۱۹۵۹۲۰۸ کھینٹ (۱۶) ۴۴۶۴ پونڈ

(۱۷) ۳۳۳۳۳۳۳۳ کھینچ (۱۸) ۳۳۳۳۳۳۳۳ چٹانک (۱۹) ۳۳۳۳۳۳۳۳ اونس

(۲۰) ۲۵۹۳ سیر (۲۱) ۳۴۵۴ سیر

(۲۲) ۳۱۵۴ پونڈ (۲۳) ۱۸۱۱ پونڈ (۲۴) ۵۲۲۵۴ اونس

(۲۵) ۲۹۲۴۵۲ اونس (۲۶) ۱۲۱۵ پونڈ (۲۷) ۵۴۹ پونڈ

(۲۸) ۲۸۵۹۸۶۵ پونڈ (۲۹) ۱۲۳۱ پونڈ (۳۰) ۱۲ پونڈ (۳۱) ۱۲ پونڈ (۳۲) ۳ پونڈ

(۳۳) ۱۵۵۲۸ پونڈ (۳۴) ۴۵۳۵۴ کھینچ (۳۵) ۴۴ گنے کے قریب

(۳۶) ۱۲۱۵ پونڈ (۳۷) ۲۴۵۸۱۲ پونڈ (۳۸) ۱۴۵۹۴ پونڈ

(۳۹) ۴۵۰۴۴ پونڈ (۴۰) ۱۲ پونڈ (۴۱) ۴ پونڈ کے قریب

(۴۲) ۱۰۵۰۳ پونڈ

تیسویں فصل (۱) ۵۴۵۹۳۸۲ کھینچ (۲) ۲۰۴۳۲۵۹ کھینچ

(۳) ۲۴۳۸۹۳۳ کھینٹ (۴) ۴۵۹۵۴ کھینٹ (۵) ۲۳۳۵۴ کھینٹ

(۶) ۲۰۴۴۴۴ کھینٹ (۷) ۲۰۵۲۵ کھینٹ (۸) ۲۰۵۲۵ کھینٹ

(۹) ۴۵۳۵۴ کھینٹ (۱۰) ۲۴۴۴۴ کھینٹ (۱۱) ۲۴۴۴۴ کھینٹ

(۱۲) ۳۰۵ کھینٹ

(۱۳) ۹۸۹۴۴ کھینٹ ایک ۱۸۳۵۴ کھینٹ

(۱۴) ۳۳۵۴ کھینٹ دو ۲۴۵۴ کھینٹ

(۱۵) ۳۴۴۴ کھینٹ (۱۶) ۲۴۸۳۳ کھینٹ (۱۷) ۲۴۳ کھینٹ

اکیسویں فصل (۱) ۱۸۸۴۴۴ کھینچ (۲) ۵۸۵۴ کھینٹ (۳) ۳۰

(۴) ۸۴۵۴ کھینٹ (۵) ۴۳۳۳ کھینٹ

تینیسوین فصل

(۱) ۲۰۵۲۵ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ
 (۴) ۵۵۵۱۷۸ و ۲۳۱۵۱۵ کعبہ انچ (۵) ۵۲۲۸ انچ (۶) ۸۳۲۰ فیٹ
 (۷) ۲۷۷۴۴ فیٹ (۸) ۹۲۴۵ و ۵۴۳۵۳ فیٹ
 تینیسوین فصل (۱) ۳۷۴ م فیٹ ۷۲ انچ (۲) ۸۰ م فیٹ ۹۹ انچ
 (۳) ۲۰۳ م فیٹ ۲۲ انچ (۴) ۲۹۰ م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰ م فیٹ
 (۶) ۴۳ م فیٹ (۷) ۷۳ م فیٹ ۴۲ انچ (۸) ۸۸ م فیٹ ۱۰ انچ
 (۹) ۱۰۸ م فیٹ (۱۰) ۵۲۰ م فیٹ (۱۱) ۵۱ م فیٹ ۹۹ م انچ
 (۱۲) ۷۷ م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۳) ۲۴ م فیٹ ۴۷ انچ
 (۱۴) ۲۸ م فیٹ ۲۰۸ انچ (۱۵) ۹۹ م فیٹ ۶ انچ
 (۱۶) ۱۲۲ م فیٹ ۴۸ انچ (۱۷) ۹۸ م فیٹ ۱۲۰ انچ
 (۱۸) ۲۴۸۸ م فیٹ ۲۸ انچ (۱۹) ۱۸ م فیٹ
 (۲۰) ۲۸ م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰ م فیٹ ۸۴ انچ
 (۲۲) ۴۰ م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۱۰۴ م فیٹ ۸۴ انچ
 (۲۴) ۷۳۵۲ م فیٹ (۲۵) ۸۸۵۲۸۸۸ م فیٹ (۲۶) ۲۱۹ م کعبہ انچ
 (۲۷) ۷۳۰۸۳ م فیٹ (۲۸) ۲۱۹۵۲ م کعبہ انچ (۲۹) ۱۳۱۳ و ۱۹۱ م انچ
 (۳۰) ۴۸۴۴ م فیٹ (۳۱) ۹۰ م فیٹ ۹۹ انچ (۳۲) ۶ م فیٹ
 (۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۹ م انچ (۳۴) ۵۰۰ (۳۵) ۵۹۹ و ۹۹

(۷)

(۳۹) ۲۶۹۳۲۲ (۴۰) ۴۲۷۵۹۷ (۴۱) ۲۸۵۵۳۵ (۴۲) ۴۰۰
 (۴۳) ۴۲۹۵۹۹ (۴۴) ۴۳۷۵۹۹ (۴۵) ۴۷۳۵۰۵ (۴۶) ۶۹۳۳۴

چونتیسوین فصل

(۱) ۱۲۴۸ م انچ (۲) ۱۴۵۳ م انچ
 (۳) ۲۳۴۹۵۲ م انچ (۴) ۵۲۷۷۸۹ م انچ (۵) ۲۰۱۰۵۴۲۴ م انچ

(۹) ۴۲۵۸۳۲ م فیٹ (۷) ۱۸۴۹۲۵۲ م فیٹ (۸) ۱۱۰۵۵۸۴ م ایچ

(۹) ۱۶۳۵۴۹۲ م فیٹ (۱۰) ۲۴۱۵۹۴۳ م فیٹ (۱۱) ۱۹۵۲ ایچ

(۱۲) ۳۵۷۷۵ م ایچ (۱۳) ۱۲۶۴۴۴ ایچ (۱۴) ۱۳۵۵۴۱ م ایچ

(۱۵) ۲۱۵۴۰۰ م ایچ (۱۶) ۲۵۴ (۱۷) ۱۹۵۴۳۵ م فیٹ

(۱۸) ۳۵۸۲ م ایچ (۱۹) ۴۲۸۵۳۲ م ایچ (۲۰) ۹۹۸۵۴ م ایچ

(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۴۳۰ (۲۴) ۴۹۰۷

(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۳۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۴۹۴۴

(۲۹) ۵۹۸۸ (۳۰) ۸۰۸۸ (۳۱) ۵۸۹۵۴۰ م ایچ (۳۲) ۱۸۴۸۳ م ایچ

(۳۳) ۴۲۸۵۳۲ م ایچ (۳۴) ۴۵۳۵۹۸ م ایچ (۳۵) ۴۲۸۵۳۲ م ایچ

(۳۶) ۳۵۱۸۵۹ م ایچ (۳۷) ۸۰ (۳۸) ۱۱۷۵۸۱ (۳۹) ۱۳۵۰۳

(۴۰) ۲۵۹۵۹۱ (۴۱) ۸۴۸۵۵۳ (۴۲) ۴۸۵۵۴

(۴۳) ۸۹۷۹۸ (۴۴) ۱۵۵۹۲ (۴۵) ۴۵۴۴

(۴۶) ۱۵۸۳۳۷ (۴۷) ۱۲۷۳ (۴۸) ۷۱۵۷۵ (۴۹) ۱۷۷۳

(۵۰) ۲۰۴۵۷۷۴ (۵۱) ۵۴۹۷۷۸ (۵۲) ۵۴۷۷۵ (۵۳) ۱۱۵۹۷۲۵

(۵۴) ۱۷۰۹۰۳ (۵۵) ۲۱۰۸۶۰۱ (۵۶) ۴۷۳۸۷۷۳ (۵۷) ۴۳۰۴۷۷

(۵۸) ۸۷۱۵۵۹ (۵۹) ۳۷۷۹۹۹ (۶۰) ۸۵۶۴۵۲ (۶۱) ۲۹۵۰۹۳

(۶۲) ۳۸۵۵۲۷ (۶۳) ۱۵۹۴۳۵ (۶۴) ۲۱۵۳۸۰۳ (۶۵) ۲۵۱۳۷۸

(۶۶) ۱۸۵۴۳۳۲ (۶۷) ۳۰ (۶۸) ۲۲۵۸۳۱ (۶۹) ۲۵۵۴۵۵

(۷۰) ۲۵۷۲۹ (۷۱) ۵۲ (۷۲) ۱۵۸۳۳۵ (۷۳) ۲۵۷۲۹

(۷۴) ۱۵۰۹۹۸ (۷۵) ۲۸ (۷۶) ۲۸ (۷۷) ۲۸ (۷۸) ۲۸

(۷۹) ۴۲۷۷۸۸ (۸۰) ۴۲۷۷۸۸ (۸۱) ۴۲۷۷۸۸ (۸۲) ۴۲۷۷۸۸

۴۵۵۱۴۷ (۳۳) ۴۲۵۴۸۸ (۳۲) ۴۰۵۰۷۴ (۳۵)

۳۳۹۸۹ (۳۴) ۲۸۷۰۱ (۳۷) ۲۸۱۷۲ (۳۸) ۲۷۳۳۵ (۳۹)

۴۰۱۵۴ (۴۰)

سینتیسوین فصل (۱) ۱۷۴م انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۲۵۳۳۸م انچ (۴) ۲۲۲۲۲م فیٹ (۵) ۱۱۰۲۵۰م انچ
(۶) ۹۷۴۲۵م انچ (۷) ۸۹۵۴۱م فیٹ (۸) ۹۴۳۵م فیٹ
(۹) ۱۸۵۵۷م انچ (۱۰) ۲۲۹۵۰م انچ (۱۱) ۸۰۵۱۱م فیٹ
(۱۲) ۱۳۹۵۴م فیٹ (۱۳) ۲۲۷۱۲م انچ (۱۴) ۳۳۱۸۵م انچ
(۱۵) ۴۰۵۸۴ (۱۶) ۱۷۱۲۲ (۱۷) ۲۷۲۵۲۴

(۱۸) ۱۷۴۵۱۵ (۱۹) ۲۷۲۲۸۲۵۷۴ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

آرٹیسوین فصل (۱) ۱۷۴م انچ (۲) ۲۸۲۷۴م انچ

(۳) ۴۰۵۸۲م فیٹ (۴) ۱۲۷۳۲م انچ (۵) ۵۵۰۴۳م فیٹ
(۶) ۳۸۸۴م فیٹ (۷) ۱۱۵۳۸۴م انچ (۸) ۵۱۳۵م فیٹ
(۹) ۸۸۴م فیٹ (۱۰) ۷۱۰۴م مکعب فیٹ (۱۱) ۲۷۳۳۳م مکعب فیٹ
(۱۲) ۴۰۳۱۵م مکعب فیٹ (۱۳) ۱۸۸۸م مکعب فیٹ
(۱۴) ۴۷۱۳م مکعب فیٹ (۱۵) ۴۵۳۹۸۴م فیٹ
(۱۶) اسطوانہ ۴۷۱۳م مکعب انچ کرہ ۷۱۸۸۸م مکعب انچ
(۱۷) مکعب ایک مکعب فیٹ کرہ ۸۲۵م مکعب فیٹ
(۱۸) اسطوانہ ۴۷۱۳م مکعب کرہ ۴۹۵م مکعب فیٹ
(۱۹) مکعب ۴م فیٹ کرہ ۴۷۱۳م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۴۷۱۳م فیٹ کرہ ۴۷۱۳م فیٹ

انتالیسویں فصل (۱) ۸۵ م انچ (۲) ۴۵ م فیٹ

(۳) ۴۸ م ۴۰ م انچ (۴) ۴۹ م ۰۰ م فیٹ (۵) ۴۳ م ۳۴ م ۳۲ م فیٹ

(۶) ۲۳ م ۱۲ م ۲۲ م انچ (۷) ۲۵ م ۳۳ م ۳۳ م فیٹ (۸) ۸۴ م ۹۹ م انچ

(۹) ۴۹ م ۳۹ م ۳۹ م فیٹ (۱۰) ۳۲ م ۲۸ م ۱۹ م انچ

(۱۱) ۳۴ م ۸۹ م ۳۰ م فیٹ (۱۲) ۴۹ م ۴۹ م ۸۴ م انچ

(۱۳) ۴۵ م ۸۴ م ۴۵ م فیٹ (۱۴) ۴۱ م ۴۱ م ۱۴ م انچ

(۱۵) ۳۳ م ۳۳ م ۳۰ م فیٹ (۱۶) ۲۲ م ۱۹ م ۱۲ م انچ

(۱۷) $\frac{۲}{۳}$ (۱۸) $\frac{۱}{۲}$ نصف قطر کا (۱۹) $\frac{۱}{۲}$ نصف قطر کا

چالیسویں فصل (۱) ۴۴ روپیہ ۱۰ (۲) ۱۹ روپیہ ۱۸ (۳) ۱۸ روپیہ ۲۸ روپیہ

(۴) ۵۴ روپیہ ۹ (۵) ۴۲ روپیہ ۸ (۶) $\frac{۱}{۳}$ فٹ لمبا

(۷) ۳۸ روپیہ ۲ آنہ (۸) ۸۴ اسپر چٹانگ (۹) $\frac{۳}{۴}$

(۱۰) ۲ پونڈ ۹ شلنگ $\frac{۱}{۲}$ پنس (۱۱) ۴۴ روپیہ ۲ کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ

(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸ (۱۴) ۱۳۳ روپیہ ۱۵ (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸

(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۰

(۱۹) ۹۹ روپیہ ۶ (۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸

اکتالیسویں فصل (۱) ۵۴ م ۳۵ م (۲) ۳۵ م ۳۵ م (۳) ۲۱۴ م

(۴) ۸۱ روپیہ ۸ (۵) ۵۴ روپیہ ۸ (۶) ۱۲۰۰ (۷) ۴۴ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۸) ۲۵ پونڈ ۸ پنس (۹) ۴۲ پونڈ ۸ شلنگ (۱۰) ۱۲۹ روپیہ ۱۲ (۱۱) ۴۱ روپیہ ۸

(۱۲) ۱۰۰ (۱۳) ۱۲۹ روپیہ (۱۴) ۴۱ روپیہ ۱۹۲ روپیہ

سیالیسویں فصل (۱) $\frac{۳}{۴}$ (۲) ۱۱ (۳) ۱۹۱ (۴) $\frac{۱}{۲}$ ۸۴

(۵) $\frac{۱}{۲}$ ۱۲ (۶) $\frac{۳}{۴}$ ۱۴ (۷) $\frac{۱}{۲}$ ۱۲۸ (۸) $\frac{۱}{۲}$ ۱۲۸ (۹) $\frac{۵}{۸}$ ۴۵

(۸) ۵۱ (۹) ۱۴۲ (۱۰) ۳۱۴ (۱۱) ۱۰۴ (۱۲) ۲۵۴

(۱۳) ۰.۹۲ میٹر (۱۴) ۱.۰۸ میٹر (۱۵) ۰.۹۸ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۵۰ فیٹ (۲) ۸ ۱/۲ (۳) ۱۰ ایکڑ و ۱۹۰ ایکڑ (۴) ۵۰ فیٹ ۷ انچ

(۵) ۹۴۲ گز (۶) ۱۴ روپیہ ۸ (۷) ۵۲ روپیہ ۸ (۸) ۱۴۱۴ روپیہ ۹ (۹) ۳۹۴۳ گز

(۱۰) ۳۳ فیٹ ۱۱ ۱/۲ (۱۱) ۵ میل (۱۲) ۱۹۳۴۰۰ (۱۳) ۸۲۰ انچ

(۱۴) ۹۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۱۳۵۸ منٹ (۱۶) ۸ روپیہ ۵ (۱۷) ۱۲ پائی

(۱۸) ۸۰ روپیہ ۱۰ (۱۹) ۴ گز (۲۰) ۳۰۵۹۸ ایکڑ (۲۱) ۱۵۵۴۰

(۲۲) ۲۱۰ فیٹ (۲۳) ۱۲۰ گز ۲۴۲ ایکڑ ۲۹ پلوں ۳ ۱/۲ گز

(۲۴) ۸۵ فیٹ ۱۰ انچ (۲۵) ۸۰۰ گز ۲۳۸ ۱/۲ کی (۲۶) ۵ روپیہ ۱۵ ۱/۲ پائی

(۲۷) ۶۱ روپیہ ۵ ۱/۲ پائی (۲۸) ۱۰ ۱/۲ گز عرض ۳ ۱/۲ ارتفاع ۷ گز

(۲۹) ۳۷۸۸ فیٹ (۳۰) ۵۷۴ فیٹ ۱۳ (۳۱) ۱۰۲ فیٹ

(۳۲) ۱ ۱/۲ انچ (۳۳) کچھ زیادہ ۱۳ ۱/۲ سے (۳۴) ۲۷۳ انچ

(۳۵) ۵۵۵ گز ۳۴۰ گز و ۸۱۴۰ گز (۳۶) ۳۸۰ روپیہ ۹

(۳۷) ۲۸ روپیہ ۱۲ اور چوگنا اسی (۳۸) ۵۰ گز

(۳۹) ۱۵۰ فیٹ ۲۴۰ فیٹ (۴۰) ۱۴۱۴ گز ۱۹ ایکڑ (۴۱) ۲۴ فیٹ

(۴۲) ۱۲ فیٹ (۴۳) ۱۸ فیٹ ۲ ۱/۲ انچ (۴۴) ۵۹ گز

(۴۵) ۲۲۴ روپیہ ۱۷ ۱/۲ پائی (۴۶) ۴۷۴۲ روپیہ (۴۷) ۴۲ روپیہ ۱۱

(۴۸) ۲۱ فیٹ طول ۱۰ ۱/۲ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۹) ۳۳۸۳۴ فیٹ

(۵۰) ۴۲ فیٹ (۵۱) ۱۵ انچ ۱۸ ۱/۲ انچ (۵۲) ۴۰ روپیہ (۵۳) ۳۴ فیٹ ۱۱ ۱/۲ انچ

(۵۴) ۵۹۳۴ گز (۵۵) ۸۴۷ و ۳۵۰ روپیہ ۸ (۵۶) ۳ روپیہ ۱۸ پائی

(۵۶) ۸۱۹۳۰	(۵۸) ۵۳۱۳۱	(۶۰) ۲۹۶
(۶۱) ۳۰۰	(۶۲) ۱۵	(۶۳) ۱۳۰۲
(۶۴) ۲۶۵۶۲۵	(۶۵) ۲	(۶۶) ۳۳۳۴۹
(۶۷) ۳۳۲۰	(۶۸) ۱۴۵۵	(۶۹) ۱۲۷
(۷۰) ۱۳۱	(۷۱) ۱۲۲۸۸	(۷۲) ۲۵
(۷۳) ۷۸۰	(۷۴) ۲۵	(۷۵) ۲
(۷۶) ۲۲۵	(۷۷) ۸۵	(۷۸) ۵۳۵
(۷۹) ۲۵۵	(۸۰) ۲۵۵	(۸۱) ۲۵۵
(۸۲) ۱۶۴۷۸۹	(۸۳) ۲۱	(۸۴) ۲۱
(۸۵) ۲۵	(۸۶) ۲۵	(۸۷) ۲۵
(۸۸) ۲۵	(۸۹) ۲۵	(۹۰) ۲۵
(۹۱) ۲۵	(۹۲) ۲۵	(۹۳) ۲۵
(۹۴) ۲۵	(۹۵) ۲۵	(۹۶) ۲۵
(۹۷) ۲۵	(۹۸) ۲۵	(۹۹) ۲۵
(۱۰۰) ۲۵	(۱۰۱) ۲۵	(۱۰۲) ۲۵
(۱۰۳) ۲۵	(۱۰۴) ۲۵	(۱۰۵) ۲۵
(۱۰۶) ۲۵	(۱۰۷) ۲۵	(۱۰۸) ۲۵
(۱۰۹) ۲۵	(۱۱۰) ۲۵	(۱۱۱) ۲۵
(۱۱۲) ۲۵	(۱۱۳) ۲۵	(۱۱۴) ۲۵
(۱۱۵) ۲۵	(۱۱۶) ۲۵	(۱۱۷) ۲۵
(۱۱۸) ۲۵	(۱۱۹) ۲۵	(۱۲۰) ۲۵
(۱۲۱) ۲۵	(۱۲۲) ۲۵	(۱۲۳) ۲۵

۸۸۵ (۱۲۴)	۴۰ (۱۲۴)	۲۳۳ $\frac{1}{2}$ مکعب فیٹ (۱۳۴)
۴ (۱۲۹) $\frac{1}{2}$ پونڈ	(۱۳۰) ۵۴۸۵ م فیٹ (۱۳۱) ۴۴۰ فیٹ	
(۱۳۲) ۴۱۵	(۱۳۳) ۳۱۲ $\frac{1}{2}$	(۱۳۴) ۲۱۴۸ (۱۳۵) ۸۰۹ فیٹ
(۱۳۶) ۱۲ فیٹ	(۱۳۷) ۸۰۴۲۵ مکعب فیٹ (۱۳۸) ۹۴	
(۱۳۹) ۵۴۸۵ اینچ	(۱۴۰) ۵۱۵۱ م فیٹ	
(۱۴۱) ۳۸۴۲	(۱۴۲) ۱۰۰۰۰ اینچ (۱۴۳) ۲۸۴۰	
(۱۴۴) $\frac{1}{2}$ فیٹ	(۱۴۵) ۱۴۳۲۰۵ مکعب اینچ	
(۱۴۶) ۱۹۹ اینچ	(۱۴۷) ۱۴۲۸	(۱۴۸) ۴۲۳۵ مکعب اینچ
(۱۴۹) ۵۴۸۵ پونڈ	(۱۵۰) ۳۸۲ اینچ	(۱۵۱) ۱۰۰۱۲ $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$
(۱۵۲) ۱۲ پونڈ ۱۷ شنگل پش (۱۵۳) نہیں	(۱۵۴) ۱۲۴۴ (۱۵۵) ۴۰۰۰۰	(۱۵۶) ۳۵۹۴ م اینچ (۱۵۷) ۴۹۴
(۱۵۸) ۴۹۴۳۲ (۱۵۹) ۴۹۴	(۱۶۰) ۲۸۵۴ مکعب اینچ (۱۶۱) ۴۸۵	(۱۶۲) ۱۵۴۵ اونس
(۱۶۳) ۲۹۰ مکعب اینچ ۲۲۴ اینچ	(۱۶۴) ۳۰۰۰۰ ایک اینچ کا	(۱۶۵) ۳ کوہ سے
(۱۶۶) ۳۴۴۴ مکعب فیٹ (۱۶۷) ۳۴۴۴ فیٹ	(۱۶۸) ۳۴۴۴ فیٹ	(۱۶۹) ۱۴۱۴ مکعب فیٹ
(۱۷۰) ۱۰۳۴	(۱۷۱) ۱۸۸۴۴ فیٹ	(۱۷۲) ۱۸۸۴۴ فیٹ
(۱۷۳) ۸۲۲۲۵ مکعب اینچ	(۱۷۴) ۲۰۵۲۸۳۲ مکعب اینچ	(۱۷۵) ۴۱

تمام شد کتاب علم است



رسالہ مساکین

جان ہنر صاحب کے انگریزی رسالہ مساکین کا



منشی محمد کمال الدین پروفیسر و ری کٹر لائبریری انسٹی ٹیوٹ برک

میو کالج الہ آباد کا کیا ہوا

بیسری دفعہ صحیح ہو کر

مطبع مرتضوی دہلی بہتنام حاجی محمد عزیز الدین مطبعہ ہوا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اول

تمہید

(۱) علم مساحت وہ علم ہے جس میں خط و سطح و حجم کی پیمائش کا حساب اعداد میں کیا جائے
اس علم میں دو بڑے باب ہیں ایک مساحت سطح کا دوسرا مساحت اجسام کا
اب ہم چند اصطلاحات اس علم کی بیان کرتے ہیں ان کے معنی اور مطلب پر طالب علم غور و نظر لگائیں
سمجھو کہ جو چیز تمہاری نظروں کے سامنے آتی ہے اس میں ضرورتاً باتین ہوتی ہیں اول طول یعنی لمبائی دوسرا
عرض یعنی چوڑائی اور تیسرا سمک یعنی گہرائی یا اونچائی
جس جس چیز میں یہ تینوں باتیں ہوتی ہیں اس کو اس علم کی اصطلاح میں جسم کہتے ہیں شہنشاہ اور
سل اور صندوق میں سے ہر ایک جسم ہے اور لمبائی اور چوڑائی اور گہرائی یا اونچائی کو یعنی طول اور عرض
اور سمک کو متبادلاتہ کہتے ہیں اور ہر ایک کو جدا جدا متبادلاتہ ہیں میں سے جو جب ایک
کم ہو جائے مثلاً سمک رہی فقط طول اور عرض رہے تو جو جگہ طول اور عرض سے گہرے جیسے کہیت یا
یا حصہ مکان کا تو اس کا نام اس علم میں سطح رکھا گیا ہے اس سطح کی دو متبادلاتہ یعنی طول اور
عرض میں سے ایک کم ہو جائے یعنی فقط طول رہ جائے تو اس کو خط کہتے ہیں اور جہاں یہ متبادلاتہ ہو اسے
نقطہ کہتے ہیں عرض خط فقط ایک متبادلاتہ یعنی طول کو کہتے ہیں اور جو جگہ طول اور عرض یعنی دو متبادلاتہ
سے گہری ہو اسے سطح کہتے ہیں اور جو جگہ متبادلاتہ یعنی طول اور عرض اور سمک سے گہری ہے

اوسے جسم کہتے ہیں

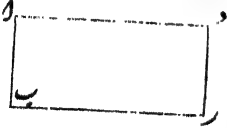
اکثر طالب علم ابتدائیں ان اصطلاحوں کے مطلب سمجھنے میں کچھ تھیں وہ سطح یا فانی سمجھتے تھے کہ صندوق کو دیکھیں کہ جس میں ابتدا و ثلاثہ طول عرض و سمک پائے جاتے ہیں اس کو جسم ہر اور چیز جو اس صندوق کو سب طرف سے گھیرے ہو ہو اور اس میں دل نہیں ہو اور فقط طول و عرض

ہی ہو وہ سطح ہے یعنی جسم سطحوں سے گھرا ہے اور اس کی طرف میں سطح ہیں

اب اس سطح کو دیکھو کہ وہ طول و عرض سے گھری ہو اور ان میں سے فقط ایک ابتدا یعنی لب یا چوڑی کا نام خط ہو اور جہاں پہنچتا ختم ہو وہاں نقطہ ہو اور اس خط و طرح وغیرہ کی تصویر بنانیکا اور نقشہ کشنے کا

طریقہ بتلایا جاتا ہے

(۲) شکل ذیل سطح ہے کہ وہ خطوں سے گھری ہو اور اس میں دل نہیں ہو اور خطوط میں طول سے عرض



اور دل نہیں

خط سطح کے عرض کو تعبیر کر سکتا ہو مگر وہ خود عرض نہیں رکھتا، دو نقطوں کے درمیان جو سب سے پہلے ملتا ہو اس کو خط مستقیم کہتے ہیں جیسا اب یا اب آ اور د یا د آ



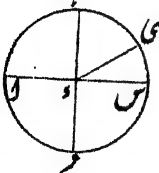
(۳) خط منحنی مثلاً اس وہ ہو جس کا کوئی حصہ خط مستقیم نہ ہو

خطوط منحنی میں سب سے زیادہ مشہور دائرہ کا محیط ہے

اس دائرہ کے بنانے کی دو ترکیبیں ہیں ایک تو سب جانتے ہیں کہ وہ ہر گار سے کہتا ہے خط ہر گاری اور کا نام ہی ہے، دوسری ترکیب اس کے کہنے کی ہے کہ ایک دڑ کے سر کو ایک نقطہ پر مضبوط باندھ کر دوسرے سر کو چکرایا دیں کہ جہاں وہ متحرک ہو وہاں نشان کرتا ہوا پھر آجائے

تو اس طرح دائرہ بن جائیگا

اس نقطہ کو جو چھپے مرکز کہتے ہیں اور وہ خط جو کہنچا ہو اور دائرہ کو محدود کرتا ہے محیط کہلاتا ہے



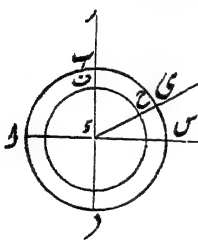
اس شکل میں د ب سی دائرہ کا محیط ہو اور د س کا مرکز ہے اس

مرکز سے جتنے خطوط آئے اور د ب اور سی محیط تک پہنچے جائیں

نصف قطر کہلاتے ہیں اور ان میں جو دو ایک سیدہ میں مقابل ایک دوسرے ہوں مرکز پر گزریں اور محیط پر ہوں جیسے اس اور ب تو انکو قطر دائرہ کہتے ہیں اور قطر دائرہ کو دو برابر

حصوں میں تقسیم کرتا ہے اور ان حصوں میں ہر ایک حصہ کو نصف دائرہ کہتے ہیں

(۴) محیط کے کسی حصہ مثلاً اب یا ب ہی کو فوس دائرہ کہتے ہیں فوس ان پر کل محیط سے جو نسبت کرتی ہو اسکو مقیاس اوکشا کی کہتے ہیں جو درمیان اون دو نقطہ مستقیم کو واقع ہو کہ مرکز او فوس طرفوں میں ملا جاوے مثلاً شکل ذیل میں دو دائرہ متحدہ مرکز ہیں یعنی او کا ایک ہی مرکز ہے اور اب اس کا نصف قطر ڈا ہے او میں فوس ب ہی محیط کا چہٹا حصہ فرض کرو تو ظاہر ہے کہ جس دائرہ



کا نصف قطر ڈا ہے اسکو محیط کا چہٹا حصہ فوس فتح ہو

پس ب اور ڈی کی کشادگی کا مقیاس علی العموم

ہر محیط کا چہٹا حصہ بشرطیکہ اسکا مرکز نہ ہو

ایک نقطہ سے دو خط مستقیم پھیلتے ہوئے جائیں

یا ایک نقطہ کی طرف ملتے ہوئے آئیں انکو درمیان جو کشادگی ہوتی ہو اسکا نام زاویہ ہے

اسے ظاہر ہے کہ زاویہ یوقوف خطوط مستقیم کی طولوں پر نہیں ہے بلکہ وہ اون سمتوں پر یوقوف ہے

جنہیں خطوط کا نہ ہوتے ہیں

دو نصف قطروں کے

درمیان جو کشادگی ہو اسکو زاویہ کہہ سکتے ہیں مگر ان قطروں کے طول کو کچھ علافہ زاویہ مقیاس

نہیں ہے مثلاً زاوئے ب ڈی اور ی اس ڈی دو زاوئے نقطہ ڈی پر ہیں جو دو زاوئے ڈی

اور ح اس ہیں

اور زاوئے شکل مذکور میں ا ر ف اور ا ڈی اور ی کو وغیرہ بنے ہوئے ہیں

زاویہ کے کہنے اور پڑھنے کا یہ طریق ہے کہ ایک حرف تو زاویہ کے اس یعنی سر پر لکھیں

اور ایک ایک حرف اس کے ایک ایک ضلع پر مرقوم کریں

اور پھر میں اس طرح کہ ستر پر جو حرف لکھا ہو وہ چھین تاوے ہکا مفصل حال فقہ ۱۲ میں آگیا
اب ہم اس بات کو خوب طرح سمجھاتے ہیں کہ قوس میں ایسی کی خاصیت ہی کہ جب کے سیدھے
وہ زاویہ کے مقیاس بنی ہے

فرض کرو کہ ایک پرکار کی دو سافین بے اور دوسری ہیں اور وہ سمت و بے پر بنطبق ہیں اب
بے تو اپنے مقام پر قائم رہے اور دوسری اپنی جگہ سے حرکت کرے اور اس جگہ پہنچے
جہاں شکل میں منقسم ہے تو نقطہ جی مقام بے سے جی تک ایک قوس میں حرکت کر لیا اور
جتنی دیر میں یہ حرکت کر کے بے سے جی پر آویگا اوتنی دیر میں نقطہ جی ایک قوس میں
حرکت کر کے مقام ق سے جی پر پہنچے گا

پس معلوم ہوا کہ قوس بے جی اور قوس جی سے اپنے اپنے محیط کے مساوی حصہ متناسب ہیں
یعنی ہر قوس کو نسبت اپنے محیط سے ایک ہی ہے اس خاصیت کے سبب قوس کشادگی یعنی
زاویہ جی بے کی مقیاس بنے ہے

(۵) دائرہ کے محیط کو ۳۶۰ برابر قوسوں میں تقسیم کیا ہے

اور ہر ایک قوس کا نام درجہ رکھا ہے اور ان درجوں ہی سے زاویہ بنتا ہے یعنی ہر درجہ
مقیاس زاویہ کا ہے اگر ایک زاویہ کے راس کے گرد دائرہ کھینچا جائے اور اس کے اضلاع کے
درمیان محیط کا چہٹا حصہ سماو تاو اس زاویہ کو ۹۰ درجہ کا کہینگے

پس جب ہم کہا کرتے ہیں کہ ایک خط مستقیم دوسرے کے ساتھ ۵۴ درجہ میلان رکھتا ہے
تو اس کے بھی معنی ہوتے ہیں کہ جس نقطہ پر وہ دونوں خط ملے ہیں اسے مرکز دائرہ کا مقرر
کر کے کیسا ہی چھوٹا یا بڑا دائرہ اوں خط کو قطع کرنا ہوا کہیں تو ان خطوں کے درمیان محیط
کے متن سوا ٹھوین حصہ بنتا لیس آئینگے یعنی محیط کا ایک اٹھواں حصہ
اب ان درجوں کی تقسیم پھر تقسیم دقیقوں اور ثانیوں میں بھی ہوئی ہے
ایک درجہ میں ۶۰ دقیقے اور دقیقہ میں ۶۰ ثنائے ہوتے ہیں

اور مختصراً ان کو اس طرح کہتے ہیں ۴۸ ۱۴ ۳۲ اٹھائیس درجہ چودہ دقیقہ تین من
یعنی درجہ پر علامت ۴۰ اور دقیقہ پر ۱۴ اور ثانیہ پر ۳۲ بابلن طرف اوپر کو لکھتے ہیں
(۴) جب ایک خط مستقیم ایک خط مستقیم پر زاویہ ۹۰ کا بناوے جبکہ زاویہ ۹۰ یا
ب سے اس شکل گذشتہ میں ہے تو ایسے زاویہ کو زاویہ قائمہ کہتے ہیں ایک طرف اس کی سمت
ارتفاع اور دوسری طرف سمت افق بتلاتی ہے اور ہر ایک خط کو ایک دوسرے پر عمود کہتے ہیں
یہ ظاہر ہے کہ جب ایک خط مستقیم ب سے دوسرے خط مستقیم اس پر ہلکے زاویے
برابر بناتا ہے تو ہر ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے پس زاویہ قائمہ کی تعریف اس طرح ہو سکتی ہے
کہ وہ اون دو برابر زاویوں میں سے ایک زاویہ ہوتا ہو جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر متصل کے
پہلوؤں میں بناتا ہے اس تعریف میں احتیاج تقسیم دائرہ کی نہیں ہوتی
زاویہ جس کے سامنے قوس ۹۰ سے کم ہو یعنی قائمہ سے بڑھا ہو اسے زاویہ حادہ کہتے ہیں زاویہ
جس کے سامنے قوس ۹۰ سے بڑھی ہو یعنی قائمہ سے بڑھا ہو اسے زاویہ منفرجہ کہتے ہیں
زاویوں کے مساوات کا بیان منوجب ہم کہتے ہیں کہ زاویہ آ برابر ہے زاویہ ب کے تو اسے
یہ مطلب ہوتا ہے کہ اگر نقطہ آ کو نقطہ ب پر اور زاویہ آ کے ایک ضلع کو زاویہ ب کے ایک ضلع پر
جسپاں کریں تو دوسرا ضلع زاویہ آ کا زاویہ ب کے دوسرے ضلع پر منطبق ہو جائے

(۵) اب ہم سطح مستقیم الاضلاع کا بیان کرتے ہیں
اون کی سطح کی طرف ہر خط مستقیم خاص زاویہ بناتا ہو پھر ہم
سطح مستقیم کو سردار دہ سطح کہیں کہ جس پر اگر دو نقطے لیں خط مستقیم ملاوین تو وہ خط مستقیم اس کے
اندر بالکل واقع ہو کوئی جزو سطح سے باہر نہ نکلیا وے
اگرچہ ہم نے یہ بیان کیا ہے کہ دائرہ میں ایک خط منحنی ہو گا کہہ گہ جاتی ہو کہ یہ ہدایت ہے
کہ سطح مستقیمہ الاضلاع یعنی ایسی سطح جس کو خط مستقیم نے احاطہ کیا ہو میں ضلعوں سے کم میں
نہیں گہر سکتی

(۸) جن شکلوں کے تین ضلع جو ہوتے ہیں ان کو مثلث کہتے ہیں وہ بلحاظ اضلاع کے تین طرح کے اور باعتبار زاویوں کے بھی تین قسم کے ہوتے ہیں

مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے جس کے تینوں ضلعے آپس میں برابر ہوں اور مثلث مساوی الساقین



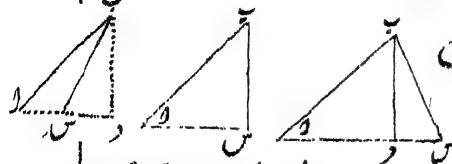
مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جس کے دو ضلعے آپس میں برابر ہوں اور مثلث متساوی الساقین مثلث مختلف الاضلاع جس کے سب ضلعے غیر مساوی ہوں اور مثلث مختلف الاضلاع ہے



مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو اور مثلث قائم الزاویہ ہے مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جس کا ایک زاویہ منفرج ہو اور مثلث منفرج الزاویہ ہے

مثلث حادہ الزاویہ وہ مثلث ہے جس کے سب زاویے حادہ ہوں اور مثلث حادہ الزاویہ ہے

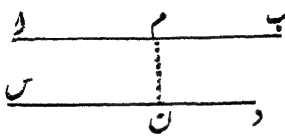
(۱) مثلث کے ہر ضلع کو قاعدہ مقرر کر سکتے ہیں لیکن اکثر قاعدہ اسی ضلع کو مقرر کرتے ہیں جو نیچے دو ضلعوں کے سمت افقی میں واقع ہوتا ہے اور جو قاعدہ کے مقابل زاویہ ہوتا ہے اسے زاویہ راس کہتے ہیں اور فاصلہ عمودی جو درمیان قاعدہ اور زاویہ راس کے ہوتا ہے اسے



ارتفاع یا بلندی مثلث کی کہتے ہیں ان تینوں شکلوں میں مثلث ب راس کا قاعدہ اس ہے اور ب س زاویہ راس ہے اور کل میں ارتفاع ب د ہے اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے اور دوسری شکل میں ارتفاع ب س ہے اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہے اور تیسری شکل میں ارتفاع ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

اور ب س زاویہ راس ہے اور کل میں ارتفاع ب د ہے اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے اور دوسری شکل میں ارتفاع ب س ہے اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہے اور تیسری شکل میں ارتفاع ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

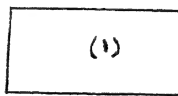
(۱۰) ابھی ہم نے بیان کیا ہے کہ زاویہ قائمہ، خطیں اور میلان کے کچھ بین جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم کے ساتھ ایک نقطہ پر کہتا ہے لیکن جب دو خط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھ میلان ملے گا ایک نقطہ پر کہیں اور ایک دوسری ہمیشہ علیحدہ رہیں اور کبھی آپس میں نہیں تو ایسے خطوط کو خطوط متوازیہ کہتے ہیں جیسے



اب اور س دہیں کہ وہ کبھی آپس میں جگہ

نہیں ملتے اور ہمیشہ اوہیں عمود فی فاصلہ م ن کیساں برابر

(۱۱) چار ضلع کی شکل کے دو مقابل کے ضلع متوازی ہوں اور متوازی الاضلاع کہتے ہیں



مقابل کے ضلع متوازی الاضلاع کے جیسے

متوازی ہوں ہیں ایسا متساوی ہے ہوں ہیں

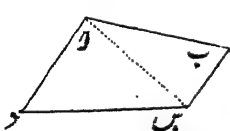
دوسرے شکل کو شبیہ بالمعین کہتے ہیں اور دو ضلعوں کے درمیان زاویہ قائمہ نہیں ہے اور پہلی شکل



مستطیل کہتے ہیں اور دو ضلعوں کے درمیان زاویہ قائمہ ہے اور طول برابر عرض ہے

مربع وہ شکل ہے جس کے چار ضلع آپس میں برابر ہوں کہ شکل 'ا' وہ مربع ہے

معین ہی ایک ایسی شبیہ بالمعین ہے جس کے چاروں ضلع آپس میں برابر ہوں شکل 'ب' معین ہے



متحرک وہ چار ضلع کی شکل ہے کہ جبیں ضلع متوازی ہوں جیسے شکل 'س'

اگر چار ضلع کی شکل ہو اور صرف اس کے دو ضلع متوازی ہوں اور دو متوازی ہوں تو اسے

ذوزنقہ کہتے ہیں یہ شکل ذوزنقہ ہے

جس کے اضلاع 'ا' ب اور س د متوازی ہیں لیکن 'ب' س اور 'ا' د متوازی نہیں ہیں

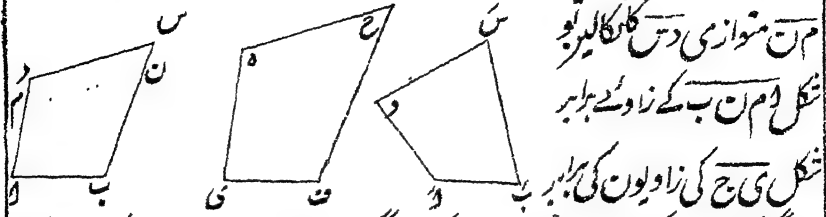
سب چار ضلع کی شکلوں کو ذوالربعہ الاضلاع کہتے ہیں اور دو مثلثوں میں سطح متحرک ہوں

ہیں کہ ان کے مقابل کے دو کونوں میں خط مستقیم ملائیں اگر خط او اس شکل کے دو برابر حصے کر دے

تواو کو قطر کہتے اور اگر برابر حصے نکرسے تواو سے وتر کہتے ہیں
 (۱۲) اب بیان پہ بیان کرتے ہیں کہ کسطح زاوے اوٹکلوں کے نام حروف میں بیان کی جاتے
 ہیں اس تہا نہیں شکلیں وہی رہیں گی جو اوپر مذکور ہوئیں
 زاویہ کو کیا تو صرف ایک حرف ہی بیان کرتے ہیں جیسے زاویہ آ یا زاویہ ب یا تین حروف سے
 اسطرح کہ جو حرف سے پہلے زاویہ لکھا ہوا ہو وہ سچ میں آوی اور ایک حرف ادھر ادھر جیسا کہ
 زاویہ ا ب س یا زاویہ س د یا یہ دوسرے ترکیب بیان کرنے کے دامن کام آتی ہے جہاں ایک
 نقطہ پر کئی زاوے جمع ہوں جیسے کہ صورت نقطہ س پر پور ہی ہر اگر صرف زاویہ س صرف
 ایک حرف میں بیان کیا جاتا تو یہ نہیں مفہوم ہو گا کہ آیا او سے مراد زاویہ ب س یا زاویہ
 ا س د یا ب س د ہے

ہر شکل بلحاظ اضلاع کے اسطرح بیان کی جاتی ہے کہ حروف کو جو بالترتیب شکل کے گرد آتے
 جائیں پڑھیں جائیں جیسا کہ ا ب س اور ب س د وغیرہ اور حرف د مان لکھتے ہیں ان خطاط
 ہو کر نقطے پیدا کرتے ہیں اور بلحاظ رقبہ یا سطح کے بھی اسطرح بیان ہوتی ہر مگر فرق اتنا ہے کہ اول
 حروف کے ساتھ شکل کا نام لگا دیا جاتا ہے
 جیسے ذوالربعہ الاضلاع ا ب س د یا مثلث ا س د وغیرہ ذوالربعہ الاضلاع کو کہہ بی خاصا اور
 دو حروف سے بھی لکھ پڑھ لیتے ہیں جو متقابل کے دو زاویوں پر لکھے ہوئے ہیں جیسے کہ شکل ب د
 مگر خصار کو دامن کام میں نہ لائیں جہاں ترتیب پیدا ہو یعنی اول نقطوں کے درمیان ترتیب
 (۱۳) دو مستقیمہ الاضلاع جیسے ضلعوں کی تعداد برابر اور ایک کے ضلعوں میں نہایت ہو جو دوسرے
 کے ضلعوں میں نسبت ہو اور زاوے ضلع نظیر کے درمیان برابر ہو تو ایسی کلو کو ثابہ کہتے ہیں مثلاً اگر
 ذوالربعہ الاضلاع ا س د اور ی ج میں زاوے آ اور ب اور س اور د برابر اور یوں
 ی اور ج اور د اور آ کی ہوں موافق اپنی اپنی نظیر کی اور ضلع ا ب اور ب س اور س د اور
 د آ تین جو نہائی ضلع ی اور ج وغیرہ کی ہوں یعنی اگر پہلے ضلعے ۱۸ و ۳۰ و ۴۰ و ۲۰ ہوں

تو دوسری شکل کے ضلع ۲۴ و ۳۰ و ۳۶ و ۲۸ ہوں تو اس اور سی ج کو سطح متشابه کہینگے اگر



مَن متوازی دس کا لیدر تو
شکل د م ن ب کے زاوے برابر

شکل سی ج کی زاویوں کی برابر
ہونگے مگر ضلع او کے مناسب اضلاع سی ج کی ہونگے اسلئے وہ متشابه سی ج کے ہونگے
اگر شکل د ب س د کے ضلع متشابه شکل اس کے ضلع کے ہوں مگر زاوے او کے برابر شکل
اس کے زاویوں کی ہوں تو ہی د ب س د متشابه سی ج کے ہونگے

لیکن اگر مثلث کے تینوں ضلع متناسب دوسرے مثلث کی تینوں ضلعوں کی ہوں تو ضرور وہ
دونوں مثلث متشابه ہونگے

اسو ایک مثلث کے زاوے ہی برابر دوسرے مثلث کی زاویوں کی ہونگی اور یکساں ہی صحیح ہے
(۱۷) ایک مثلث کے قاعدہ کے جو خطوط متوازی ایک ضلع سے دوسرے ضلع تک پہنچے جاویں
تو وہ اضلاع مثلث کو ایک نسبت پر قطع کریں گے

اور ہر ایک خط ایک مثلث کل مثلث کا متشابه قسط کر لگا مثلاً خطوط دی اور ق ج متوازی اس کو ہوں
تو اضلاع د ب اور ب س ایک نسبت پر قطع ہونگے

اس طرح اگر آدہ برابر د کی ہو تو سی برابر سی ج
کے ہوگا اور اگر د ق دو چوتھ پ سے ہو تو سی ج دو چوتھ پ سے ہوگا

اور مثلث ب د س اور ب ق ج اور ب دی تب ہم متشابه ہیں اور ب د : اس :: ب د : دی وغیرہ

فصل دوم ہندسہ علمی

(۱) طول کی پیمائش ہندوستانی اور انگریزی پیمانوں سے ہوتی ہے پہلو نو دہی پیمان پر درج
مگر اب وہ متروک ہوتے جاتے ہیں اور انکی جگہ انگریزی پیمانے رواج پا جاتی ہیں اسلئے ہم دو طرح
کے پیمانوں کا حال بیان کرتے ہیں بعض پیمانے عموماً طول پیمانے کے کام میں آتے ہیں بعض

اون میں سے مخصوص میں کے ساتھ ہیں یہ بھی کہتے ہیں کہ ہندوستانی اور انگریزی قانون میں باہم نسبت کیا

عام انگریزی پیمانہ

۳ جو = ایک انچہ اور ۳۲ انچہ = فٹ اور ۳ فٹ = گز اور ۱۰ گز = ارڈ یا پول یا پیرچ کے
اور ۴۴ پول = افرنگ اور ۴۰ گز = ایل

عام دیسی پیمانے

۸ جو = انگشت اور ۳ انگشت = گز اور ۲ گز = ماتہ اور ۲ ماتہ = گز اور ۲۴ تسو = گز
انگشت اور انچہ کی جو پیمائش جو سے ہوتی ہے اس میں فرق یہ ہے کہ انچہ تو برائے زمین جو جمع ہوتا ہے
کہ وہ کہٹری نوک سے نوک ملا کر پھر چاروں اور انگشت ۸ جو کی برابر ہوتا ہے جب پیرچ بیٹ ملا کر پھر
خاص انگریزی پیمانے جو زمین کے پیمانے میں

۴۴۲ جو = ایک کڑی اور ۱۰۰ کڑی یا ۴۴۲ فٹ یا ۱۴۴ پول = ایک جریب اور ۱۰ جریب
یا ۱۰۰۰ کڑی = افرنگ

خاص دیسی پیمانے جو زمین کے پیمانے میں

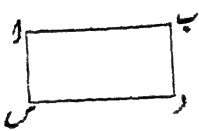
۳ گز ہندوستانی = ایک گٹھہ اور ۲۰ گٹھہ یا ۶۰ ہندوستانی گز = جریب - انگریزی گز
۳۴ انچہ کا اور ہندوستانی گز ۳۳ انچہ کا ہوتا ہے

عرض ۳۳ انچہ انگریزی گز ہندوستانی گز پورا ہوتا ہے اور ۳۳ انچہ کا گیارہ گنا ہندوستانی گز
اور ۳۳ انچہ کا بارہ گنا انگریزی گز ہوتا ہے پس ان دونوں گزوں میں نسبت ۱۱ کی ہے اگر انگریزی گزوں
کے ہندوستانی گز بنائے ہوں تو ان کو ۱۱ میں ضرب دیا اور اگر ہندوستانی گزوں کے انگریزی
گز بنائے ہوں تو ۱۱ میں ضرب کر اب سب پرانے گز کہاں سے انگریزی گز بنائے کام میں آئے
اور جریب ہندوستانی ۶۰ ہندوستانی گز کی ہے اس کو وہ برابرہ انگریزی گز بنائی ہوگی اس خط

اور جو کہنیا ہوا ہے ٹھیک ایک انچہ اور سکاٹوں ہے اس خط کا طول

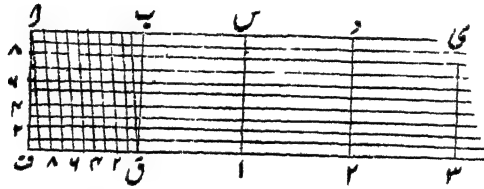
بارہ گنا کیسے کریم فٹ بنا سکتے ہیں اور ۳ گز گنا گز ایک گز اب اگر ایسے خط کچھ جائیں

کہ حقیقتاً او کا طول برابر اصل جہزوں کے طول کے ہو تو کہاں ہو سکتا ہے اس لئے یہ جو طے ہوئے
خطوط ایسے کیج لیتے ہیں کہ جن میں نسبت وہی ہوتی ہے جو اون اصل شکلوں کے متدادوں میں ہوتی
غرض اس طرح ایک شکل متشابہ اصل شکل کے کاغذ پر بنالیتے ہیں مثلاً شکل ذیل ایک کہیت کو تعبیر
کرنے ہوا اور اس کا طول ۱۰۰ گز اور عرض ۵۰ گز ہو تو اب ایک خط کسی طول کا جیسا مناسب ہو



کھینچیں اور اس کا طول نصف اب سے بنائیں
تاکہ یہ شکل متشابہ کہیت کے ہو جاوے

(۲) پس خطوط کو صحیح صحیح نسبتوں پر کھینچنے کے لئے ایک لہ بنایا ہے اور اس کا نام اسکیل ہے
مگر وزیرو کی بول چال میں نقطہ او کا نام پیمانہ پڑ گیا ہے



وہ پتیل یا لکڑی یا ہڈی کا ایک شفاف ٹکڑا ہوتا ہے اس کی بنیادی ترکیب یہ ہے کہ سطح پر خط ای کی کچھ
اور اس کو برابر حصوں اب اور ب س اور س د وغیرہ میں تقسیم کرو

اس کے دس خط متوازی برابر فاصلہ پر نکالو اور نقاط اب اور ب اور س د وغیرہ سے عمود خطوط
متوازیہ کو قطع کرتی ہو کچھ اور خطوط اب اور ب ق کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اگر ان دس
تقسیم عمود نکالتو چھوٹے چھوٹے متوازی الافلا علی بن بنین خیم قطران متوازی الافلا عون
کچھ ہیں پس اب یہ پیمانہ سب طرح سے تیار ہو گیا

اگر آ سے ق تک ۱۰۰ کو تعبیر کرے تو ق سے ۲۰ تک ۲۰ کو اور ۳۰ تک ۳۰ اور ۴۰ تک ۴۰ اور ۵۰ تک ۵۰
اور ۶۰ سے ق تک ۱۰۰ ہے تو ق سے ۴۰ تک چار دسویں ہوں گے یعنی ۴۰ اور ق سے ۵۰ تک ۵
اور ۶۰ سے ۴۰ تک ۳۰ ہوں گے

اور اگر مکمل طول ۳۶۴ حاصل کرنا ہو تو ہم خط ۱ پر نیچے کی طرف اکائیاں پڑھیں اور پھر کاکی
ساق کی سر کو اوپر نقطہ پر کہیں جہاں چپا قطر جو نہو خط افقی کو قطع کرتا ہے اور دوسری
ساق کی سر کو نقطہ ۲ پر کہیں پس ان دو ساقوں کے درمیان فاصلہ ۳۶۴ ہوگا
اور اگر آ سے ق تک ۱۰ بجائے ۱۰۰ کی تعبیر ہوں تو آ سے ۸ تک ۱۸ اور ۲ سے ۸ تک ۲۸ وغیرہ
تعبیر ہوگی اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دسویں حصے اکائیوں کی تعبیر ہونگے

اور اسی طرح اگر آ سے ق تک ۱۰۰۰ کی تعبیر ہوں تو آ سے ۲ تک دوسویں حصے ۱۰۰۰ کے یعنی ۱۰۰۰
تعبیر ہونگے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دہائیاں تعبیر ہونگی

حاصل ہوگا بڑے طول اور عرض اس کیلئے سوائی سے تعبیر ہوگا غریب بن جائے گا میں پواریوں وغیرہ کی
بیابانیں میں بہیم بیابانہ ۱۰۰۰ پنجم لیا اور ایک پنجم چڑھا ہوا ہے اور اس بیابانہ میں ہر ایک دس
دس حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اگر چاہے کے ایک پنچ ایک جریب تعبیر کریں تو پنجم کا دسواں
حصہ دو گٹھ کو تعبیر کریگا اور اگر دو جریب کو تعبیر کرے تو اس کا دسواں حصہ ۴ گٹھ کو تعبیر کریگا

اور علیٰ ہذا القیاس

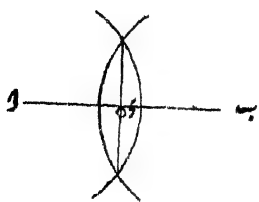
اب ہم چند سوالات علم ہندسہ علمی لکھتے ہیں جن کیلئے تعبیر کا کام آتی ہے

(۳) ایک خط مستقیم معلوم کی نصف کر دو یعنی دو برابر حصے کر دو

فرض کرو کہ خط اب معلوم ہے اور مطلوب یہ ہے کہ نقطہ وسط اس کا دریا کریں پہلے ہم لکھ
آئے ہیں کہ دائرہ برکاز سے جس طرح کھینچا ہے پس برکاز کے ایک ساق کو نقطہ ۱ پر قائم کرو اور
دوسری ساق سے ایک دائرہ نصف خط سے دریا پڑے نصف قطر پر کچھ اور اسی طرح پھر
برکاز کی ایک ساق کو نقطہ ب پر قائم کر کے پہلے ہی نصف قطر کے برابر نصف قطر لیکر دائرہ

کھینچو جو پہلے دائرہ کو دو طرفوں اب کی قطع کرنے

پس خط مستقیم ان نقطوں میں لایا گیا خط اب کو



نقطہ ۲ پر تنصیف کر دیگا

سوالات مشق^{۱۳}

(۱) دو مکانوں کی بلندیوں ۱۴۶۰ اور ۳۵۱۰ فٹ ہیں دو خط کہیں جو ان بلندیوں کو تعبیر کریں اور ان کے تصنیف بھی موافق ہندسہ علی کے کرو

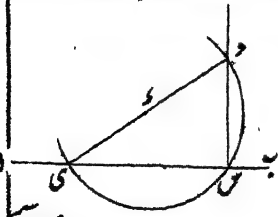
(۲) ع اور ق اور ر اور ص چار مکان ایک خط مستقیم میں ہیں اور ع س ق تک ۲۰۴ گز اور ق سے ص تک ۳۶۵ گز اور ر عین درمیان میں ع اور ص کے ہے پس ایک خط کہیں جو ان فاصلوں کو تعبیر کرے اور ر کا مقام عمل ہندسی سے دریافت کرو
(۳) ایک خط معلوم ہر ایک نقطہ معلوم سے جو اسکے اندر ہے عمود قائم کرو

فرض کرو کہ اب ہر نقطہ س سے عمود نکالنا منظور ہے س اور س ب میں سے س م اور س ن برابر حصے قطع کرو اور تم کے مرکز پر س م سے بڑا کوئی نصف قطر لکھا کہ جس کہیں اور سطح ن کے مرکز پر اسی نصف قطر پر ایک قوس کہیں جو پہلی قوس کو نقطہ دہر قطع کرے پس س د کہیں بھی عمود مطلوب ہوگا



اور جب نقطہ معلوم طرف خط ہو یا نزدیک

طرف خط کے ہو تو عمود ترکیب مذکور صدر آسانی سے کہیں جاویگا اگر خط مستقیم کو بڑا لیں اور اگر بڑا لیں تو اس ترکیب سے عمود کہیں کہ ایک نقطہ کسی مناسب مقام پر مقرر کرو اور اس کو مرکز مقرر کر کے س کے بعد ہر ایک قوس کہیں جو اب کوئی اور س کے نقطوں پر قطع کرے اور نقطہ دہر قوس کو نقطہ دہر کہیں اور



س د ملاؤ پس یہی عمود مطلوب ہوگا

مشق کے سوالات

(۱) ایک خط مستقیم افقی اب ۴۳۳ گز کا کہیں اور ایک نقطہ س ۵۰۰ فٹ پر نقطہ آ سے مقرر کرو اور ایک عمود ۲۵ گز لہنا نقطہ س سے قائم کرو

(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جس کے اضلاع نامیہ قائمہ کے گرد ۲۴ اور ۲۴ ہوں

(۵) ایک نقطہ معلوم بیرونی سے عمود ایک خط معلوم پر کھینچو
 فرض کرو کہ نقطہ س سے اب پر عمود لگانا منظور ہے مرکز آ اور نصف
 قطر اس پر اب کی پیمائش ایک فوس کھینچو اور مرکز ب اور نصف
 قطر ب س پر یہی ایک فوس کھینچو
 پہلی فوس کو قطع کرے پس جو خط نقطہ قاطع اور س میں ملے گا وہ س کو عمود اب پر بناویگا

سوالات مشق

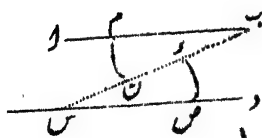
(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جس کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں 4۰ و ۲۸۰ کڑی ہو اور مثلث قائم الزاویہ کی راس سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نکالو

(۲) زاویہ متفرجہ ابس ۱۳۵ درجہ کا بناؤ اور اب کو بقدر ۲۵ کی اور بس کو بقدر ۳۰ کی بناؤ اور نقطہ س سے عمود اب پر بغیر بس کے خارج کر نیکی اور نقطہ آ سے بس پر عمود نکالو اور ان دونوں کو خارج کرو جب تک کہ وہ آپس میں ملین

(۶) ایک خط متقیم معلوم کا متوازی ایک خط متقیم نقطہ معلوم سے نکالو

فرض کرو کہ خط AB کا نقطہ S سے متوازی نکالنا منظور ہے

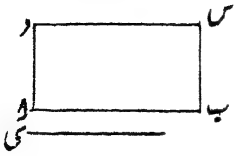
اب کی طرف سے جو زیادہ دور ہے خط مستقیم بس کھینچو اور نقطہ ب کی مرکز کسی
نصف قطر ب م پر ایک قوس م ن زاویہ اب س کے محاذی کھینچو اور مرکز س پر اور نصف
س کو جو برابر پہلی نصف قطر ب م کی ہو ایک



سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جس کے ضلع جو عمود ایک دوسرے پر ہیں ۳۴ اور ۴۲ ہوں اور زاویہ قائمہ کی راس سے ایک خط متوازی تیسرے ضلع کا کھینچو

(۲) ایک زاویہ چادہ اب س کا ۴۵° کے قریب بناؤ اور اب کو آء اور ب س کو ۴۴° بناؤ اور درمیان زاویہ کے کوئی سا نقطہ مقرر کرو اور اس نقطہ سے دو خط متوازی اضلاع زاویہ کے پہنچو



(۳) ایک مستطیل بناؤ جس کا طول اور عرض معلوم ہے فرض کرو کہ اب طول معلوم ہے اور عرض معلوم ہے

نقطہ س اور اب پر عمود ب س برابر ہی کے بناؤ

اور س کے مرکز پر نصف قطر برابر اب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور آ کے مرکز پر نصف قطر برابر ہی کے لیکر ایک قوس کھینچو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے اور آ اور س د ملاؤ مستطیل مطلوب بن جائیگا

سوالات مشق

(۱) ایک کھیت قائم الزاویہ بناؤ جس کے طول میں ۱۲۰۰ گز اور عرض میں ۵۶۵ گز می ہوں

(۲) ایک فرش شبیہ بالمعین کی شکل کا ۴۶ فٹ ۶ انچ لمبا اور ۴۴ فٹ ۸ انچ چوڑا بناؤ

(۳) اس خط منقسم ۱ — ب پر ایک مربع بناؤ اور اس کے دو قطر کھینچو اور ان کے نقطہ تقاطع کو مرکز

مقرر کر کے دائرہ کھینچو جو مربع کے زاویوں پر گزرے

(۴) ایک مثلث بناؤ جس کے تینوں ضلع معلوم ہیں اور ان ضلعوں میں دو ملکر نیچے سو جائیں

فرض کرو کہ اب اور د اور تی تین اضلاع معلوم ہیں

نقطہ آ کے مرکز پر نصف قطر برابر د کے لیکر ایک قوس کھینچو اور تی کے

مرکز پر نصف قطر برابر تی کے لیکر ایک قوس کھینچو پہلی قوس کو نقطہ س پر قطع کرے ملاؤ



اس اور ب س پس اب س مثلث مطلوب حاصل ہوگا

سوالات مشق

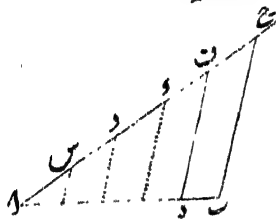
(۱) ایک مثلث بناؤ جس کے اضلاع ۴۵ د ۲۲ د ۵۴ ہوں

(۲) ایک مثلثی شکل بناؤ جس کے اضلاع ۹۴ د ۲۰ د ۶۴ جریب ہوں

(۳) ایک مثلث مساوی الساقین بناؤ جس کا قاعدہ ۲۱۵۶ ہو اور ہر یک برابر باق ۴۲۵۵ ہو

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ مساوی ساقین میں ایسا بناؤ کہ جس کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہوں
انہیں سے ہر ایک ۲۰۴۰ فٹ ہو

(۵) اس خط مستقیم — پر ایک مثلث مساوی الاضلاع بناؤ اور اس کو زاویوں کے
سروے خطوط متوازی مقابل کے ضلعوں کے نکالو اس طرح سے کہ ایک
اور مثلث بن جاوے



(۶) کئی ایک برابر حصوں میں ایک خط مستقیم ریب کو تقسیم کرو
فرض کرو کہ ریب کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے

نقطہ آ سے ایک خط آج زاویہ ریب پر بنا تا ہو کہ ہر ایک نقطہ س مقرر کرو اور
س د اور د بی وغیرہ برابر اس کے قطع کرو یہاں تک کہ آج پانچ برابر حصوں میں تقسیم ہو اور
ملاؤ ب ج اور نقطہ ق سے ق د متوازی ب ج کا کہنچو تو ب د پانچوں حصہ ریب کا قطع ہوگا
اسی طرح سے ایک خط اور حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے جنہیں نسبت معینہ ہو

سوالات مشق

- (۱) شکل گذشتہ میں ایک خط برابر آج کے کہنچاؤ کو سکوچہ برابر حصوں میں تقسیم کرو
- (۲) ایک ڈیڑھ انچ کے خط کو سات برابر حصوں میں تقسیم کرو
- (۳) ۲ انچ لہذا خط $\frac{1}{2}$ انچ ہر طول کو تعبیر کرنا ہے تو خط کو ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ ہر ایک ایک
اور $\frac{1}{2}$ انچ کو تعبیر کرے
- (۴) ریب سے طول میں ڈیڑھ انچ خط شکل گذشتہ میں لیکر اس کو تین ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ
انہیں نسبت ایسی ہو جیسی کہ ان اعداد ۲ و ۳ و ۳ و ۱ میں نسبت ہے

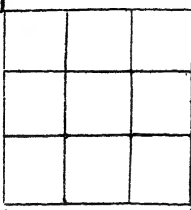
فصل سوم

متوازی الاضلاع ونجی حست

رقبہ او کہتے ہیں کہ کسی شکل کی سطح کو اعداد میں بیان کریں اس کی مثالیں کے لئے پیمانہ مربع میٹر اور انچ

اور مربع طول کے پیمانہ سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک شکل مربع اس ہے اس کے سطح کو اعداد میں بیان کرنا چاہتے ہیں یعنی اس کا قریب دریافت کرنا چاہتے ہیں اگر ہر ایک ضلع مربع کا ایک انچ ہے جیسا کہ نفس الامر میں شکل کے اندر بنا ہوا ہے تو طول ہی دو ایک انچ ہے اور عرض ہی دو ایک انچ ہے تو مربع کا قریب ایک انچ مربع کہلاتا ہے



فرض کرو کہ دو ایک اور آدمی سے ہر ایک ایک گز کو تعبیر کرنا ہے تو سطح دو ایک س دکی ایک مربع گز ہوگی اور وہ فٹ مربعوں میں سطح تقسیم ہو سکتی ہے کہ دو ایک ایک گز طول میں تین فٹوں میں جسے ایک گز بنا ہے تقسیم کرو اور سطح دو ایک کو بھی برابر تین حصوں میں تقسیم کرو تو ایک سطح تین فٹ طول و تین فٹ عرض میں حاصل ہوئی اور نقاط تقسیم خطوط متوازی انچوں میں سطحیں مربعوں میں تقسیم ہوگی جنہیں سے ہر ایک ایک فٹ لंबا اور ایک فٹ چوڑا ہے

اب سب کے نصف میں مربعی ہند ہیں جس قدر آدمی فٹ میں یعنی ۳ مربع فٹ ہیں صنفیں بنتے ہیں کہ جتنے فٹ دو ایک میں ہیں یعنی تین صنفیں پس کل شکل میں اتنی مربع ہوئی جتنی کہ ایک صنف کے تین مربع فٹ کو چسپہ کرنے سے حاصل ہوتے ہیں یعنی ۹ مربع فٹ ہیں پس ایک مربع گز برابر ہوا ۹ مربع فٹ کی ایک غلطی عوام کی یہ ہے کہ وہ یہ جانتے ہیں کہ فٹ کو ۳ فٹ میں ضرب دیں تو ۹ مربع فٹ حاصل ہوتے ہیں اس صورت میں حقیقت فٹ کی ۳ ضرب یا جاتا اور نہ فٹ میں ضرب دئے جانے سے کچھ پیدا کرنا ہی بلکہ اس کو مطلب یہ ہوتا ہے کہ ایک صنف پانچ ایسے مربعوں کی جنہیں سے ہر ایک ایک مربع فٹ ہو سہ چند کیجانی ہے

(۲) جدول ذیل سے معلوم ہوگا کہ کون کون سے مربع پیمانے ہیں اور انہیں آپس میں کیا نسبت ہے

جدول مربع پیمانوں کی

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ایک مربع گز کے

۳۰ لم مربع گز یا ۲۴۲ لم مربع فٹ = ایک مربع پول یا روڈ یا برج

۴۰ پول = ایک روڈ زمین کے

۴ روڈ یا ۴۸۴۰ لم مربع گز یا ۱۰۰۰۰۰ لم مربع کڑی = ایک ایکڑ زمین کے

۶۴۰ ایکڑ = ایک مربع میل کے

یہ سب پیمانے انگریزی بیان ہوئے اب ہندوستانی پیمانوں کی کیفیت سنائیے

۲۰ انواہی = الجوانسی

۲۰ الجوانسی = البوانسی

۲۰ البوانسی = البوہ

۲۰ بوہ = ابیکہ

پیمائش بوانسی تک لکھی جاتی ہے الجوانسی اور انواہی کچھ لکھی نہیں جاتی

جو کہیت ایک جرب طول میں اور ایک جرب عرض میں ہوا کو ایک بگہ کہتے ہیں اور جو کہیت ایک جرب

طول میں اور ایک گٹھ عرض میں ہوا کو بوہ کہتے ہیں اور جو کہیت ایک گٹھ طول میں اور ایک گٹھ

عرض میں ہوا کو ایک بوانسی کہتے ہیں اس سے معلوم ہوا کہ ایک بوہ میں ۲۰ بوانسی اور ایک

بگہ میں چار بوانسی ہوتی ہیں اگر جرب اور گٹھ کے لئے شکل اور سطح بناوین سطح دفعہ میں

بنائی ہو تو اوپر کا بیان خوب روشن ہو جاوے گا دو کو ایک جرب سے تعبیر کریں اور اوکو میں حصوں میں تقسیم

کریں اور سطح سے دو کو میں حصوں میں تقسیم کریں اور خطوط متوازی کھینچ کر چار سو مربع ایک بگہ

میں بینگے اور ان مربعوں میں سے ہر یک ایک بوانسی ہوگی اس بات کو طالت علم خوب یاد کریں کہ

جب جرب کو جرب میں ضرب دیجئے ہیں تو بگہ حاصل ہوتا ہے

اور جب جرب کو گٹھ میں ضرب دیجئے ہیں تو بوہ اور جب گٹھ کو گٹھ میں ضرب دیجئے ہیں تو بوانسی حاصل ہوتا ہے

موافقہ کی جاتی ہے کہ جرب کو گٹھ میں ضرب دیجئے سے بوہ حاصل ہوتا ہے مگر حقیقت اس کی یہ معنی ہیں

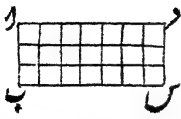
کہ اگر کہیت ایک جرب یعنی ۶ گٹھ طول میں اور ایک گٹھ عرض میں لیا جاوے تو میں ۶ سے بینگے جنکا

ایک گتہ طول اور ایک گتہ عرض ہے یعنی ۲۰ بسواسی کا ایک بسودہ ہوتا ہے

(۳) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

فائدہ

ایک ضلع کے طول کو مقابل کے ضلعوں کے مجموعہ کا فاصلہ میں ضرب بہ دو نوا جزا ضربی یک جہاں پہلی مثال ایک مستطیل فرض ہے فیٹ لینا اور اگر چوڑی ہو تو بناؤ اوہیں کتنی مربع فیٹ ہونگے



فرض کرو کہ طول ۱۰ فیٹ ہو اور کو برابر ہاں حصوں تقسیم کرو اور عرض ۳ فیٹ ہو اور کتوں برابر حصوں تقسیم کرو

جو کہ کل مستطیل ہے اسکو ۳۰ فیٹ میں نصفین ملے گی ہونگی اور ہر نصف میں ۱۵ فیٹ ہوگا اسکو اسطے رقبہ

۱۵ مربع فیٹ 3×5 یا ۳ مربع فیٹ ہونگے تم مربع کے لئے لکھا جاوے گا

دوسری مثال متوازی الاضلاع دس دہائیہ البعین ہے اور ضلع بس

۱۸ انچہ ہے اور چوڑی ۳ یا ۳ فیٹ ہے تو بناؤ رقبہ کیا ہوگا

اب ذرا غور کر لیں کہ یہ تو ظاہر ہوگا کہ رقبہ دس دہائیہ کا

برابر مستطیل ب م ن س کے ہو گا کہ ایک طرف س مثلث ب ا م جیسا قطع ہوا دیا ہے اس کے

برابر دوسری طرف مثلث س د ن زیادہ ہو گیا ہے

پس رقبہ مطلوب وہی رقبہ ہے جو ب م ن س کا ہو اور اسکا رقبہ کیا ہے کہ طول بس میں جتنی انچہ

ہیں اتنے مربع انچہ نو اور انکو ب م کی تعداد انچہوں میں ضرب با طول ب م میں حصہ انچہ میں

اترے مربع انچہ لکھو انکو بس کی تعداد انچہوں میں ضرب یعنی ۱۸ م انچہ 2×24 یا $24 \times 2 = 48$

۴۸ م انچہ یا ۳ م فیٹ کے یہی جواب ہمارا سوال کا ہے

انتہا

اکثر متوازی الاضلاع کے بڑے ضلعوں کے درمیان کا عمودی بعد معلوم ہوتا ہے اور وہی عرض متوازی الاضلاع کا

کہلاتا ہے اسلئے عام قاعدہ متوازی الاضلاع کے دریافت کرنے کا یہ بیان کیا جاتا ہے کہ طول کو عرض میں ضرب

یسے مثال ایک کیت مستطیل ۸۲۵ کڑی طول میں اور ۳۳ عرض میں، تو بناؤ اوکے
اندر کے ایکڑ زمین ہے، ۸۲۵ م کڑی $\times ۳۳ = ۲۷۴۲۵$ م کڑی اور ایک ایکڑ زمین
۱۰۰۰۰ م کڑی ہوتے ہیں

اسلئے سطح جو دریافت ہوئی اوسکو ۱۰۰۰۰ تقسیم کرنا چاہیو اور تقسیم معنی عشریہ میں ہی
ہیں کہ دائیں طرف سے پانچویں جب پر علامت عشریہ قوم کریں پس ۳۵۴۵۰ ایکڑ حاصل ہو
اور یہ برابر ہیں ۳۵ ایکڑ ۲ روڈ ۴۷ پرج کی

چوتھی مثال طول ایک متوازی الاضلاع کا ۱۴ فٹ ۱۱ انچہ ہوا عرض ۵ فٹ ۷ انچہ اور قریب
دریافت کرو اول ترکیب ۱۴ فٹ $\times ۵ = ۷۰$ م فٹ ۹۴ $\times ۱۴ = ۱۳۱۶$ م فٹ یا ۹۴ م فٹ ۷۵ م
انچہ یہ جواب ہے

۱۱ بارہویں ۱۴ م فٹ

$$\frac{۵}{۸۴}$$

دوسرے ترکیب وہ جسکو فریاضا عشری کہتے ہیں

$$\frac{۵}{۱۰} \frac{۱۰}{۱۴}$$

۵ انچ ۵ بارہویں ۹۴ م فٹ

بچو کہ یہ عمل کیا کہ ۱۴ فیٹ اور ۱۱ بارہویں ایک

م فٹ کو چلچکن کرنا اور سات بارہویں قریب لنبایا ب اول چلچکن کرنے کا عمل طرح کرو کہ کو
۱۱ بارہویں میں ضرب دو تو حاصل ۵۵ بارہویں چھو جو برابر ۱۴ م فٹ اور ۵ بارہویں حصوں میں

ایسات کو بارہویں حصوں کو نیچے لکھو اور ۱۴ میں ضرب دیکر حاصل ضرب ۸۰ کے ساتھ

پہلے حاصل کو جمع کرو اور ۸۴ م فٹ نیچے لکھو اب ۵ بارہویں میں ضربے یا را تو ۵ بارہویں کو

بارہویں میں ضربے یا تو ملے فٹ کے بارہویں چھ کے ۵ بارہویں حصوں حاصل ہو یعنی ۱۴ بارہویں

چھ ایک م فیٹ کے اور ۵ بارہویں چھ کے بارہویں چھ اب ان حصوں کو انچہ کے میں

لکھو اور ۱۴ حاصل جانو اور یہ سات بارہویں کو ۱۴ میں ضرب دیا تو ۱۹۸ بارہویں حصے حاصل ہو اور

انکے ساتھ پہلے ۵ بارہویں چھ ملے تو ۱۹۸ بارہویں چھ ہو چکے ۱۱ بارہویں حصہ اور

۹ م فٹ ہو پس انکو اپنے اپنے مدین لکھ کر جمع کرو

اصل معنی تو عمل کے یہی ہیں جو ہم نے بیان کئے مگر جس قدر عمل کی ضرورت پڑنی ہو وہ قسطاتی ہو

۲۱
پہلی دفعہ ضرب میں ایک دفعہ بارہ تقسیم کریں اور دوسرے عدد اندر ضرب دینے میں دو دفعہ بارہ تقسیم کریں پہلے میں ضرب ہی تو گیارہ بچے ۵۵ ہو کر ۱۲ پر تقسیم کیا تو بچہ ۱۱ اور ۱۲ حاصل ہوئے کو نیچے بار ہوں حصوں کو لکھ دیا اور حاصل کو ۱۱۴ اور ۵ کے حاصل ضرب ۵۰ کے ساتھ جوڑ کر ۱۶۴ لکھ دے اب دوسرے ضرب شروع کی گیارہ سے ستر سو ۱۲ پر تقسیم کیا تو بچہ ۱۱ اور ۱۲ حاصل ہوئے پانچ کو دائیں طرف علیحدہ ایک مرتبہ کے فاصلہ پر لکھ دیا اور پہلے کو ۱۴ میں ضرب دیا تو ۱۹۸ حاصل ہوئے اور ۱۲ پہلے حاصل کے ٹائے تو ۱۱۸ ہوئے انکو بارہ پر تقسیم کیا تو ۱۹۸ حاصل ہوا اور باقی ۱۸ کو لکھ دیا تو صحیح صحیح حاصل ہوا کہ ۱۶۴ م فٹ اور ۱۸ بارہویں م فٹ اور ۵ م انچہ

ہوا کہ ۴۴ م فٹ اور بارہویں م فٹ اور ۴ م انچہ
 اکثر لوگ بڑبڑہیں جھل کی غلطی کرتے ہیں اور یوں کہتے ہیں کہ ۴۴ م فٹ اور ۴ م انچہ اور ۴ م فٹ

۴ بارہویں م فٹ کوہ ایجنڈہ ٹھہرا نا غلط ہے او کم فٹ ہی پڑنا درست ہے

یا بخوبی مثال: $\frac{1}{2}$ اینچہ تختہ کا کیا طول رکھیں کہ وہ ایک مربع فٹ ہو

۱۔ انجیہ بطول کے تعداد پانچ مین = ام فٹ یا ۱۴۴م انجیہ اس واسطے

۱۴۴ م انجھہ ÷ ۱۶ م انجھہ = ۱۵ م انجھہ ہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک مربع صحن کا رقبہ $172\frac{1}{4}$ مربع گز ہے تو بناواؤ اس کے ہر ضلع کا کیا طول ہے

طول عرض = مربع طول کی اسٹیڈی کھڑی اور عرض دو برابر میں ہیں جب طول کا مربع ۱۲۲ ہے

تو خود طویل جہز ۴۲ کھوگا اور اسلئے وہ برابر ہوگا ۴۲ گز کے یہی جواب ہے

ساتویں مثال ایک کہیت منطقیہ آجرب ۲ گٹھ طول اور ۳ آجرب ۲ گٹھ عرض میں ہے

رقبہ تلاء گٹھ " جریب مفصل علی پہیہ کہ سا جریب کو ۲ گٹھ مین

۲	۳	۱۵
۲	۳	۱۵
۲	۳	۱۵

فرب دی تو ۲۴ بسوہ حاصل ہوئے ۶ بسوہ

۴ " ۱۰ " ۱۹۴ لکھے اور اچھل کو ۱۳ اور ۱۵ کے جھلڑب

۴۰ بسوا • ۱۶ بسوا " ۱۷ بیگہ ۱۸ بیگہ کے ساتھ ملایا اور سیر کو ۲۰ میں ضرر گیا

توہ بسواسی حاصل ہوئیں انکو دین طرف ایک درجہ چھوڑ کر لکھدیا اور پھر آکھہ میں غریب

نوسہ سوہ جسکے آسودہ آبیگہ ہوئے وہ لکھئے اور دو تو حاصل فرماؤ کو جمع کر لیا
مثال ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۳۶ بیگہ ہو اور ۴ جریب کہیت چڑا ہو تو طول کا کیا ہوگا
 ۳۶ بیگہ ÷ ۴ جریب = ۹ جریب یہ طول اسکا ہے

پانچوین اور آٹھوین مثال سو لڑ کو نو بیگہ چھنا چاہو کہ جب ہی متوازی الاضلاع کا رقبہ
 او طول و عرض میں کوئی ایک معلوم ہو دوسرے دریافت کر نیکا قاعدہ یہ ہے کہ رقبہ کو طول یا عرض پر جو
 معلوم ہو تقسیم کریں خارج قسمت طول یا عرض ہوگا عرض جو چھوٹا ہوگا وہ دریافت ہوگا
 اور چھٹی مثال سے یہ جاننا چاہو کہ جب مربع کا رقبہ معلوم ہو تو اس کے ایک ضلع کے
 طول معلوم کر نیکا یہ قاعدہ ہے کہ رقبہ کا جذر نکالیں

مثالیں مشق کی سطحی (۱)

طالب علم کو چاہو کہ موافق سوالات کی سکیل سی نکلیں بنائیں

(۱) ایک مستطیل کہیت ۷ جریب لمبا اور ۳ جریب چڑا ہو اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۱۱۸ بیگہ

(۲) ایک فرش مستطیل ۸ فٹ سے ۱۴ فٹ چڑا ہو تو بتاؤ اس میں کے مربع گز میں جواب ۳۲

(۳) ایک مربع کا ضلع ۷۵ انچ ہے اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۴۲۰۰ فٹ ۲ انچ

(۴) ایک مربع کا ضلع ۳۳ انچ ہے اس کا رقبہ فٹ میں بتلاؤ جواب $4\frac{1}{4}$ ۳۴۷۷ فٹ

(۵) ایک مستطیل ۴۹ فٹ طول میں اور ۳۳ فٹ عرض میں ہے اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۶۱۷ م گز

۷ فٹ ۷۲ انچ

(۶) ایک قبر کا تختہ اوپر کا ۳ فٹ ۷ انچ ۳ فٹ ۵ انچ ہے اس کے اوپر کی سطح بتلاؤ

جواب ۱۲ م فٹ ۳۵ انچ

(۷) ایک متوازی الاضلاع ۷ فٹ ۵ انچ طول میں اور ۴ فٹ ۸ انچ عرض میں اس کا رقبہ بتلاؤ

ضرب اثنا عشر کے بتلاؤ جواب ۴۹ م فٹ ۵ بارہوین ۴ انچ

(۸) ایک مستطیل ۵ گز ۷ انچ سے ۵ فٹ ۶ انچ ہے تو بتلاؤ اس کا رقبہ کیا ہے

جواب ۹ م گز ۴ فٹ ۱۰۲ انچہ

(۹) ایک کہیت مین ۴۲۰ کڑی طول مین اور ۵۵ عرض مین، او مین
کتنے ایکڑ زمین ہوگی

جواب ۶ ایکڑ ۳ روڈ ۳۱، ۳۴ پول

(۱۰) ایک مربع کا ضلع ۲ فٹ ۵ انچہ ہے اور سار قبہ بتلاؤ جواب ۵ م فٹ ۱۳ انچہ

(۱۱) ایک متوازی الاضلاع شبیہ بالمعین ہر اورا وسکا طول ۳۱ فٹ ۴ انچہ اور ۲ فٹ

۳ انچہ عرض ہے، اور سار قبہ ضرب اشاعتی نکال کر بتلاؤ جواب ۴۴ م فٹ ۸ بارہویں ۳۱ انچہ

(۱۲) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فٹ ۴ انچہ ہے اور سار قبہ مربع گزوں مین دریافت کرو جواب ۱۲ ۱/۲

(۱۳) ایک باغ مربع ہے اور اسکا ہر یک ضلع ۱۲۵ گز ہے تو بتلاؤ اور سار قبہ کیا ہوگا

جواب ۲ بیگہ ۲ بسوہ ۵ بسوانی

(۱۴) اوس مین سار قبہ بتلاؤ جسکا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ انچہ ہے اور عرض عمودی ۳۲ ۱/۲

جواب ۴ م فٹ ۱۴۶ ۱/۲ انچہ

(۱۵) جن شبیہ بالمعین کا طول ۵۵ گز اور عرض ۳ فٹ ۶ انچہ ہے

اوسکے رقبہ مین مربع گز بتلاؤ جواب ۱۲ ۱/۲ ۵۰۰۸ گز

(۱۶) ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ۵ انچہ ہے اور سار قبہ ضرب اشاعتی سے بتلاؤ

جواب ۲۴ م فٹ ۴ بارہویں ۱/۲ انچہ

(۱۷) متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ۵ گز اور اسکا عمودی فاصلہ دوسرے ضلع سے

۲۵ ۱/۲ انچہ ہے تو اسکی سطح بتلاؤ جواب ۴ م فٹ ۸۴ انچہ

(۱۸) ایک مستطیل کمرہ ۴۴ فٹ ۲ انچہ طول مین اور ۳۴ فٹ ۵ انچہ عرض مین اور ۳۲ انچہ بلند

مین ہے تو بتلاؤ اسکی چہت اور دیواروں مین کس قدر سطح ہوگی

جواب ۸۵۲ م فٹ ۴ بارہویں ۲ انچہ

(۱۹) اگر ایک صندوق کا عرض طول اور ارتفاع ہر ایک ۳۰ فٹ ۵ انچ ہو تو اس پر

چمڑا چاروں طرف کس قدر چڑھے گا جواب ۲۰ فٹ ۵ انچ

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ فٹ چوڑا رقبہ میں برابر ایک اور مستطیل کے ہے جو ۲۰ فٹ لمبا

۱۴ فٹ چوڑا ہے تو بتلاؤ اس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۵ فٹ

(۲۱) ایک ڈالان ۱۴ فٹ گز لمبا اور ۳۴ فٹ گز چوڑا ہو اور اس کے فرش کے لیے کس قدر کپڑا درکار ہوگا جواب ۲۶ گز

(۲۲) ایک کمرہ ۵ فٹ ۴ انچ سیر ۳۰ فٹ ۸ انچ ہو تو اس میں ۳۴ گز عرض کا بوریا جو ۳

۹ بائی گز آتا ہے کتنے کا لگے گا جواب ۷ روپیہ ۷۰ پائی

(۲۳) ایک شبیہ ۳۰ فٹ ایک انچ لمبا ۲۰ فٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے اور چھٹانک ایک فٹ مربع کا

وزن ہوتا ہے تو بتلاؤ اس کا وزن کیا ہے جواب ۴ سیر ۵ چھٹانک اور کچھ اوپر

(۲۴) جس مربع کا رقبہ ۳۰ فٹ گز ہو اس کا ضلع دریافت کرو جواب ۵۴ فٹ گز

(۲۵) ایک مربع برابر ایک مستطیل کے ہے جو ۱۴ گز لمبا اور ۱۴ گز چوڑا ہو تو بتلاؤ اس کا ضلع کیا ہوگا

جواب ۱۴۵۴۹۶ گز

(۲۶) ایک مکان ۲۴ گز ۵ فٹ طول میں اور ۱۹ گز ۵ فٹ عرض میں تو بتلاؤ ۵ گز عرض کا کپڑا

اور ۴ گز ۵ فٹ کتنا اور کتنے کا اس کے فرش میں لگے گا جواب ۵۰۹ گز ۲ گز ۱۴ روپیہ ۲۰

(۲۷) ایک کھیت مستطیل ہے اس کا رقبہ ۵۴ فٹ ایکڑ ہے اور اس کا طول ۸۰۴ فٹ کڑی ہے اس کے عرض کیا ہوگا

جواب ۶۵۳ فٹ تقریباً

(۲۸) ایک مربع کا رقبہ ۳۰ فٹ مربع ۱۰ بار ہو تو ۸ فٹ ۱۰ انچ ہے اس کے ضلع کا طول دریا

جواب ۱۴ فٹ ۱۰ انچ

(۲۹) رقبہ ایک مستطیل کی سطح کا ایک مربع انچ کے پتیا لیس سوین چھوٹی اوہا اس کا عرض برابر ہے

۴۵ ہزار دین چھو ایک فٹ کی تو ثابت کرو کہ ۴۹۴۴ انچ اس کے ضلع کا طول ہے

(۳۰) ایک شبیہ بالمعین کے ضلع ا ب اور ب س ۳۸ اور ا س ۱۸ ہیں اور عمود ج د

سے بس بڑنگا لاجاؤ ہے تو اس عمود کو تہلاؤ کہ اس سے دب بڑنگا لاجاؤ جواب ۲۱
 (۳۱) ایک لان ۴ فٹ ۴ انچ سے ۵ فٹ ۴ انچ ہے تو ۵ گز کپڑا کس عرض کا اور کس فرش کے لئے
 کافی ہوگا جواب ۲۲ ۳۴ انچ

(۳۲) ۳۴ تختے کاغذ کے ۴ فٹ ۴ انچ بڑنگا میں اور ۴ فٹ ۴ انچ عرض میں ایک پوار کو بالکل
 بند کرنے میں تو بتاؤ اس میں پیر ۴ فٹ ۸ انچ لہجی اور ۴ فٹ ۸ انچ چوڑی تختی کتنی منڈ ہو جائے جواب
 (۳۳) ایک مکان کے ۴ کواڑ میں اور ہر کواڑ میں ۱۲ شیشے ہیں اور ۲ شیشہ ۴ فٹ ۸ انچ عرض ہے ۳۴ انچ ہے
 تو بتاؤ شیشوں کے اجلاؤنی فی م فٹ کس حساب سے دین کہ ہمارے عمارت ۱۳ پانچ سو تین چارون جواب ۲۱
 (۳۴) موہن کے پاس ایک کہیت ۵ گز ۵ گز لہجہ ۵ گز چوڑا ہے اور موہن کے پاس ایک کہیت ۵ گز ۵ گز
 تو بتاؤ کس موہن بند کی کج حساب ۹ ربائی فی روڈ کے حساب سے زیادہ دینا پڑے گا اور کس قدر زیادہ دینا
 پڑے گا جواب ۲۱ عمارت

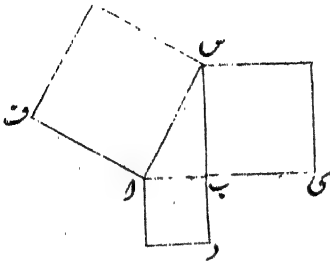
(۳۵) ایک کمرہ ۱۲ فٹ ۱۰ انچ لہجہ اور ۱۲ فٹ ۸ انچ چوڑا اور ۴ فٹ ۸ انچ بلند ہے اور
 اس کے اندر ایک دروازہ ۴ فٹ ۴ انچ سے ۴ فٹ ۱۱ انچ ہے اور ایک کھڑکی ۴ فٹ ۴ انچ
 سے چار فٹ ۲ انچ اور ایک انگلیٹی ہے ۳۴ فٹ بلند اور ۴ فٹ چوڑی اور دو الماریاں دیوار
 میں ہیں جن میں ہر ایک ۴ فٹ ۸ انچ سے ۴ فٹ ۸ انچ ہے اور ان الماریوں کے چاروں طرف
 ۲ انچ لہجہ لگے ہیں اب بتو ہم میں کہ سارے کمرہ کو کچھ اس سوار دروازوں و کھڑکی وغیرہ کے مستعملین
 تو بتاؤ کتنا کچھ اب صرف ہوگا جواب ۳۴ م فٹ ۱۰ بار ہون ۸ انچ

فصل چہارم

مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع

(۱) اکثر مثلث قائم الزاویہ کے تینوں اضلاع کا نام طرح سے کیا کرتے ہیں کہ ایک کو قاعدہ کہتے ہیں
 دوسرے کو عمود کہتے ہیں اور تیسرے کو وتر الزاویہ قائمہ کہتے ہیں جو اضلاع ہوں انہیں جو جب ایک کے قاعدہ کہتے
 تو دوسرے کو عمود اور زاویہ قائمہ کے سامنے جو ضلع ہو اسے وتر

اب ہر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعوں کی یہ خاصیت ہے کہ ایک بڑے ضلع پر جو مربع بنایا جاتا ہے وہ برابر ہوتا ہے، مجموعہ دو مربعوں کو جو اور باقی اضلاع پر بنائے جائیں



مثلاً مثلث قائم الزاویہ 'ب-س' کے ضلعوں پر مربع 'آ-د-ا-ر-س' اور 'س-ن' بنائے جائیں تو قیاس 'ن' کا برابر ہوگا مجموعہ 'آ-د-ا-ر-س' کے یہ مربعوں کے مساوی اکثر اس طرح بیان کیجاتی ہے کہ $ا-ر-س = ب-س + ن$

یہ جو ۲۰ کا ہندسہ اوپر حرفوں کے لکھا ہوا ہے، اسے مراد وہ دو برابر جز ضربی ہیں کہ جنہیں سے ایک پانچ عددی ایک خط کا ہے اور ان دونوں کے باہم ضرب دینے پر قیہ 'ا-ر-س' خط کے مربع کا پیدا ہوتا ہے اور اس جملہ کو بڑھتے ہوئے اس طرح سے ہیں کہ 'ا-ر' کا مربع جمع 'ب-س' کا مربع برابر ہے 'ا-ب' کے مربع کے (۲) اگر مثلث قائم الزاویہ کے تین ضلعوں میں دو ضلع معلوم ہوں تو تیسرا ضلع درپٹ ہو سکتا ہے اگر 'ا-ر' 'ا-ب' ہو اور 'ب-س' 'ا-د' ہو تو 'ا-ر-س' 'ا-د' ہوگا اس واسطے کہ 'ا-ر' 'ب-س' = $۲۸۹ + ۶۴ = ۳۵۳$ جس کا جذر ۱۸ ہے

اور اگر 'ا-ر-س' 'ا-د' ہو اور 'ا-ر' 'ا-ب' ہو تو 'ب-س' 'ا-د' ہوگا اس واسطے کہ 'ا-ر-س' 'ا-ب' = $۲۸۹ - ۶۴ = ۲۲۵$ جس کے جذر لگانے سے 'ا-د' حاصل ہونگے

(۳) اگر جز ضلع مطلوب کے مربع کا ٹھیک ٹھیک نہیں نکلتا مثلاً اگر 'ا-ر-س' 'ا-د' ہو اور 'ب-س' 'ا-ب' ہو تو 'ا-ر' 'ا-ب' 'ا-د' کا جذر ہوگا اور وہ تقریباً ۱۷.۰۴۱۶ ہے گو یہ ٹھیک جذر نہیں ہے اگر منظور ہو کہ ایک مثلث قائم الزاویہ ایسا بنائیں کہ اس کے اضلاع کا طول صحیح اعداد میں تعمیر ہو اور کچھ کسر باقی نہ رہے تو اس کی دو ترکیبیں ہیں

اول ترکیب یہ ہے کہ مثلث کے ضلعوں کا طول ایسا فرض کریں کہ ان میں نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد ۳، ۴، ۵ میں ہے مثلاً ۳ گنا ۳ کا اور ۴ گنا ۴ کا اور ۵ گنا ۵ کا طول مقرر کر لو تو اگر اضلاع جو

ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۸ و ۳۱ ہوں تو وتر ۳۵ ہوگا اسلئے کہ $۲۸ + ۳۱ = ۵۹$ اور یہ ۳۵ کا مربع
دوسری ترکیب دو عدد ایسے لو کہ جن میں سے ہر ایک مربع ہو پھر ان دونوں کو جمع کر کے ایک ضلع کا
طول لکھو اور پھر انہیں تفریق کر کے دوسرے ضلع کا اور پھر ان دونوں کا جدا جدا جذر لو اور ان کو ضرب
دیکر حاصل ضرب کا دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو مثلث مطلوب بنجاویگا مثلاً دو مربع عدد
۲۵ اور ۴۷ لئے اب ان کو جمع کر کے یعنی $۲۵ + ۴۷$ تو ایک ضلع کا طول اور ان کو تفریق کر کے یعنی $۴۷ - ۲۵$
دوسرے ضلع کا طول اور ان کے جذرون ۱۵ اور ۲ کو ضرب دیکر اور حاصل ضرب کو دو چند کر کے یعنی ۲۵×۲ کا
دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو طول ضلعوں کے ۲۵ و ۲۱ و ۲۰ ہونگے اب ضلع جو ایک دوسرے پر
عمود ہیں ۲۰ و ۲۱ ہوں تو وتر ۲۹ ہوگا اسلئے کہ $۲۰ + ۲۱ = ۴۱$ اور اس کا جذر ۲۹ ہے
(۴) یہ نہ ذکر ہو چکا کہ دو معلوم ضلعوں میں جب ایک تر ہو تا تو دوسرا ضرورتاً دو مربعوں کے حاصل
تفریق کی دریافت کرنیکی ہوتی ہے اور اسکی پہلی ترکیب یہ ہے کہ دونوں عددوں کو جمع کر کے دو عدد
حاصل تفریق میں ضرب کر کے تو حاصل ہی ہوگا جو اوپر مربعوں کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا مثلاً
۱۴ اور ۱۶ کے مربعوں کا حاصل تفریق دریافت کرنا ہو تو $(۱۴ + ۱۶)$ (۱۹-۱۴) یعنی ۱۰۵ ہوگا
(۵) اوپر کے بیانات سے مثلث قائم الزاویہ کے ہر ضلع کے دریا کرنے کے ہر قواعد ذیل مستنبط ہوئے ہیں
اول قاعدہ اور عمود معلوم ہیں وتر دریافت کرنا منظور ہے

قاعدہ

قاعدہ کے مربع کو عمود کے مربع پر جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر نکالو تو یہی جذر وتر ہوگا
دوم جب وتر اور باقی دو ضلاع میں سے ایک ضلع معلوم ہو اور دوسرا ضلع دریافت کرنا مطلوب ہو

قاعدہ

وتر کے مربع میں سے ضلع معلوم کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر لو یا یہ کہ دو وتر اور ہر
معلوم مجموعہ کو وتر اور ضلع معلوم کے فرق میں ضرب دو اور حاصل کا جذر لو دو دونوں وتروں میں
حاصل تیسرا ضلع ہوگا

سوم قاعدہ اور عمود میں ایک معلوم ہوا اور باقی اضلاع کا حاصل جمع معلوم ہوا حاصل تفریق تو باقی اضلاع کے دریافت کر چکا یہ قاعدہ ہے

قاعدہ

قاعدہ اور عمود میں جو معلوم ہوا اس کے مربع کو حاصل جمع ہر اگر معلوم ہو تقسیم کر تو حاصل تفریق اضلاع معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اس پر تقسیم کر نیسے حاصل جمع اضلاع کا معلوم ہوگا دونوں صورتوں میں اضلاع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دونوں کا معلوم ہو گیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھ ضرب کر کے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ میں حاصل تفریق کی تفریق کر نیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلع معلوم ہو جائے گا پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ اب اس کے اضلاع اب اور ب اس جو عمود

ایک دوسرے میں ۲۷ اور ۳۳ ہیں اور کاتر اس بناؤ $27^2 + 33^2 = 1294 + 424 = 1718 = 41^2$

یہ مربع دیگر کا ہے اور جذر ۴۱ کا اکثر اسطرح لکھتے ہیں $41 = 27 + 14$ یہ جواب ہے
دوسری مثال دتر ۱۷ اور قاعدہ ۱۴ عمود دریا کرو
 $17^2 - 14^2 = 289 - 196 = 93 = 9.64^2$ یہ مربع عمود کا ہے



اسی بناؤ $17^2 - 14^2 = 93 = 9.64^2$ اور تقریباً ۱۰ اور دوسری ترکیب یہ ہے

$(17 + 14)(17 - 14) = 31 \times 3 = 93$ جس کا جذر ۹.۶۴ تقریباً $10.4 = 4 \times 2.6$

تیسری مثال ایک مربع کا ضلع ۲۱۴ گز ہے اس کے قطر کا طول دریا کرو اب معلوم ہے کہ اب

۲۱۴ گز ہے اور ب اس ہی ۲۱۴ گز ہے چونکہ اب اس مثلث قائم الزاویہ کو مجموعہ مربعوں

اور ب اس کا برابر مربع اس کے یعنی $214 \times 214 = 45876$ اور کاتر جذر $214 \times 214 = 45876$ گز ہے

یہی جواب دو سے طرح یہ کہ $214 \times 214 = 45876 = 214 \times 214 = 45876$ گز

چوتھی مثال ایک مثلث قائم الزاویہ عمود ۱۷ اور قاعدہ ۱۴ دتر کا حصہ طوطی نکالو اس

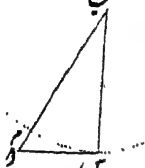
چونکہ قاعدہ وتر کا سات دواں حصہ اس قاعدہ کو ۷ اور وتر کو ۱۰ اہل اسکے ہیں ۱۰ اگر دتر اس

یہ قاعدہ اور عمود میں ایک معلوم ہوا اور باقی اضلاع کا حاصل جمع معلوم ہوا حاصل تفریق تو باقی اضلاع کے دریافت کر چکا یہ قاعدہ ہے

یہ قاعدہ اور عمود میں جو معلوم ہوا اس کے مربع کو حاصل جمع ہر اگر معلوم ہو تقسیم کر تو حاصل تفریق اضلاع معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اس پر تقسیم کر نیسے حاصل جمع اضلاع کا معلوم ہوگا دونوں صورتوں میں اضلاع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دونوں کا معلوم ہو گیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھ ضرب کر کے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ میں حاصل تفریق کی تفریق کر نیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلع معلوم ہو جائے گا پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ اب اس کے اضلاع اب اور ب اس جو عمود

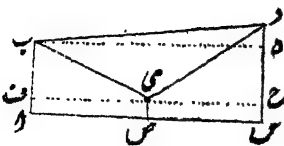
برابر حصوں پر تقسیم ہو تو قاعدہ میں ایسے سات صحیح ہونگے اور اس کا عمود میں ایسے
 ۱۷۱۸۱۸ ہونگے یعنی ۲۰ - ۳ بس جب ۱۷۱۸۱۸ سے ۱۰ گز کے تو اس سے
 = ۲۳۵۸ گز کے یہی جواب ہے

پانچویں مثال ایک نہ ایک یو آر ۲ فٹ بڑا اور جب اوکوز میں پراڈھ فٹ کو فاصلہ سے دیوار پر لگا
 میں تو ٹھیک ٹھیک دیوار کی سنڈر پر پہنچتا ہو تو بناؤ زینہ کتنا لبا ہے
 فرض کرو کہ اب زینہ کو تعبیر کرنا، اور بس دیوار کے مجموعہ شریط سوال



اس = ۸ فٹ کی اور فرق اب اور بس کا یعنی ۱۸ = ۲ جب ہوا کہ اب اور بس
 معلوم ہوں تو اب اور بس کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق میں ضرب دیکر اس اور
 دریافت کر سکتے ہیں لیکن اس = ۱۶۸ اور اب - بس = ۲ سیوا ۶۴ ÷ ۲
 یا ۳۲ = اب + بس اب ہکو معلوم ہو گیا کہ وتر اور عمود کا مجموعہ ۳۲ ہے
 اور انکا فرق ۲ ہے اور اگر ۱۸ فرق کو تعبیر کرے تو ظاہر ہے کہ اب اور بس کے
 مجموعہ میں ۱۸ کو نکال ڈالیں تو ب م + بس = دو چنڈ بس کے ہوگا
 سیوا ۳۲ - ۲ = ۳۰ = دو چنڈ بس کی اسے معلوم ہوا کہ بس ۱۵ فٹ ہو اور
 اب زینہ ۲ فٹ ہے یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک پرنٹ شہر کے کھنڈروں میں دستوں سیدھے کھڑی گئے تھے اور انکو بائیں ایک
 بت سطح کو کھڑا ہوا تھا کہ یہ دونو ستون اور وہ بت ایک خط مستقیم میں تھے اور بلندیاں
 ستونوں اور بت کی سطح افقی سے ۶۴ فٹ اور ۵۰ فٹ اور ۴ فٹ ۴ انچہ اور سر
 بت کا ستون کلان کی چوٹی سے ۴ فٹ اور ستون خرد کی سر سے ۸۴ فٹ دو
 تھا تو بناؤ دونو ستونوں کے درمیان کیا فاصلہ ہے



یہاں معلوم ہے کہ اب ۵۰ ہے اور اس د ۶۴ ہے
 اور جس ہی ۵۰ ۴ فٹ ہے، اور بس ہی ۸۴ فٹ

اور یہ 4 فیٹ ہر نقطہ سے فتح اور نقطہ سرباد متوازی دونوں اس کے کہیجوتو یہ متوازی اور متساوی اس کے ہونگوج برابرہی $47 - 45 = 2$ $54 - 52 = 2$

اور بقیہ برابر ہے $50 - 44 = 6$ اور وہ برابر ہے $44 - 38 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $38 - 32 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $32 - 26 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $26 - 20 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $20 - 14 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $14 - 8 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $8 - 2 = 6$ اور بقیہ برابر ہے $2 - 0 = 2$ اور

مادی - روح = ۸۰۶۴۱۱ = میح یاصں کے اسواے اس یابہ ہے
۱۵۴۶۴۱۰۴ کے تو باب ۵ + ۵ = ۱۵۴۶۰۳۴ فیٹ کے یہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے (۲)

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵۴ اور عمود ۴۳ ہے وتر دریافت کرو جواب ۴۵

(۲) قاعدہ ۳۰ اور عمود ۱۴ ہے وتر بناؤ جواب ۳۷

(۳) قاعدہ ۴ فیٹ ہر اور عمود ۴ فیٹ ۵ انچ ہر تو اس کا وتر کیا ہوگا جواب ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) وتر ۳۵ اور عمود ۴۸ ہے قاعدہ دریافت کرو جواب ۴۱

(۵) قاعدہ ۴۰ اور ستر ۵۲ پر عمود دریافت کرو جواب ۴۸

(۴) قاعدہ ۳۳ اور عمود ۳۴ پر دستبرد یافت کرو۔ جواب ۳۵۵.۸۹

(۷) وتر ۳۲، ۱۲۹، اور قاعدہ ۵۴، ۲۳۵، عمود ریافت کرو جواب ۱۷۵۹۲

(۸) قاعدہ ۷۵۵: $\frac{1}{4}$ انجمہ اور $\frac{1}{5}$ فیض ۵ $\frac{1}{4}$ انجمہ وتر دریافت کرو جواب آیت ۴۶ انجمہ

(۹) قاعدہ اور غم و معلوم میں سرکائی نہیں ہے اگر کسی نے وتر دریافت کرو جواب ۲۱۶۲۱۶۲۱۶۲

(۱۰) ایک تطیل کہتے کے ضلعے ۴۳ کڑی اور ۳۶۹ کڑی ہیں اور سکا قطر دیا کرو

جواب ۱۴۹ و ۱۵۰ کڑی

(۱۱) ایک مربع کا ضلع ۵۰ گز ہے اور اس کا قطر دریافت کرو جواب فی یب ۵۹ کے

(۱۲) ایک مربع کا قطر آ ہے اور کا ضلع دریافت کیجئے جواب ۶۰۰۶۱۰۶

(۱۳) ایکس رازنیہ کا ۳۵ فیٹ بلند درخت کی ٹہلنگ پر کسی حوتم گز فاصلہ پر زمین پر لگا ہوا

توزینہ کا طول دریافت کرو جواب ۳۷ فیٹ

(۱۴) ایک گلی کے دورویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور درمیان گلی کے ایک نینہ ۳۱ لم گزر رہا ہے وہ ایک طرف تو ۳۰ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے اور دوسری طرف بشطیکہ اوکی میری جگہ پر ہیں ۴۵ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۲۷ لم گز

(۱۵) ایک گلی کے دورویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور اس کے اندر نینہ ۳۰ گز کے فاصلہ پر مکانوں کی حد ۲۲ لم گز بلند کھڑکی پر لگا ہوا ہے اور جب اسے اپنی جگہ پر پہنچ کر دوسری طرف لگاتے ہیں تو وہ ۴۳ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۴۰ لم گز

(۱۶) دو آدمی موہن و سون ایک ہی وقت میں ایک ہی مقام سے چلے موہن تو ٹھیک پورب میں ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور سون کہن میں ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے تو بتاؤ ان میں ۴۰ میل کا فاصلہ کتنی دیر میں ہوگا جواب ۴۶ گھنٹہ

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵ فیٹ ۴ انچ ہے اور لوگنا عمود برابر ہے جو کتنے وتر کی تو بتاؤ اس کا عمود کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع آہر اس کا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸۶۶

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵۴ ہے اور مجموعہ وتر اور عمود کا ۲۴۲ ہے عمود کیا کرو جواب ۷۲

(۲۰) عمود ۴۸ ہے اور فرق وتر اور قاعدہ کا ۴ ہے تو بتاؤ اس کا وتر کیا ہے جواب ۴۰

(۲۱) قاعدہ ایک مثلث قائم الزاویہ کا پانچواں حصہ مجموعہ وتر اور عمود کا ہے تو بتاؤ کم سے کم کونسے ایسے تین عدد ہیں جو ضلع مثلث کو بغیر کریں جواب ۵ ۱۲ ۱۳

(۲۲) ایک قصبہ ش قصبہ م سے ۲۱ میل کے فاصلہ پر شمال میں ہے اور ایک شخص مقام

او میں ۴۳ میل مغرب کو قصبہ م سے اور دوسرا شخص مقام ب پر ۲۹ میل شرق کو قصبہ

ش سے رہتا ہے تو بتاؤ ان دونوں شخصوں کے مکانوں میں کیا فاصلہ ہے جواب ۷۵ میل

(۲۳) ایک چٹری ۳۳ فیٹ بلند کھڑی تھی کسی صدمہ اور کھڑک ٹوٹی اور اوپر کھڑا اور زمین پر ۸ گز کے فاصلہ پر چٹری کی جڑ سے آن لگا تو بتاؤ کھڑک چٹری سے اوپر ٹوٹی جواب ۲۰ فیٹ
(۲۴) ایک گلی کا عرض اور زینہ کا طول ۱۰ سینت برابر ہیں اور زینہ گلی کے عرض میں نہیں پہنچا ہوا پڑا ہوا چوبیس ایک سہ کو اٹھا کر گلی کے ایک طرف میں ۵ گز بلند مکان پر لگاتے تو دوسرے کو مقابل طرف کی مکانوں سے وہ فیٹ ہٹانا پڑتا ہو تو بتاؤ طول زینہ کیا ہے
جواب ۲۵ فیٹ

فصل پنجم

مثلثوں اور مخروطوں وغیرہ کے رقبہ کے بیان میں

(۱) ایک مثلث کا رقبہ اس صورت میں کہ قاعدہ اور ارتفاع عمودی مثلث کا معلوم ہو دریا کر

قاعدہ

قاعدہ اور ارتفاع عمودی کا نصف حاصل ضرب رقبہ مثلث کا ہوگا

دلیل قاعدہ

یہ ہے کہ سطح متوازی الاضلاع جس کا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا، دو چندان مثلث
یہاں مثال ایک مثلث کا قاعدہ ۲۴ جریب اور عمودی ارتفاع ۲۸ جریب، رقبہ بتلاؤ
فرض کرو کہ اس مثلث پر اور اب ۲۴ جریب اور اس ۲۸ جریب،



متوازی الاضلاع پوری بنائی تو اس متوازی الاضلاع کا ایک ضلع اب ۲۴

اور اس کا فاصلہ مقابل کے ضلع سے ۲۸ ہو تو رقبہ اس کا ۲۸ x ۲۴ ہو لیکن مثلث اب اس

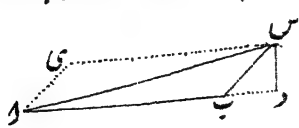
اور اس پر ہم دیکھیں ہر ایک نصف متوازی الاضلاع کا ہو سو اس کا رقبہ ۱۲ x ۲۸ جریب ہوگا

$$= ۲۸ \text{ جریب} \times ۱۲ = ۳۴۴ = ۳۴۴ \text{ بیگہ کی}$$

دوسری مثال ایک مثلث متفرج الزاویہ میں قاعدہ جزاویہ متفرجہ کر دو ضلع میں ایک سے ۱۸ فیٹ

اور ارتفاع عمودی ۳۳ فیٹ ۱۲ انچ ہے اس کا رقبہ بتلاؤ کہ کیا ہے

فرض کرو کہ اب س مثلث ہر جہین اب $\frac{1}{2} ۲۲۲$ انچہ اور س د $\frac{1}{2} ۲۳۳$ انچہ تو س د خط

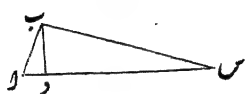


سطح متوازی الاضلاع ہی ب کا ہے اس لئے رقبہ
مثلث اب س کا کہ نصف متوازی الاضلاع ہی ب

کا ہی $\frac{1}{2} ۲۲۲ \times \frac{1}{2} ۲۳۳ = ۱۱۱ \times ۲۵۸ = ۲۸۸۱۵۵۴۲۵$ م انچہ یا

۷۱۳۴ و ۳۳۳ م فٹ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰۰ ہے اور ایک ضلع باقی ضلع میں ۹۴ ہے تو وہ



وتر کے دریافت کرو جو زاویہ راس قائمہ کے وتر پر نمود

لگانے سے ہوتے ہیں

مثلاً مثلث قائم الزاویہ اب س میں اس ۱۰۰ ہے اور ب س $\frac{1}{2} ۹۴$ یا

$۴۷ \times ۱۹۴ = ۸۸۲$ جس کا جذر ۲۸ = اب

اب ب س کو قاعدہ مانو تو دو چند رقبہ مثلث کا $= ۲۸ \times ۹۴ = ۲۶۳۲$ اور ب اس کو قاعدہ مقرر کریں

تو دو چند رقبہ مثلث کا $= ۱۰۰ \times \frac{1}{2} ۱۰۰$ گنا ب د $= ۲۸ \times ۹۴$ یا ب د $= ۲۴۵۸۸$

پس جب مثلث اب د میں ضلع اب اور ب د معلوم ہونگے تو اد $= ۸۸۲$ معلوم ہو گا اور

اسی طرح س د $= ۹۲۱۴$ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک کونہ کہیت اس ہے جس میں کونہ س کا قائمہ ہے اور ایک خط اب

ایسا کھینچا کہ کہیت کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرتا کہ ایک انہیں کا ادب چار نوین حصہ کل کہیت



اور ب س ۱۸۲ گٹھ اور اس ۴۲۷ گٹھ ہے رقبہ مثلث کا دریافت کرو

چونکہ ادب کل مثلث کا چار نوین حصہ ہوتا ہے باقی نوین حصہ ہو گا اور

اسی طرح مثلث اب س اور اس میں ایسی نسبت ہوگی جیسا کہ کوہ ۹۴ سے لیکن اب س

$\frac{1}{2} (۱۸۲ \times ۴۲۷)$ تو ۹۴ باچون حصہ اب س کی ۱۰۲۲۱۱۵۲ بسوئی ہونگے یا ۵۱۱۰ بیگہ اور

جیسا کہ مثلث اوس کا تقسیم ہوا ہے البیاضی خط اوس تقسیم ہوا ہے یعنی اوس میں ایک ہی نسبت ہے اس طرح کہ مثلثوں میں
 جلی ارتفاع ایک ہی ہو یعنی نسبت ہوتی ہے جیسا کہ اوپر قواعد میں بیان کیا گیا ہے اس میں اس کا اثبات اس طرح ہے کہ مثلث اوب =
 اوب = نصف ارتفاع اوس اور مثلث اوبس = بس = نصف ارتفاع اوس ہوگا اور اوب کو اوبس سے ضرب دیتے ہیں
 جواب کو ہے بس سے ۱۲

مسائل مشق کی وسطی (۳)

- (۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۷۴ جریب اور ارتفاع ۵۴ جریب ہے رقبہ اس کا بتاؤ جواب ۲۵۲ ۱/۲ بیگیہ
- (۲) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۵ گز و ۲۸ گز ہیں رقبہ اس کا بتاؤ جواب ۳۰۰ گز
- (۳) ایک مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۳۰ فیٹ ۵ انچ اور ارتفاع ۴۰ فیٹ ۷ انچ ہے رقبہ اس کا بتاؤ
 اسکی سطح کی مساحت کیا ہوگی جواب ۳۹ م فٹ ۸ ۱/۲ انچ
- (۴) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۱۱۰ فیٹ ۷ انچ اور ۹۴ فیٹ ۴ انچ ہیں
 اس کا رقبہ بتاؤ کہ کے مربع گز ہوگا جواب ۱۰۴۱۰۴ ۱/۲ م گز
- (۵) کتنے مربع گز وہ مثلث ہوگا جس کا قاعدہ ۱۳ ۱/۲ پل اور ارتفاع ۲۸ ۱/۲ پل ہے جواب ۵۵۸ ۱/۲
- (۶) کتنے مربع فیٹ رقبہ اس مثلث کا ہوگا جس کا قاعدہ ۸ گز اور ارتفاع ۷ ۱/۲ انچ ہے جواب ۵۵۸ ۱/۲
- (۷) ایک کنوئٹ مکان ہے اور اس کا کھاجہ دوسرے کھیمے سے زاویہ قائمہ بنانا ہے ۴۰ فیٹ ۷ انچ ہے اور
 رقبہ اس کا ۱۰۰ م فیٹ ہے تو اسکی دوسرے کھیمے کا طول کیا ہوگا جواب ۲۰ فیٹ ۱۰۵ ۱/۲ انچ
- (۸) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲ ۱/۲ گز ہے اور ایک ضلع باقی ضلعوں سے ۱۲ گز ہے تو اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۱۲ گز
- (۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۷۴ ۱/۲ گز اور وتر ۵۴ ۱/۲ گز ہے تو اس کا رقبہ کیا ہوگا
 جواب ۱۷۲ ۱/۲ ۵۸ ۱/۲ ایکڑ

- (۱۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۳۳ ۱/۲ گز اور عمود ۱۲ ۱/۲ گز ہے رقبہ بتاؤ جواب ۳۶ ۱/۲
- (۱۱) مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ ایک بیگیہ ۱۰ بسوہ اور قاعدہ ۲ گز ہے تو اس کا وتر کیا ہوگا جواب ۵۸ ۱/۲
- (۱۲) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۲۰ گز اور قاعدہ او عمود ہیں ۵۸ ۱/۲ گز ہے تو اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۵۸ ۱/۲

(۱۳) فرض کرو کہ ایک مثلث متساوی الساقین کی ہر یک ساق ۵۰ فیٹ ہے اور قاعدہ ۴۰ فیٹ

تو بناؤ اس پر مثلثوں کی زمین ملے گی کچھ ایکڑ ہوگی جواب ۱۴۵۲۵۸ ایکڑ

(۱۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۸ گز ہو تو بناؤ اس کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۲۵۲۵ گز تقریباً

(۱۵) ایک مثلث کا ضلع ۱۲۵ اور اس ۲۵۲ اور اس ۱۵۳ ہے اور اس پر عمود

نکالا جاوے وہ ۱۳۵ ہے تو بناؤ اس پر عمود اسے بس بڑھالاجاویگا اس کا کیا طول ہوگا جواب ۲۲۲

(۱۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۳۲ ہے اور قاعدہ ۴۲ ہے تو اس عمود کا طول دریا کرو کہ اس

قاعدہ پر نکالا جاوے جواب ۲۷۷۴۳

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۸ ہے اور باقی ضلعوں میں ایک ضلع ۷ ہے اگر دوسرا قاعدہ

مثلث کا مقرر کریں تو ارتفاع کیا ہوگا جواب ۳۲۵۴۱۱۸

(۱۸) اگر مربع کا ایک ضلع ۱۴۳۵ گز ہو اور اس کا رقبہ اس مثلث کے رقبہ کی برابر ہو جس کا

ارتفاع ۴۱۲۴ سے تو بناؤ قاعدہ مثلث کا کیا ہوگا جواب ۱۲۴ گز

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۴۷۵۴ ہے اور وتر ۴۴۳۸ طول میں زیادہ نسبت عمود کے

تو اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۳۴۸۵۰۱۲

(۲۰) ایک مثلث اس میں ضلع ۱۲ اور اس ۱۵ اور اس ۱۸ ہے اور اس کا طول ۱۴

اور ۲۰ فیٹ ہیں اگر اس سے اس پر عمود نکالا جائے تو بناؤ اس کا کیا طول ہوگا

جواب ۷۹۲۰۸۱۹۴۵۰۷۵ فیٹ

(۲۱) ایک مثلث متفرج الزاویہ کا زاویہ میں متفرج ہے اور اس کا ضلع اس ۲۳ فیٹ ۹

اور فاصلہ عمودی اس سے اس تک ۱۵ فٹ ۱۱ انچ ہے اب اگر اس تک خطوط کھینچ جاویں

جو مثلث کو تین الیہ حصوں میں تقسیم کریں کہ دوسرا حصہ پہلے حصہ ڈیڑھ ہوا دوسرا حصہ دوسرے

سے ڈیڑھ ہوا تو بناؤ ہر ایک حصہ کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۴ گز ۳ فٹ ۱۱ انچ اور ۷ گز ۵ فٹ ۹ انچ وغیرہ

(۲۲) مثلث کے تینوں ضلع معلوم ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو

حاشیہ تینوں ضلعوں کو معلوم کر کے قریب کا دریافت کرنا ایک جھگڑے کا عمل ہے اور اس میں محنت بہت بڑھتی ہے اسلئے چائیش کی نوائل اکثر قاعدہ اور ارتفاع سی کی چائیش کر کے کارروائی کرتے ہیں اور تینوں ضلعوں کی چائیش کرنیکی تکلف انہیں پر گوارا نہیں کرتے ایسی کہیں مجبوری آن پڑتی ہے تو تینوں ضلعوں کی چائیش کرتے ہیں اس قاعدہ کا ثبوت بھی بغیر جرم مقابلہ یا علم ہند کے جانتے سمجھ میں نہیں آتا ایک ثبوت اسکا جو مقابلہ سے لکھتے ہیں فرض کرو کہ ضلع جو مقابلہ و یونان ادب دس کے ہیں طواطیب طس سے تعبیر ہوئے ہیں

اور عموماً طاووسوں، لا اور طالائیں ہم ہوتا ہے اس طرح درمیان کے مطابق

طس ۲ - لا = ط ب - ط ا + ۲ ط لا - لا پس معلوم ہوا کہ

لا = $\frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طس} + \text{طب})$ اب بجا نمود که $\text{طس} - \text{لا}$ یعنی تدریج ثقل کا $\frac{1}{2}(\text{طس} - \text{لا})$

یہاں $\frac{1}{2}(ط + طس + لا)$ (طس - لا) اسکی انداز کے قیمت مذکور کے رکھتے سے طس + لا =

۱۲۶ (طآ + طس) - طت + م طاس (یا ۱/۲ طآ) (طا + طپ + طس) (طا - طس - طپ) اور

طس - لا = $\frac{1}{\text{ط}^2}$ (ط² - طس - ط² + ط² طس) ما $\frac{1}{\text{ط}^2}$ (ط² + طب - طس) (طب + طس - ط²)

پس رقیباً $\frac{1}{m}$ ط^۲ (طس + ط^۲) (طس - ط^۲) =

$$\frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طب} + \text{طس}) \cdot \frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طس} - \text{طب}) \cdot \frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طب} - \text{طس}) \cdot \frac{1}{2}(\text{طب} + \text{طس} - \text{طا})$$

اور یہی قاعدہ ہے

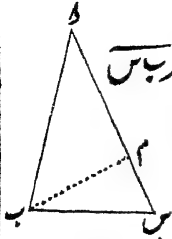
پہلی مثال

ایک مثلث کی اضلاع ۲، ۵، ۳ و اگر ہم تو اس مثلث کا رقبہ کے ایکڑ ہو گا

$$14 = \left(\frac{14}{16} + \frac{14}{16} + \frac{14}{16} \right) \frac{1}{f}$$

$$0.35534 \dots = 34 \cdot x \quad \frac{100}{100} \times \frac{100}{100} \times \frac{100}{100}$$

جس کا جذر ۲۲۴ گز = ۱۴ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱ ۹/۱۶ برج کے



دوسری مثال ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ ہے اور اس ۲۵۲ ہے اور بس

۱۵۳۰ ہو تو اس عمود کو دریافت کرو جو ہے اس بڑا لاجا نصف مجموعہ اضلاع

۳۱۵ ہے اور قیہ ہے جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ = ۱۱۴۲ × ۴۳ اور اس کی

معنی یہ ہیں کہ جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ = ۳۲۴ × ۳۱۵ لیکن رقبہ مثلث کا برابر ہے

۱/۲ (اس × ب م) یعنی ۱۲۴ گز ب م = ۱۸ × ۳ × ۳۱۵ اس ب م برابر ہے ۳ × ۳۱۵ ÷ ۷

یعنی ۱۳۵ ہے یہی جواب ہے

دوسری ترکیب یہ ہے کہ $ا = ب - م$ اور $س = م - ب$ اور $م = ب - م$ اب تقریق کرنے سے

$ا - م = س - م = ا - ب$ یعنی $(ا + م) (ا - م) = (ا + ب) (ا - ب)$ (ب - م)

یعنی $۲۵۲ (ا - م) = (ا + ب) (ا - م)$ یہاں سے معلوم ہوا کہ $ا - م = ۱۰۸$

یہ فرق اون مقداروں کا، جس کا مجموعہ ۲۵۲ ہے تو جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا معلوم ہو گا

پس معلوم ہوا کہ $ا - م = ۱۰۸$ ہے جب $ا$ اور $م$ معلوم ہو گئے تو $ب$ مسانی سے معلوم ہو جاوے گا

تیسری مثال دو کھیت ہیں ایک مربع اور دوسرا مثلث اور ان دونوں کا قیہ آدھیں برابر اور مثلث

کے ضلعوں کا نصف مجموعہ ۳۹۳ گز ہے اور قاعدہ ۷۵ گز بڑا ایک ضلع $س$ اور ۳۸ گز بڑا دوسرے

ضلع سے ہے تو بناؤ مثلث کھیت کی مینڈاوس مربع کھیت کی مینڈے سے کس قدر بڑی ہوگی

ایک مثلث متساوی الاضلاع جو قاعدہ ہر مثلث کھیت کے بنایا جاوے تو اس کا مجموعہ ضلع بقدر

$۵۷ + ۳۸$ یعنی ۹۵ گز مثلث کھیت کی مجموعہ ضلع سے زیادہ ہوگا اسلئے $(۹۵ + ۷۵) \div ۳$ گز

$= ۲۹۴$ گز یہ قاعدہ ہوا اور اسی سے پہلے ۲۳۷ اور ۲۵۴ اور ضلع ہو اور رقبہ اس کا

۳۵×۲۹۰ گز ہو پس جس مربع کا رقبہ یہ ہو اس کا ایک ضلع اس رقبہ کا جذر ہوگا یعنی

۱۲×۷۳ گز اور اسلئے اس کا مجموعہ ضلع $۷۸ + ۸۱$ گز ہوگی اور مثلث کا مجموعہ ضلع

۷۸ گز ہے

پیش مثلث کہیت کی مینڈ ۱۰۵ گز پڑے مربع کہیت سے ہوگی

مثالیں مشق کی واسطی (۴)

(۱) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۴۵ و ۵۷ و ۶۷ گز ہوں جواب ۴۵۴۲۱۵۶۷

(۲) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۹۵ و ۸۵ گز ہوں جواب ۴۵۴۸۹۴۸۵ گز

(۳) ایک کہیت مثلث ہے اور اسکی ضلعے ۳۶۵ و ۱۴۵ و ۴۰۵ کڑی ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۳۴۷۳۷۷ برع

(۴) ایک مثلث کہیت کے ضلعے ۶۵۴ و ۸۰۰ و ۸۵۸ کڑی ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۴۵۰۴ پل

(۵) بتلاؤ کیا لگان اوس کہیت کا ہوگا جسکے ضلعے ۲۷۰ و ۲۲۵ و ۲۱۲ کڑی ہیں

شرح ہے فی ایکڑ جواب ۶۹ روپیہ ۰۰

(۶) جو مربع رقبہ میں برابر اوس مثلث کی ہو جسکی ضلعے ۵۰۰ و ۸۰۰ و ۸۰۰ فیٹ ہو تو اسکا

ضلع کیا ہوگا جواب ۲۲۲ و ۱۴۴ گز

(۷) قاعدہ ایک مثلث کا ۱۸۴ ہوا اور اسکی ضلعے ۱۵۷ و ۱۵۷ ہیں ارتفاع دریا کرو جواب ۱۳۲

(۸) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۵۴ کڑی اور اسکی ضلعے ۲۳۷ و ۵۴۰ کڑی ہیں تو اسکا رقبہ اور ارتفاع

عمودی دریافت کرو جواب ۳ روڈ ۲۳۷۷ پل اور ۲۲۷۷ کڑی

(۹) ایک سبزہ زار مثلث ہوا اور اسکی ضلعے ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ کی نسبت کہتے ہیں اور کل مینڈ اسکی

۱۰۰ گز ہے تو بتاؤ اسکا رقبہ کیا ہے جواب ۴۷۷ گز

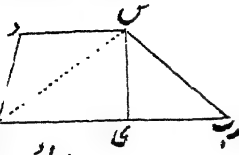
(۱۰) دو رقبہ کے دو متوازی ضلعے اور بعد عمودی ان ضلعے متوازیہ کا معلوم رقبہ اور دریا

قاعدہ

دو نوخط متوازی کی مجموعہ کو نصف فاصلہ عمودی میں ضرب جائے ضرب قہ ذورقبہ کا ہوگا

مثال

رقبہ ذوزفقہ اب س د کا دریافت کرو جس کے اضلاع متوازیہ اب اور دس ۱۰۰۲۳۴ اور ۱۰۰۲۳۴



ایجنہ بن اور او س کا عرض س ی ۹۲ ایجنہ ہے

اب ذوزفقہ دو مثلثوں اور اس اب میں تقسیم ہوتی ہے
اور رقبہ ہل مثلث کا $\frac{1}{2}$ (دس \times ی) اور رقبہ دوسرے مثلث کا $\frac{1}{2}$ (اب \times س ی) ہے اگر رقبہ دونوں
مثلثوں کا ملکر $\frac{1}{2}$ [(اب + دس) \times س ی] یا (اب + دس) \times $\frac{1}{2}$ س ی ہے یعنی

$$۳۳۸ \times ۳۳۸ = ۱۱۵۵۲۸ \text{ م ایجنہ یا } ۱۰۷۰ \text{ فٹ } ۱۲۰ \text{ ایجنہ}$$

مثالین مشق کے واسطے (۵)

(۱) اوس ذوزفقہ کا رقبہ کیا ہو جسکی اضلاع متوازیہ ۳۴ و ۴۴ فٹ ہیں اور بعد عمود انہیں
۵ فٹ ہے جواب ۴۰ م گز

(۲) ایک ذوزفقہ کھیت کی اضلاع ۱۸۵۶ اور ۱۴۲۳ کڑی ہیں اور اونچو درمیان عمود کا
طول ۲۱۵۰ کڑی ہے اوس کا رقبہ ایکڑوں میں بتلاؤ جواب ۳۷ ایکڑ ۸۸۸۸۸۸ پاول

(۳) ایک تختہ ۹ ایجنہ عرض کل ہے اور او سکو دو متوازی کنارے افٹ ۱۸ ایجنہ اور آفٹ ۴ ایجنہ ہیں
تو بتاؤ وہ ایک گز مربع کا کونسا حصہ ہوگا جواب $\frac{۴۱}{۲۸۸}$

(۴) ذوزفقہ کی شکل کا ایک ملک ہے اور او سکی حدود متوازیہ طول میں ۲۷۶ و ۲۱۴۰ میل ہیں
اور او سکا عرض ۱۲۵ میل ہے تو بتاؤ اوس کا رقبہ کے ایکڑ ہوگا جواب ۲۲۸۲۸۸۰۰ ایکڑ

(۵) ایک ذوزفقہ کا ایک ضلع متوازی ضلعوں میں ہے نسبت دوسرے کی ۲ ایجنہ بڑا ہے
اور عرض ۷ ایجنہ ہے اور رقبہ ۴۶ $\frac{1}{2}$ م ایجنہ ہے تو بتاؤ ہر ایک متوازی ضلع کیا ہے

جواب $\frac{1}{2}$ ۱۰ ایجنہ اور $\frac{1}{2}$ ۸ ایجنہ

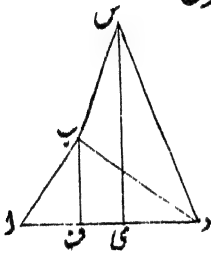
(۶) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ برابر ایک ذوزفقہ کی رقبہ کے ہے اور اس ذوزفقہ کے
اضلاع متوازیہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ایک ایجنہ کے ہیں اور عرض $\frac{3}{4}$ ایجنہ ہے تو مثلث کا ضلع بتلاؤ کہ

کیا ہوگا جواب ۳۴۶۸ م ایجنہ

(۴) قواعد کو رقبہ بیان عیان ہے کہ شکل مستقیم الاضلاع تین ضلعے سے زیادہ اضلاع کے خواہ کیسی ہی بقیہ عدد ہوا و کارقبہ سطح سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اس شکل کو اول مثلثوں اور ذوزنقوں میں تقسیم کریں اور ہر ان مثلثوں اور ذوزنقوں کے رقبہ کو جمع کریں حال جمہر کل شکل کا رقبہ ہوگا

پہلی مثال

فرض کرو کہ اوبس د کہیت کی سطح ایک ساح نے پائیش کی ہر کہ آ سے و تک ۱۴۰ کڑی اور ہر بیان سے ایک عمود ب و ۳۳ کڑی اور ہر آ سے جی تک ۱۸۲ کڑی اور جی سے سی اس عمود ۱۳۵ کڑی اور آ سے و تک ۴۸ کڑی



توان پائیشوں سے کہیت کا رقبہ دریافت کرو

$$\frac{1}{2} (231 \times 140) = 16170 \text{ اوب و کارقبہ ہے}$$

$$\frac{1}{2} (513 \times 182) = 46947 \text{ دی و کارقبہ ہے}$$

$$46947 + 16170 = 63117 \text{ و س کارقبہ ہے}$$

کل رقبہ = ۱۱۸۰۴۳ ام کڑی یا ایک ایکڑ ۸۹۶۸۶ برج ہی جواب ہے

(۲) فرض کرو ایک و ساح اسی کہیت کی چاروں ضلعوں کو سطح ناپی کہ اوب ۲۸۱ اور ب س

۳۰۸ اور س د ۵۴۵ اور آ د ۱۴۸ اور و تر ب د ۲۸۵ توان پائیشوں کے رقبہ کہیت کا دیا کرو

مثلثوں اوب د اور ب س د کی قیون ضلعوں کی معلوم ہونے سے یہ رقبہ دریافت ہونگے

$$\text{اوب د} = 520 \times 52 = 27040$$

$$\text{ب س د} = 544 \times 34 = 18496$$

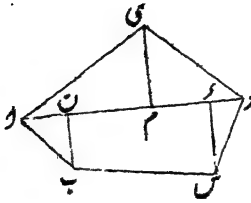
کل رقبہ = ۱۱۷۹۰ ام کڑی کی یا ایک ایکڑ ۸۹۶۸۶ برج کی بھی جواب ہے

تیسری مثال

کہیت اوب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور پائیش کر کے یہ باتین ہم نے معلوم کر لی ہیں

کہ اوب ۱۷۱ اور عمود ب س ۱۸۲ اور آ م ۲۰۵ اور عمود ج م ۱۲۹ اور آ د ۳۰۵ اور عمود

دس ۱۲۴ اور دوا ۳۵۱ کڑی ہے



دو چند رقبہ اب ن کا ہے $۵۹۶۴ = ۸۴ \times ۷۱$

دو چند رقبہ ب ن و س کا ہے $۴۹۳۷۴ = ۲۳۴ \times ۲۱۱$

س دو کا ہے $۵۸۴۲ = ۱۲۷ \times ۴۶$

وی دو کا ہے $۴۵۲۷۹ = ۱۲۹ \times ۳۵۱$

ہوا سٹے دو چند کل رقبہ کا $۱۰۴۴۵۹ =$ ایکڑ کے

ہوا سٹے رقبہ $۵۳۲۲۹۵ =$ ایکڑ کے ۲ روڈ ۲ پل ہی جواب ہی

انتباہ ذوالربعہ الاضلاع اب س کے رقبہ کا حساب ایک اور طرح سے بھی لگ سکتا ہے جو کہ مثلثوں

س ن و اور س ب و کا قاعدہ ایک ہے اور ارتفاع بھی ایک ہی ہے تو وہ سب میں برابر ہیں اور

ذوالربعہ الاضلاع اب س و مرکب ہے مثلث اب و اور شکل اب س دے لیکن اس آخر شکل کا

ایک حصہ اب س برابر مثلث دس ن کے ثابت ہو چکا ہے اسلیٰ شکل اب س دے کے برابر

مثلث دس ن کے ہوئی اور ذوالربعہ الاضلاع اب س برابر دو مثلثوں اب و اور دس ن کے ہوئے

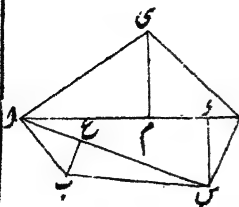
پس دو چند رقبہ اب و $۲۵۹۲۰ = ۸۴ \times ۳۰۵$

دس ن $۳۵۵۹۰ = ۱۲۷ \times ۲۸۰$

وی د $۴۵۲۷۹ = ۱۲۹ \times ۳۵۱$

دو چند کل رقبہ کا $۱۰۴۴۵۹ =$ ام کڑی کے

چوتھی مثال



اور کے کہیت کو اس طرح ناپ کر رقبہ دریافت کرو کہ س ع ۲۳۲ ہی

اور عمود ب ع ۵ ہے اور س و ۳۳۰ ہے اور م ۲۰۵ اور عمود ی م

۱۱۲۹ اور و ۳۰۵ اور عمود س و ۱۲۷ اور دوا ۳۵۱ کڑی ہے

دو چند (و دی + و دس) کا $=$ و دی \times م + و دس \times و $=$ و دی (م + س) (و)

$$۲۵۴ \times ۳۵۱ = ۸۹۸۵۴ \text{ م کڑی}$$

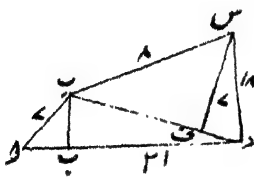
$$۵۰ \times ۳۳۰ = ۱۶۵۰۰ = \text{دو چنرابس}$$

کھیت کا دو چنر قہ ۱۶۵۰۰ ہے

پس معلوم ہوا کہ کھیت کا رقبہ ۵۳۱۷ ایکڑ یا ۲ روڈ ۱۵۵ پل ہے ہی جواب ہے

مثالین مشق کے واسطے

(۱) اس کھیت کا رقبہ دریافت کرو جسے اندر پچائیش ہو کر اعداد اضلاع پر مندرج ہیں



جواب ۴ بسوہ ۴ بسوانسی

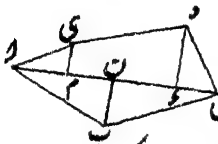
(۲) اسی کھیت کی پچائیش کرو جب ہر کو پچائیش عمودی اور

س ن کی معلوم ہو جواب ۴ بسوہ ۴ بسوانسی

(۳) اب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور ہر کو معلوم ہو کہ ۹۸ م ہے اور عمودی ۵۰

اولن ۱۲۸ و عمود بن ۵۷ و ۲۵۵ و عمود دے ۷۷ و اس ۳۱۳ ہے

جواب ۲۸۵ ۴۰



(۴) ایک ذرا ربعہ الاضلاع میں ضلع اب ۴۲ فیٹ اور ب س

۱۰۷ فیٹ وس ۱۲۷ و ۱۵۰ دے اور وتر اس ۱۳۲ رقبہ دریافت کرو

جواب ۵۳ ۱۲ گز

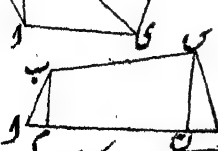
(۵) اسی شکل کا وتر اس معلوم ہو کہ ۱۳۲ فیٹ ہو اور عمود جو اوپر اور اسے نکالے جاوین



۵۰۶۰۷۵ ۱۲۰ مین رقبہ دریافت کرو جواب ۱۲۵۳ ۱۲ گز

(۶) معلوم ہو کہ ۳۷ گز اور عمود ب م ۱۱۷۹ اور ۳۲۶۹۱

عمود س ن ۱۱۷۹ اور ۳۸۵۷۱ تو قہ اب س د کا دریافت کرو

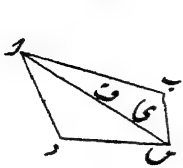


(۷) ایک پانچ ضلعی کا کھیت اب س دی ہے اب ۵۴ کڑی و ب س ۷۲ کڑی و

س د ۲۴۰ کڑی و دی ۱۲۲۰ اور وتر س ہی ۱۲۵۰ اور وتر اس برابر ہر ضلع اس کے اور ضلع

ب س عمود آب پر ہے رقبہ دریافت کرو جواب ارڈ ۳۰۵۴ پول

(۸) کہیت آب س دین بعض السور موانع پیش آئے کہ نقطہ ہی پیمائش ہوئی کہ ارف ۱۲۵



اور ای ۲۲۳ اور اس ۱۲۸۱ اور س ب ۱۸۲ اور نقطی

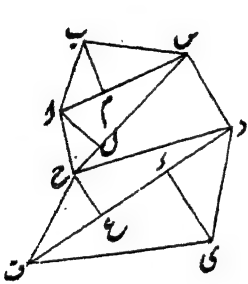
ت اور تی دمان ہیں جہاں عمود آب س نکالی گئی وہ دفع

ہوئے ہیں رقبہ دریافت کرو جواب ۴۶۰۹ ایکڑ

(۹) ایک ذوالربعہ الاضلاع ایکڑ کا وتر ۳۶ کڑی اور عمود جو مقابل کے زاویوں سے او س پر

نکالی جاوین اونہیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱۶ کو ہے ۴۱ سے تو بناؤ ایک عمود دوسرے

عمود سے کس قدر بڑا ہوگا جواب ۸۹۵۷۹۹ گز



(۱۰) ایک کہیت کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے شکل

کچی ہوئی ہے اور او س میں یہ پیمائش ہوئی کہ آم ۹۸ کڑی

اور عمود ب س ۱۱۴ اور اس ۲۹۸ و س ن ۲۸۲ و عمود

و ن نہیں پیمائش ہوا اور س ح ۳۵۴ و ح د ۳۴۰ و

و س ۱۷۰ و د ۱۶۲ و عمود ی و ۷۰ اور ح ۳۲۸

عمود ح ع نہیں پیمائش ہوا اور د ف ۵۲۵ ہر کل رقبہ اور ضلع ف نی اور عمود جو د س ح س

پر واقع ہو دیتا کرو جواب ایکڑ ارڈ ۷۷۷ پول و ت می ۴۰۰ و عمود ۱۶۱ کڑی

(۵) باب الف کے آخر میں ہنوز ذکر شکل تقسیم الاضلاع متشابہ کا کیا تھا اب ہم انا اور

لکھتے ہیں کہ ان متشابہ شکلوں کی فرہون میں وہ نسبت ہوتی ہے جو ان کی ضلع نظیر کی فرہون

یا اوسکی وتر کی فرہون یا عمود کی فرہون میں شکل ذیل دیکھو کہ اگر مثلث آب س

متشابہ مثلث دی ق کا ہو یعنی زاوئے آ اور ب اور س برابر زاویوں آ اور تی

اور ف کے ہوں موافق اپنی اپنی نظیر کے اور برابر زاویوں کے گرد کے ضلع متشابہ ہوں

تو مثلث آب س کو مثلث تی ق سے وہ نسبت ہے جو نسبت آب کو دی سے ہے

۸۷۹ × ۴۹ = ۹۱ ہے اور رقبہ اسکا ۳۰ × ۹۱ سکو دوسرے مثلث کے رقبہ سے وہ

نسبت ہو جو ۱۰۹ کے مربع کو دوسرے مثلث کے وتر کے مربع سے پس ۳۰ × ۹۱ : ۳۵۴۵ =

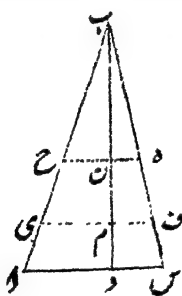
یا ۴۸ : ۷۹ :: ۲۰۹ : ۲۰۹ × ۱۰۹ ÷ ۴۸ = ۴۸ بہ مربع وتر مطلوب کا اور جذر اسکا

۱۰۹ × ۸ ÷ ۴ = ۱۲۸ فی فٹ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک ذرا بے الاضلاع کا رقبہ ۲۱۴۰ م فٹ ہو اور ایک اوسکی وتر دون میں سے ۴۳ ہے تو رقبہ ایک دوسرے ذرا بے الاضلاع کا دریافت کرو جو اوسکی متشابه ہو اور او اسکا وتر

نظیر پہلے وتر کا ۴۱ ہو ۴۳ : ۴۱ :: ۲۱۴۰ : ۲۰۰۴ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث کا ارتفاع ۱۷ اور وہ قاعدہ کو دو متوازی طوں سے تین برابر حصوں میں



قطع ہوا ہے تو بتاؤ اوسکے ہر ایک حصہ کا ارتفاع کیا ہے

فرض کرو کہ اب اس مثلث کو اور ب داؤ کا ارتفاع ہے

تو اوسکو برابر حصوں میں اور ب داؤ کا ارتفاع

دہم اور م اور ن اور ب دریا کو مثلث ب ج ہ اور ب بی ت

اور ب اس تین متشابه میں اور ان میں نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد ۲ و ۳ میں

پس آئے معلوم ہوا کہ مثلث ب اس کے رقبہ کو مثلث ب بی ت سے وہ نسبت ہو جو ۲ کو ۳

سے لیکن مثلث ب اس کے رقبہ کو مثلث ب بی ت سے وہ نسبت ہو جو ب د کے مربع

یعنی ۲ کو ۳ کے مربع سے پس ۳ : ۲ :: ۲ : ۴ = ۲۴ = ۲۴۲ جسکا جذر

۱۳۶۳۸ = ب م

اور سطح سے مثلث ب اس کو مثلث ب ج ہ سے وہ نسبت ہو جو ۲ کو ۳ کے

اور ۳ : ۲ :: ۲ : ۴ = ۱۴۴ = ۱۴۴۲ جسکا جذر ۱۲ = ب ن اب ب د سے

ب م تفریق کریں اور ب م میں سے ب ن کو تو د م = ۱۳۶۱۲ اور م ن = ۱۴۵۰۴۵ اور

ب ن ۱۴۵۸۱۵ ہے یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک لوی کا پیر ذوزنقین کی شکل کا ہو اور اسکے متوازی کنارے ۷ و ۳۰ انچ ہیں

اور اس کا طول ۲۰ انچ ہے اور اسکے بچین ایک خط متوازی کھینچا گیا ہے جسے وہ دو ایسے ذوزنقہ حصوں میں تقسیم ہوا کہ جنکے رقبوں میں اسی نسبت ہو جیسے کہ نسبت ۷ و ۳۰ میں ہے تو بناؤ چھوٹے کنارے کو کس فاصلہ پر یہ متوازی خط کھینچا ہے ذوزنقین معلوم اب اس کا ایک مثلث متساوی الساقین اوج د کا ہو اور متوازی خط ہی ت او کو



تقسیم کرنا ہو اور ج م اور ب ع عمود آد پر نکالے گئے ہیں پس ہم معلوم کریں کہ ب ع یا د م = ۲۰ اور ب س = ۷ اور د = ۳ پس دن دیا کرتا ہے

اب قبة ذوزنقین کا $\frac{1}{4} (3+7) \times 20 = 100$ مربع انچ ہے

اور ہم ایسے دو حصوں میں تقسیم ہوا کہ جن میں نسبت ۷ و ۳۰ کی ہے تو ایک بیسوں اور دوسرا تیرہ بیسوں جسے کل کے ہونگے اس واسطے وہ ۳۵ و ۴۵ ہوں گے اب مثلث اب ع اور اوج م متساوی ہیں تو اوج کو ب ع سے وہ نسبت ہوگی جو د م کو ہے ج م سے

یعنی ۲:۲۰ :: ۳:۳۵ انچہ = ج م پس یہاں سے معلوم ہوا کہ ج د ۱۵ انچہ ہے اور رقبہ ب ج س کا $\frac{1}{2} \times ۲۲$ م انچہ ہے اب اگر یہ فرض کریں دو ذوزنقین میں ہی س جھوٹی

یعنی ۳۵ ہو تو ہی ج ت $۳۵ + ۲۲ = \frac{1}{2} \times ۵۷$ ہوگا اور ب ج س کو ہی ج ق سے وہ نسبت ہو جو نسبت ج د کو ہے ج ن سے یعنی $\frac{1}{2} \times ۲۲ :: \frac{1}{2} \times ۵۷ :: ۲۲:۵۷$ ج ن پس معلوم ہوا کہ ج ن = $\frac{۵۷ \times ۲۲}{۵۷} = ۲۲$ اور جب ۱۵ میں سے تفریق کی تو ن = ۷

دوم فرض کرو کہ اس بڑا ذوزنقین میں ہے یعنی ۴۵ ہے تو ہی ج ق = $\frac{1}{2} \times ۲۲ + ۴۵ = ۵۷$ ہے اور $\frac{1}{2} \times ۲۲ :: \frac{1}{2} \times ۵۷ :: ۲۲:۵۷$ ج ن پس معلوم ہوا کہ ج ن = ۲۲

ہے اور ۱۵ میں سے تفریق کرنے سے د ن = ۱۷ پس معلوم ہوا کہ چھوٹے کنارے کیا تو ۸۵ انچہ یا ۸۵ کے فاصلہ پر خط متوازی کھینچے سے تقسیم ہوئی ہے

مثالین مشق کے واسطے (۷)

(۱) ایک کہیت کا ضلع ۷۲۰ کڑی توتاؤ اور کو دوسرے متساویت پر جس کا ضلع ۲۹۰ کڑی ہے

کیا نسبت ہوگی جواب قریب دو چند ہو نیکی

(۲) ایک نقشہ کا پیمانہ ۲۰ میل ایک انچہ ہر دو سین رقبہ انگلستان اور دوا کا ایک فیٹ مربع جگہ گہیرا

توتاؤ جس نقشہ کا پیمانہ ۲۵ میل فی انچہ ہوگا او میں کتنی جگہ گہیرا جواب ۱۹۷۱۴ انچہ

(۳) ایک ذرا ربع الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۵۷۰ ۵۷۰ ۵۷۰ ۵۷۰ فیٹ ہیں اور اس کا قریب

۲۱۴۰ فیٹ ہے توتاؤ اس کے مشابہ اور فی ذرا ربع الاضلاع کا مجموعہ اضلاع کیا ہوگا جس کا قریب

۲۰۰۴ پیم مربع فیٹ ہے جواب ۱۸۵۵۴

(۴) ایک غیر منظم مستقیم الاضلاع کا سب سے چھوٹا ضلع ۱۸ انچہ ہے اور اس کا قریب ۲ ہے

تو اس کے مشابہ مستقیم الاضلاع کا قریب کیا ہوگا جس کا سب سے چھوٹا ضلع ۱۱ پیم ہے جواب ۳۵۴۹۰۴

(۵) ایک مثلث متساوی الساقین کا قریب ۱۰ مربع گز ہے اور اس کے مشابہ ایک مثلث کا قریب ۱۵۰ فیٹ

توتاؤ اس کے قاعدوں میں کیا نسبت ہوگی جواب ۱۲۰:۴۹ تقریباً

(۶) ایک کہیت ۴۰ ایکڑ کا ہے اور اس کا ایک ضلع ۴۰۵ کڑی کا ہے نقشہ کشتوار میں اس کا طول ۱۲ پیم ہے

توتاؤ اسی نقشہ کشتوار میں وہ کہیت کتنی جگہ گہیرا ہے جواب ۴۸۳۳ م انچ

(۷) ایک کہیت کی مینڈ بندی کی لاگت ۵ روپیہ ۵ ار ہے توتاؤ اس کے مشابہ دوسرے کہیت کی

مینڈ بندی کی کیا لاگت ہوگی جس میں پہلے کہیت کی ہر گز کی جگہ میں ۳ پیم مربع گز میں

جواب ۴ روپیہ ۱۲ ار ۵ پائی

(۸) دو مربعوں کا قریب ملکہ ایکڑ ہے اور ایک مربع کا ضلع دوسرے مربع کی تین چوتھائی ہے توتاؤ

ہر ایک کی رقبہ میں کے ایکڑ میں جواب ۱۴۵۱۴ و ۸۴ و ۳۵ ایکڑ

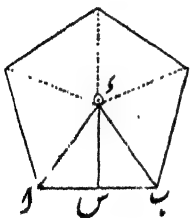
(۹) ایک کہیت تین کونہ کا ایک ایکڑ ہے اور اس کا قاعدہ ارتفاع عمودی کے چار نوہم حصے میں

توتاؤ قاعدہ اور ارتفاع کیا ہے جواب ۵۸۵۵۱۴ و ۵۹۵۵۴

(۱۰) ایک دو دم ذوزنقین ۳ فیٹ طول میں ہے اور اس کا بڑا قاعدہ ۸ انچہ ہے اور چھوٹا قاعدہ

۵۱ پنجم ہر توتاؤ لنبان میں کتنا اوس میں قطع کرن کہ ایک فیٹ مربع مست میں ہو جواب ۲ فیٹ
(۱۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۴۵ فٹ ہو اور اس قاعدہ کا ایک خط متوازی سطح کھینچا گیا ہے کہ مثلث کو
دو حصوں میں تقسیم کرے اب ہر حصہ کے حصہ وہ نسبت رکھتا ہو جو ۲ رکھتا ہو ۳
توتاؤ خط متوازی کا طول کیا ہوگا جواب ۴۸، ۶۶، ۷۴ فٹ

(۶) ہم متساویہ الاضلاع کا ذکر کیا اب اوس پر کثیر الاضلاع منظم کا حال اور زیادہ کرتے ہیں
کثیر الاضلاع اوں سطوح کو کہتے ہیں کہ او کو چار سے زیادہ اضلاع نے احاطہ کیا ہو اور جہاں کثیر الاضلاع
اضلاع اور زاوے باہم برابر ہوں تو او کو کثیر الاضلاع منظم کہتے ہیں
جس کثیر الاضلاع منظم کے پانچ ضلعے ہوں میں سے او خمس اور ایک چھ ضلعے ہوں میں سے او سدس اور
علیٰ ہذا القیاس کہتے ہیں تفصیل ان ناموں کی نیچے لکھی ہے کثیر الاضلاع منظم کا مرکز ضلع عمود قاعدہ
برابر رکھتا ہو پس بظاہر ہے کہ اگر ضلع اور عمود معلوم ہو تو رقبہ مثلث کا سطح معلوم ہو سکتا ہے
کہ نصف حاصل ضرب ایک ضلع اور عمود کو تعداد اضلاع کثیر الاضلاع میں ضرب دین سے ملے کہ



کہ حقیقت میں مثلث میں او متساوی سابقین مثلث ہیں
جتنے کہ او کے اضلاع ہیں مثلاً اگر او اب ضلع ایک خمس
منظم کا ۱۲۵ ہو اور عمود ۵ ہو مرکز سے ضلع پر نکالا جاوے

۱۸۶ پنجم ہو تو رقبہ مثلث او ب کا $\frac{1}{2}$ ہوگا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا جو سو پانچ مثلثوں
سے بنی ہے ہم ہوگا کہ $\frac{1}{2} \times (۱۸۶ \times ۵)$ اور اس کے معنی یہی ہیں کہ نصف مجموعہ اضلاع ۱۸۶ گنا
پس کسی کثیر الاضلاع منظم کا رقبہ برابر نصف حاصل ضرب مجموعہ اضلاع اور عمود کے ہوتا لیکن ہم رقبہ فقط
اضلاع ہی کے معلوم ہوں ہی دریافت ہو سکتا ہو اسلئے کہ زاویہ جو مرکز پر بنا ہے وہ ۷۲۰ کا کوئی
صحیح حصہ ہوگا مثلاً خمس سے تو پانچواں حصہ اور اگر سدس سے تو چھواں حصہ اور علیٰ ہذا القیاس بوسط
علم مثلث کہ مکمل طول ان عمودوں کا معلوم ہو جائیگا اور جب مکمل عمودوں کا معلوم ہو گیا اور
معلوم ہوئے تو رقبہ او ب دریافت ہو جائیگا لیکن طالب علم اکثر علم مثلث سے ناواقف ہوتے ہیں اسلئے

ہم ایک جدول بنائے ہیں جس میں چند کثیر الاضلاعوں کی نسبت عمود اور ضلع کے لکھی ہوئی ہے اور ضلع برابر ایک کے فرض کیا گیا ہے

نام شکل	تعداد اضلاع	نسبت عمود کی ضلع سے
مخمس	۵	۱ ۹۱ ۸۸ ۴ ۵
سدس	۶	۱ ۲۵ ۴۴ ۸ ۵
سبع	۷	۱ ۴۱ ۲۸ ۳ ۵
مشتن	۸	۱ ۶۱ ۰۶ ۲ ۵
متع	۹	۱ ۳۹ ۳۷ ۳ ۵
مشر	۱۰	۱ ۴۲ ۸۸ ۵ ۵
دوا عشر الاضلاع	۱۱	۱ ۴۷ ۲۸ ۶ ۵
دوا عشق الاضلاع	۱۲	۱ ۴۷ ۲۵ ۸ ۵

پہلی مثال ایک مخمس منظم کا ضلع ۱۲۵ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو
ضلع ایک مخمس کا عمود مشترک سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسا کہ ارکھتا ہے ۱۲۵ : ۵ :: ۴۸۸۱۹۱ : ۵
تو عمود مشترک اس مثال میں $۱۲۵ \times ۵۴۸۸۱۹۱ = ۱۸۴۵۰۲۷$ اور رقبہ ہے
 $\frac{1}{2} (۵ \times ۱۲۵) = ۸۴۵۰۲۷$ ہی جواب ہے

دوسری مثال ایک عشر کا رقبہ ۷۸۰۸۵۸۸ م فٹ ہے تو اس کے ضلع کا طول بتلاؤ
جب ضلع عشر کا ایک ہو تو مجموعہ اضلاع ۱۰ ہوگا اور عمود مشترک ۱۵۳۸۸۲۲ ہے اور
رقبہ ہی $۱۵۳۸۸۲۲ \times ۵ = ۷۶۹۴۱۱۱$ اور عشران منظم کے رقبے پچیسین وہ نسبت رکھتی
ہو ان کے ضلعوں کے مربعے تو $۷۶۹۴۱۱۱ : ۷۸۰۸۵۸۸ :: ۲ : ۷۲۵$ یہ ضلع کا مربع ہے

۷۲۵ = فیٹ ہی جواب
مثالین مشق کے واسطے (۸)

$$وڈ = می دے د اور اس = می س × س د$$

$$اس = می س × \frac{1}{2} (می س - (می س - اس))$$

$$حاشیہ وڈ = وڈ - وڈ = می وڈ - وڈ = (می وڈ) (می وڈ) = می دے د اور$$

$$اس = وڈ + س د = می دے د + س د = (می دے د) (می دے د) = می س دے د$$

$$اور س د = (وڈ - وڈ) = \frac{1}{2} (می س - (می س - اس))$$

ان جلو سے یہ قواعد مستنبط ہوتے ہیں

اول قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے جو وتر سے دو حصے ہوتے ہیں اون کو ضرب دو اور حاصل ضرب کا دو چند جذر لو تو وتر معلوم ہوگا

قطر کے یہ دو نصفی دو نو قوسوں کے ارتفاع ہونگے

دوم قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر لو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہو جاوے گا

سوم قوس اصغر کا وتر اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر اور وتر کے مربوئی حاصل تفریق کا جذر قطر میں سے تفریق کرو اور نصف حاصل تفریق کو قطر

میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوگا

(۲) ان صورتوں کے سوا می اور صورتوں کے لئی قاعدے بیان کرنے عبت ہیں اس لئے کہ طالب علم کو

یہ قاعدہ خوب معلوم ہے کہ مثلث قائم الزاویہ میں جب دو ضلع معلوم ہوتے ہیں تو تیسرا ضلع

کس طرح دریافت کرتے ہیں یہ بات کے معلوم ہونے سے بہت صورتوں میں اونکو مجھول معلوم

ہو جاوے گا اور قطع نظر سے ہم مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جسے خوب توضیح مطلب کی ہو جاوے گی

س ی × س د = اس یعنی ۲۸۹ × د = ۱۳۴ اسو سط س د = ۱۸۲۹۴ ÷ ۲۸۹ = ۶۴
یہ ارتفاع ہے

اور د = اس - س د = ۱۳۴ - ۶۴ = ۷۰ اسو سط د = ۱۲۰
یا اب = ۲۴۰ = ۲۴۰ قوس کا وتر ہے

چشمی مثال اگر ایک اسکرہ میں قوس کا وتر ۲ فیٹ طول میں ہو اور قطر ۵۲ فیٹ تو بناؤ
چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر کیا ہے د = ۱۲ - ۱۰ = ۲
= ۲۴ - ۱۰ = ۱۴ اسو سط د = ۲۴ اور س د = ۱۰ - ۲ = ۸ =

۲۴ - ۲۴ = ۰ فیٹ یہ ارتفاع ہے

اور اس = س د + د = ۱۰ + ۲ = ۱۲ اسو سط اس = ۱۰.۵۱۴۸ فیٹ
یہ نصف قوس کا وتر ہے

دوسری ترکیب بموجب صورت دوم دفعہ اول کے اس =

س ی × س ی - (س ی - اس) یعنی ۵۲ × ۱/۲ = (۵۲ - ۲۸) = ۱۰.۴ اسو سط
اس = ۱۰.۵۱۴۸ فیٹ

مثالیں مشق کی وسطی (۹)

(۱) ایک قوس کا وتر ۵۴ ہے اور ارتفاع ۳۳ ہے قطر دریافت کرو جواب ۷۲

(۲) ایک قوس کا ارتفاع ۳۳ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴۰ ہے تو کل قوس کا وتر

کیا ہوگا جواب ۱۰۵.۳۴۲۳

(۳) ایک قوس کا وتر ۴۲ ہے اور ارتفاع ۳۳ ہے تو بناؤ نصف قطر کیا ہے جواب ۴۴

(۴) ایک قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴۰ ہے تو ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴۵

(۵) نصف قوس کا وتر ۱۰ فیٹ ہے اور قطر ۱۰ فیٹ قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴ فیٹ ۸ انچ

(۷) ایک قوس کا ارتفاع ۵ انچ ہے اور قطر ۸ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ۴۵۳۲۴۴

(۸) قطر دائرہ ۱۳۴۹ ہے تو اس قوس کا ارتفاع دریافت کرو جس کا وتر ۸۴۷ ہے

جواب ۱۴۴ یا ۱۲۲۵

(۹) کل قوس کا وتر ۳ فیٹ ۷ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہو تو اس کی نصف قوس کا

وتر کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۵ انچ

(۱۰) اس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جس میں وتر کل قوس کا ۴ ہے اور وتر نصف قوس کا

۵۷ ہے جواب ۷۲۴

(۱۱) اس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جس میں وتر کل قوس کا ۸۴۷ ہے اور نصف قوس کا وتر ۸۴۷ ہے

جواب ۱۳۴۹

(۱۲) اس قوس کا ارتفاع بتلاؤ جس کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور قطر دائرہ ۵۱۰ فیٹ ۲ انچ ہے

جواب ۱۱۰ فیٹ

(۱۳) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۳ ہے اور میں ایک قوس کا وتر ۵ ہے تو اس قوس سے دو چند

کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۴ ۱۱۳

(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۰۶ ہے اور اس کے دو حصے ایک وتر سے جس کا طول ۴۴ ہو جائیں

تو نصف قوس صغیر کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۳۵۵۳۷۲

(۱۵) ایک دائرہ کا قطر ۳۲ ہے اور وتر مشترک اس کے دو قوسوں کا ۱۲ ہے تو نصف

چھوٹے قوس کا وتر دریافت کرو جواب ۴۶۰۸۲۷

(۱۶) دائرہ کا محیط ایک وتر سے جس کا طول ۷۲۰ ہے دو قوسوں میں تقسیم ہوا ہے

اور قطر اس کا ۱۷۸۱ ہے تو چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف بڑے قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ارتفاع ۱۸۱ اور وتر ۱۴۷۰

(۱۶) ایک دائرہ کا قطر ۱۶۹ ہے اور اس کا محیط ایک وتر سے کہ طول میں ۱۲۰ ہو دو فوسوں میں تقسیم ہوتا ہے تو چھوٹے فوس کی چوتھائی فوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۳۳۱/۱۷۳۶
(۱۷) ایک دائرہ کا قطر ۵۴۰/۸ ہے اور ارتفاع فوس کا ۲۰۵/۸ ہے تو اس فوس سے دو چند فوس کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۸۰

(۱۸) قطر اور محیط کی نسبت کا بیان - محیط اور قطر میں نسبت حجم ہو کہ یہی پوری نہیں نکلتی نہ ٹکلیگی مگر ان اتنا ہی کہ اس کو جقدر چاہیں تقریباً دریافت کر سکتے ہیں متعدد میں سے نسبت قطر اور محیط کی ۲۲۰ کی سی بنائی مناخرینے اس کو زیادہ قریب بھت کر کے یہ کہا کہ قطر اور محیط میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ آگ کو ۳۱۴/۳۰ سے اور پیرا تو یہی زیادہ تر یہ نسبت قرار پائی جو ۱۱۳ کو ہے ۳۵۵ اور پیرا یہی بہت زیادہ صحیح کے قریب یہ نسبت مقرر ہوئی جو آگ کو ہے ۳۱۴/۳۰ سے اور آگ کی قریب بھت نسبت دریافت کر سکتے ہیں مگر روزمرہ کا کارروائی کے لئے فقط نسبت ۳۱۴/۳۰ کی کافی ہے

اس نسبت تقریبی بنانا اس طرح سے کہ بہت سے ہندوی لڑکوں کی سمجھ میں آجائے مشکل ہے مگر شاید سب سے زیادہ عمدہ ترکیب اس کے بنانا کی یہ ہو جو ہم اب لکھتے ہیں اس سے زیادہ کوئی صاف اور سیدی ترکیب نظر نہیں آتی اور وہ اس کتاب پر پہنچی ہے اس کا استخراج دفعہ الی تیسرے جلد پر موقوف ہے فرض کرو کہ ایک مسدس دائرہ کی اندر بنا لیا گیا ہے تو اس کا ایک ضلع برابر نصف قطر کے ہوگا پس اگر قطر دائرہ ہو تو ضلع اس مسدس کا یا وتر مسدس محیط دائرہ کا ہوگا اب اگر اربعہ ضلع کی شکل دائرہ میں بنائی جاوے تو اس کا ایک ضلع وتر ہوگا نصف مسدس محیط دائرہ کا اور وہ اس صورت سے دیکھنا ہوگا کہ $د = ق \times \frac{1}{2}$ (ق - مسدس - د) جس میں د وتر نصف فوس کا اور ق قطر دائرہ کا اور د وتر کل فوس کا ہے پس جب قطر ۲ ہے تو اوپر کی صورت جبریہ کی شکل یہ ہوگی کہ $د = ۲ - ۲ = ۰$ پس موافق اسکے جب وتر چھبے محیط کا آئے تو بارہوں حصے کا یہ ہوگا $۳۱۴ - ۳۱۴ = ۰$ اب اگر یہ د

کی جگہ پر کہا جاوے تو درجہ بیسویں حصہ کا $۲۸-۲۸+۲۸=۳۸$ اور علیٰ ہذا القیاس اٹھالیسویں حصہ کا $۲۸-۲۸+۲۸+۲۸=۴۸$ اب اگر اس طرح سے قوس کو نصف کرنے جائیں اور یہی عمل کریں تو دریافت ہوگا کہ وتر بہت قریب قریب اپنے قوس کے ہوجاتی ہیں یعنی جو عدد نہایت چھوٹے نصف قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہیں وہ قریب قریب ہوتے ہیں نصف اور ان عددوں کے جو کل قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہیں توضیح اسکی جدول مفصلہ ذیل پر ہوتی ہے اس کے عددوں پر غور کرو تا دہر کا بیان سمجھ میں آجاوے گا

جب نصف قطر ہو تو وتر

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	چھٹی حصہ کی محیط کا
۶۵۱۷۴۳۸۰۹۰۲۰	بارہویں حصہ کا
۶۲۴۱۰۵۲۳۸۴۴۴	چوبیسویں حصہ کا
۶۱۳۰۸۰۴۲۵۸۴۴	اٹھالیسویں حصہ کا
۶۰۴۵۴۳۸۱۴۵۴۴	چہالیسویں حصہ کا
۶۰۳۲۷۲۳۴۳۴۳۵	۱۹۲ نوین حصہ کا
۶۰۱۴۳۴۲۲۷۹۲۱	۳۸۴ نوین حصہ کا
۶۰۰۸۱۸۱۲۰۸۰۵	۷۶۸ نوین حصہ کا
۶۰۰۴۰۵۰۴۱۲۵۸	۱۵۳۴ نوین حصہ کا
۶۰۰۲۰۴۵۳۰۷۳۴	۳۰۷۲ نوین حصہ کا
۶۰۰۱۰۲۲۴۵۳۸۱	۶۱۴۴ نوین حصہ کا
۶۰۰۰۵۱۱۳۲۴۵۲	۱۲۲۸۸ نوین حصہ کا
۶۰۰۰۲۵۵۴۴۳۴۴	۲۴۵۷۶ نوین حصہ کا

اب ان اعداد کو غور سے دیکھو تو معلوم ہوگا کہ آخر وتر گیارہ مرتبہ کے عشریہ تک مطابق ہوتا ہے

آسان ترکیب

ترکیب مروجہ

$$۲۹۴۳۵$$

$$۲۹۴۳۵$$

$$۳۵۰۸$$

$$۳۵۱۴۱۴$$

$$۳۹۴۰۸۰$$

$$۲۹۴۸۱۰$$

$$۱۲۸۹۰۵$$

$$۲۹۴۳۵$$

$$۱۵۲۸۳۴۵۸۰$$

$$۱۹۸۵۲۰$$

$$۲۹۴۳۵$$

$$۳۰۵۵۴۵۱۴ = \frac{1}{5} \text{ حصہ}$$

$$۱۲۸۹۰۵$$

۱۵۵۹۳۳۳۱۴ یہ جواب ہے

دوسری مثال ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۵۹ فیٹ ہے، تو اسکی محیط جو قوس

۵ ۳۴ کی ہے اسکا طول بتلاؤ کیا ہوگا

قطر دائرہ ۱۳۶۴ ہے اور محیط ۱۳۶۴ × ۳۱۴۱۵۹ = ۴۳۳۴۴۸

یہ طول ۳۴۰ کا ہے

اب ۵ ۳۴ یا ۵ ۳۴ درجہ ۴۲ وان حصہ ۳۴۰ کا ہے اسکا

۴۲ ÷ ۴۳۳۴۴۸ = ۴۸۲۳ فیٹ کے بھی جواب ہے

تیسری مثال دائرہ کا محیط ۱۵۵۹۳۳۳ ہے قطر اسکا دریافت کرو

$$۱۵۵۹۳۳۳ \div ۳۱۴۱۵۹ = ۴۹۶۳۱$$

چوتھی مثال نصف قطر پر دائرہ بناوین کہ اسکی محیط کی قوس ۲۵ ۲۵

کا طول ۱۲ فیٹ ہو

جب ۱۲ ۴۸۴۵ ۱۱ ۱۱ دقیقہ کا طول ۱۲ فیٹ ہو تو

ایک دقیقہ کا طول ۲۸ ۲۳۵۴۳۱ ہوگا

$$۳۴۰ \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۲۸ = ۲۳۵۴۳۱$$

∴ نصف قطر = ۳۱۸۳۱ × ۳۴۰ × ۴۰ × ۴۰ × ۲۸ = ۲۳۵۴۳۱ × ۲

مثلاً نمبری ۱۰

- (۱) جس دائرہ کا قطر ۲۹ انچہ ہے اس کا محیط دریافت کرو جواب ۹۱۵۱۰۴ انچہ
 (۲) اوس دائرہ کا محیط کیا ہے جس کا قطر ۹۷۴۱۸۶ فیٹ ہے جواب ۱۱۴۶۱۰۷ انچہ
 (۳) زمین کا قطر ۴۱۷۴ میل ہے اس کا محیط بتلاؤ جواب ۲۷۸۴۹
 (۴) ایک دائرہ کا قطر ۳۸۷۴۱۵ فیٹ ہو اس کی محیط کے تیرہویں حصہ کا محیط دریافت کرو جواب ۱۴۳ فیٹ

- (۵) ایک دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کا محیط ۴۷ گز ہے جواب ۲۵۳۵۴۳ گز
 (۶) اگر ایک دائرہ کا محیط ۲۲۹ فیٹ ہو تو بتاؤ اس کا قطر کیا ہوگا جواب ۲۷۸ فیٹ
 (۷) ایک مدور کہیت کا نصف قطر ۴۳ گز ہے تو بتاؤ اس کی میٹہ بندی کی لاگت بحال
 ۷۰۰ پائی فی گز کیا ہوگی جواب ۳۵ روپیہ ۹۳ پائی
 (۸) اگر نصف النہار زمین کے ایک درجہ کا طول ۹۹۱۱ ہو تو بتاؤ زمین کا قطر کیا ہوگا
 جواب ۹۱۸

- (۹) جس دائرہ کا قطر ۱۱ انچہ ہے اس کے محیط کی ۱۷۰ کا کیا طول ہوگا جواب ۲۷۲۰۲ انچہ
 (۱۰) ایک دائرہ کا قطر ۶ فیٹ ہو تو اس کے ۶ فیٹ یعنی قوس میں کچے درجے ہونگے
 جواب ۱۸۳ ۲۰ ۲۷
 (۱۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہو تو اس کے محیط کے ۱۵ انچہ میں کچے درجے ہونگے
 جواب ۲۲ ۲۰ ۴۷
 (۱۲) ایک دائرہ کے محیط میں ۴۷ ۴۷ ۴۷ کا طول ۵ انچہ ہو تو بتاؤ دائرہ کا قطر کیا ہے
 جواب ۱۰ فیٹ

- (۱۳) دائرہ کے اوس قوس میں کچے درجے ہونگے جو اس کے نصف قطر کے برابر طول میں
 جواب ۱۷۰ ۱۷۰ ۱۷۰

- (۱۴) ایک دائرہ کے قوس ۷۰ ۷۰ کے طول میں برابر دو سر دائرہ کے قوس ۷۰ ۷۰

پس اگر محیط پہلے دائرہ کا ۲۱ فیٹ ہو تو دوسرے دائرہ کا قطر کیا ہوگا جواب ۱۶۲ اوسے

(۱۵) ایک باغ کے گرد اگر دھچکر کی سڑک بنی ہوئی ہو جس کے باہر کے چکر کا محیط ۳۳۰ گز ہو اور اندر کے چکر کا محیط ۳۱۰ گز ہے تو بتاؤ سڑک کتنی چوڑی ہے جواب ۱۰۲۲ گز

(۱۶) ہاف کرڈن جس کا رواج ابھی ہندوستان میں ہوا ہے، اس کے کاسکے ہنگنان کا، اوسکا محیط بتلاؤ اگر اوسکا قطر شلنگ کے قطر سے ۳۲ انچہ زیادہ لتا ہو اور شلنگ اور ہاف کرڈن کے

قطر ملکر برابر ہوں اوس دائرہ کے قطر کے جسکا محیط ۷ انچہ ہے جواب ۱۷ انچہ

(۱۷) ایک قوس صغیر کا وتر یا ارتفاع معلوم ہو اور قطر دائرہ کا بھی معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گز میں سے وتر قوس کو تفریق کرو حاصل تفریق کی تہائی لتائی قوس لگائی اگر زیادہ تر سخت منظور ہو تو اس قاعدہ کو کام میں لاؤ کہ چوتھائی قوس کے وتر کی آٹھ گز میں سے

نصف قوس کا وتر تفریق کرو تو حاصل تفریق کی دو تہائی زیادہ تر صحیح طول قوس کا ہوگا یہ قاعدہ ایسا ہے کہ بالکل ٹھیک ٹھیک طول قوس کا نہیں دریافت ہوتا بلکہ اوس میں کچھ غلطی رہتی ہے

اور یہ غلطی اوس قدر بڑی ہوگی جس قدر قوس بڑی ہوگی یا وتر کا جس قدر طول بڑا ہوگا لیکن اکثر سوالات غلطی کی کارروائی میں غلطی اسی خفیف ہوتی ہے کہ وہ قابل لحاظ نہیں ہوتی یا خصوصاً

یہہ غلطی نوا و سوقت بالکل ہی قابل لحاظ نہیں جب دوسری صورت قاعدہ کے کام میں لائی جاوے اور قاعدہ اوں قوسوں کے طول دریافت کرنے کے لیے کافی ہے جو ۱۸۰ سے کم ہے اور

وتر نصف قطر سے کم ہے اور اوسکی قیمت عددی ۱۰۰ سے زیادہ نہیں ہے، لیکن جب طول ایسے قوس کا دریافت کرنا ہو کہ نصف محیط دائرہ سے بڑی ہو تو اوس چھوٹے قوس کا

طول دریافت کرو اور اوسکو کل محیط میں سے تفریق کر لو تو بڑے قوس کا طول معلوم ہو جاوے گا یہاں مثال نصف دائرہ سے کم قوس کا وتر ۲ ہے اور قطر دائرہ کا ۴ ہے پھر طول قوس کا ۲.۵۷۳۸

اب یہاں وتر اور قطر میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۴ اور ۲ میں اور تمام دائرے ایک دوسرے کے

منشا بہ ہو میں پہلے اول ہم طول اوس قوس کا دریافت کرتے ہیں جس کا وتر ۴ اور قطر ۳ ہے
 وتر نصف قوس کا جذر $\frac{1}{2} \times (10 - 2.0 - 4) = 3.5$ ۳۵۱۶۲۲۸ ہے اس کا اٹھ گنے سے عدد
 ۴ کو تفریق کرو تو باقی کی نہائی ۴۵۷۳۲۷۷ طول اوس قوس کا ہو جس کا وتر ۴ ہے پہلے جس
 قوس کا وتر ۲۵ ہے اس کا طول ۲۶۵۸۰۳ ہے یہی جواب ہے

اب زیادہ صحیح جواب حاصل کرنے کے لئے یہ عمل کرو کہ

وتر جو نہائی قوس کا ہو جذر $\frac{1}{2} \times (10 - 2.0 - 1) = 3.5$ ۱۵۴۰۱۸۲ = اس کا اٹھ گنے سے اس
 عدد ۳۵۱۶۲۲۸ کو تفریق کرو تو دو نہائی ۴۵۷۳۲۷۷ طول اوس قوس کا ہے جس کا
 وتر ۴ ہے جب یہ طول قوس کا ۴ کے وتر کا ہے تو ۲۵ کے وتر کا طول قوس ۲۶۵۸۱۲ ہو گا اور یہ بہت
 قریب اصل طول کے ہے

دوسری مثال دس ایک قوس کا ۱۸ ہے اور ارتفاع ۲۰ طول قوس کا دریافت کرو
 قطر یہ ہے کہ $(4 + 20) \div 2 = 12$ پس اس سے طول چھوٹے قوس کا جس کا ارتفاع
 ۲۷۵۰۵ ہے دریافت کریں اور وتر نصف قوس کا جذر $\frac{1}{2} \times (27505 + 27505) = 27505$

۲۷۵۰۵ سے $\sqrt{(27505 - 27505) \div 2} = 12$ اس رقم حاصل کی اٹھ گنے سے وتر نصف
 قوس کا تفریق کرو تو دو نہائی حاصل تفریق کی نہ ہوگی ۲۰۳۳۸ یہ طول چھوٹے قوس کا ہو جس کا وتر
 ۱۸ ہے

اگر زیادہ تر سخت منظور ہو تو یہی عمل تیسری مرتبہ کرو تو ۲۰۳۳۴ حاصل ہو اور اس میں اور پہلے
 جواب میں بہت کم فرق ہے محیط $1214 \times 3.14 = 3814$ ۷۵۵۵۵

چھوٹے قوس = ۲۰۳۳۴

بڑے قوس = ۵۵۵۲۱۴ یہ جواب ہے

مثالیں مشق کی دہلی (۱۱)

(۱) ایک دائرہ کا قطر ۳۴ ہے اور اس کی ایک قوس کا وتر ۱۴ ہے تو بتاؤ اوس قوس کا طول کیا ہو گا

جواب ۸۶۵۸۷۱۷۶۱۵۹۰

(۲) ایک قوس نصف دائرہ کو کم ہے اور اس کا وتر ۳۳۴ ہے اور قطر ۶۲۵ ہے طول قوس کا دریافت کرو جواب ۷۴۷۳۵

(۳) ایک قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۶۰ ہے اور ارتفاع ۱۶ ہے جواب ۷۹۷۳۵

(۴) قوس کا طول کیا ہوگا جس کا وتر ۸۰ انچہ ہے اور قطر ۸۳ $\frac{1}{2}$ انچہ ہے

جواب = ۱۵۴۶۵۵ انچہ

(۵) وتر ایک قوس کا ۳۶ ہے اور ارتفاع ۴ ہے تو بناؤ طول قوس کا کیا ہے جواب ۱۷۷۳۵

(۶) ایک قوس کا کیا طول ہوگا جس کا وتر ۲۰ گز ہے اور ارتفاع آٹھ گز ہے جواب ۳۲۶۹۳ گز

(۷) ایک دائرہ کا محیط اسکی قطر سے ۱۰۰ گز بڑا ہے اور اسکی دو قوسوں کا وتر مشترک ۲۵ گز

ہے تو اون قوسوں میں چھوٹے قوس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۶۶۳۸ گز

فصل ہفتم دائرہ کی مساحت میں

(۱) ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے مربع کو ۸۵۴۷۷۷ میں ضرب دو یا زیادہ صحت منظور ہو تو اسکو ۷۸۵۳۹۸۲ و

میں ضرب دو حاصل ضرب قبدہ دائرہ کا ہوگا دلیل اس قاعدہ کی طرح سے خوب سمجھ میں آگئی ہے

کہ دائرہ کیا ہے ایک کثیر الاضلاع ہے جسکے اضلاع کی تعداد لانتہا، اور رقبہ کثیر الاضلاع کا

حاصل ضرب عمود اور نصف مجموعہ اضلاع کا ہوتا ہے یہاں عمود تو منطبق اور برابر نصف قطر کے ہے

اور مجموعہ اضلاع دائرہ کا محیط ہے اور محیط برابر ہوتا ہے قطر $\times ۳.۱۴۱۵۹$ کے پس عمود

\times نصف مجموعہ اضلاع میں بہہ ہوا کہ نصف قطر $\times \frac{1}{2}$ (قطر $\times ۳.۱۴۱۵۹$) کے یعنی مربع

قطر کا ۷۸۵۳۹۸۲ میں

جب محیط اور قطر دونوں دائرہ کے معلوم ہوں تو نصف قطر کو نصف محیط میں ضرب دینے سے رقبہ دائرہ کا حاصل ہو جائیگا

انتباہ

پہلے ایک سان ترکیب ۱۴۱۳ میں ضرب دینے کی بیان کر آئے یہاں اسی قبل کی ترکیب ۸۵۴ میں ضرب دینے کی یہ ہے کہ جس عدد میں ضرب دینا ہو اس کو اول ۷۷ میں ضرب دین اور حاصل ضرب پر پچاسواں حصہ حاصل ضرب کا زیادہ کریں تو حاصل وہی ہوگا جو ۸۵۴ میں ضرب دینے سے حاصل ہوتا

اول مثال قطر دائرہ کا ۴۲ ہے رقبہ اس کا بتلاؤ

آسان ترکیب

$$\begin{array}{r} ۲۴۲۰۴۴ \\ \times ۷۷ \\ \hline ۱۶۹۴۴۲۸ \\ ۱۶۹۴۴۲۸ \\ \hline ۱۸۷۳۸۹۶۲۸ \\ \times ۷۷ \\ \hline ۳۷۲۷۷۷۸ \\ ۱۹۰۱۱۷۷۰۴ \end{array}$$

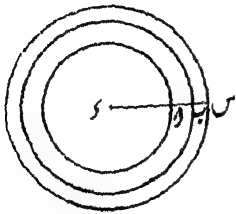
ترکیب مروج

$$\begin{array}{r} ۲۴۲۰۴۴ = (۴۲)^۲ \\ \times ۷۷ \\ \hline ۱۶۹۴۴۲۸ \\ ۱۶۹۴۴۲۸ \\ \hline ۱۲۱۰۳۲۰ \\ ۱۹۳۷۵۱۲ \\ \hline ۱۶۹۴۴۲۸ \\ ۱۹۰۱۱۷۷۰۴ \end{array}$$

دوسری مثال ایک ذبیہ کا محیط ۷ انچہ اور ایک پیسے کا محیط ۳ انچہ ہے تو بناؤ رو بہ کتنی جگہ زیادہ بہ نسبت پیسے کے گہیرا ہے پیسے کا قطر ۳۱۸۳۱ x ۳ ہے اور رو بہ کا قطر ۳۱۸۳۱ x ۴ ہے اور رقبہ برابر ہوتا ہے قطر x ۱/۲ محیط اس لئے فرق رقبوں کا برابر

$$\text{ہوا } (۴ - ۳) \times ۳۱۸۳۱ \times ۵۵۷ = ۳۱۸۳۱ \times ۵۵۷ \text{ انچہ یہی جواب ہے}$$

تیسری مثال ایک دائرہ جس کا قطر ۲۳ انچہ ہے تین برابر حصوں میں اسے محیطوں سے تقسیم ہوا جس کا مرکز وہی ہے جو پہلا دائرہ کا تھا تو یہ دو برابر حلقے جو پیدا ہوئیں ان کا عرض دریافت کرو جن حلقوں کا عرض اب اور بس ہے انہیں سے ہر ایک ساخت میں برابر اس دائرہ کے ہے جس کا قطر دیا ہے تو ان تینوں دائروں متحدہ مرکز کے رقبوں میں نسبت ۱۶ : ۲۵ : ۳۶



کی ہوئی اور تمام دائرے متشابہ ہوئیں
اس واسطے ان دائروں کے رقبوں میں نسبت ایسی ہوگی
جیسے نصف قطر آ اور د ب اور د س کو مرکزوں میں
اسلمی معلوم ہوا کہ نصف قطروں میں وہ نسبت جو ۲ و ۳
کے جذروں میں

پس اسوجہ سے $۳۸ : ۳۸ :: ۱۱ : ۱۱ = ۹۸۲۳ : ۹۸۲۳ = ۹۸۲۳ : ۹۸۲۳$ انچہ یہ د ب ہے

$۳۸ : ۳۸ :: ۱۱ : ۱۱ = ۳۸ : ۳۸ = ۳۸ : ۳۸$ انچہ یہ د و ہے

پس عرض د ب ۰ ۲۵۰۲۵۰۲ انچہ ہے

اور د س = د ب = ب س = ۲۵۱۱۰۳ انچہ ہے

مثالیں مشق کی واسطی (۱۲)

(۱) اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کا قطر ۹۵ ہے جواب ۷۸۶۲۲۰۸۸

(۲) ایک ل میز کے اوپر کے تختہ کا رقبہ کیا ہوگا جس کا قطر ۴ پ گز ہے جواب ۱۵۶۹۰۴۳ م گز

(۳) نصف قطر ایک دائرہ کا ۵۷ پ ہو تو اس کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۱۰۳۸۴۵۸۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۷ فیٹ ۷ انچہ ہو اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۲۲ م فیٹ ۱۴۵۴ انچہ کے

(۵) ایک دائرہ کا محیط ۲۵ ہے اس کا رقبہ کیا ہے جواب ۷۹۷۳۶

(۶) دائرہ کا محیط ۳۵۵ ہو اور اس کا قطر ۱۱۳ ہے رقبہ دائرہ کا دریا کرو جواب ۱۰۰۲۸

(۷) ایک دائرہ کا رقبہ ۴۱ م گز ہے اس کا قطر دریافت کرو جواب ۳۴۵۹۸ م گز

(۸) اوس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کا رقبہ برابر ہو اوس مربع کے رقبہ کے جس کا ضلع

۹۲۸ م گز ہے جواب ۵۰۵ م گز

(۹) محیط اوس دائرہ کا دریافت کرو جس کا رقبہ ۲۰۵۸ م گز ہے جواب ۳۱۹۵۳۳۷۵

(۱۰) ایک ایکڑ گول زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۸ م گز

(۱۱) نصف دائرہ کی شکل کا ایک فرش ہے اور اس کا قاعدہ ۱۴ گز ہے اور $\frac{1}{2}$ فٹ چوڑا گاڑا ۳ گز کا اوسین لگا ہے اور اس کتبوت میں $\frac{1}{10}$ گز کثیر اکثر نون میں گیا ہے تو بناؤ کیا لگت فرش میں لگیگی جواب ۱۰ روپیہ ۱۴ $\frac{1}{10}$ پائی

(۱۲) ایک چکر کی سڑک ہے اور اس کے اندر کے چکر کا قطر ۸ گز ہے اور باہر کے چکر کا ۳ گز قطر ہے تو اس چکر کی سڑک ہر کے گز بجری چھگی جواب ۱۶۱

(۱۳) ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جب کا رقبہ برابر ہو ایک ایسے دائرہ کی جس کا محیط ۲۶۵۸۵۴۷۴ انچہ زیادہ اس کے قطر سے ہو جواب ۱۱۳۵۱۱۳۵ انچہ

(۱۴) دو دائرہ اور ان میں اور اون کے رقبے ۳۰ $\frac{1}{2}$ و ۴۷ مربع فٹ ہیں تو بتلاؤ ان میں کے درجہ کے قوس طول میں برابر م کے ۲۲ کے قوس کے ہوگی جواب ۳۳

(۱۵) ایک باغ نصف دائرہ کی شکل کا ہے اور اس کا احاطہ ۲۴ گز کا ہے تو بتاؤ اس باغ میں کس قدر زمین ہے جواب ۳ روڈ ۷۸ و ۱ پاول

(۱۶) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں ضلعوں کا مجموعہ برابر ہو ایک دائرہ کے محیط کی تو ثابت کرو کہ مثلث کی رقبہ کو دائرہ کے رقبہ سے ایسی نسبت ہے جیسی کہ ۴ کو ہے ۸۱ سے

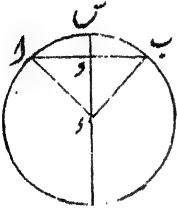
(۱۷) موہن سوہن رادھا ملکر ایک سان کا چکر ۳۷ انچہ قطر کا ہے کو خرید اور اس قیمت میں سوہن نے اور سوہن نے بیٹا اور رادھا نے بیٹا دئے تو بتاؤ موافق اپنی قیمت کو موہن اور سوہن اور رادھا کو اس سان کی کے انچہ تک کام میں لایا کیا استحقاق حاصل ہے

جواب موہن کو ۷ انچہ اور سوہن کو ۱۴ انچہ اور رادھا کو ۸ انچہ

(۱۸) فرض کرو کہ یہی سان لے کر کو خرید تو اس کا قطر ۳۷ انچہ ہوتا اور سوہن نے بیٹا اور سوہن نے بیٹا اور رادھا نے بیٹا دئے ہوتے اور پانچ انچہ مربع کا گردہ بیچیں لکری لگا کے لئے چھوڑ دیا تھا تو اب بتاؤ ہر ایک کے انچہ کی نصف قطر پر ان کو کام میں لایا کیا استحقاق

رکھتا ہے جواب موہن ۳۵۷۴ اور سوہن اور رادھا میں سے ہر ایک ۳۳۰۳۳۵ انچہ

(۲) ایک دائرہ کا قطاع و اس بے مثلثی شکل کا اور دو نصف قطروں اور محیط کے درمیان واقع ہوا ہے



اور محیط اور نصف قطروں کے درمیان ہے
ظاہر ہے کہ رقبہ اس قطاع کا دائرہ کے رقبہ کا اسیا حصہ ہوگا
جیسا کہ قوس اس بے محیط دائرہ کا حصہ ہیں اسے قاعدہ
قطاع کے رقبہ دریافت کریں گے مستنبط ہوتا ہے

قاعده

نصف قطر کو نصف قوس میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ قطاع کا ہوگا
پہلی مثال قوس ۴۲° ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے رقبہ قطاع کا دریافت کرو
دائرہ کا رقبہ $۳۰ \times ۸۵۴ = ۲۵۶۲۰$ مربع فیٹ کی ہے اور ۴۲ میں سو ساٹھویں حصے برابر ہیں
سات ساٹھویں حصوں کے پس اگلے رقبہ قطاع کا بچے حصہ رقبہ دائرہ کا ہے
یعنی $۱۵ \times ۸۵۴ = ۱۲۸۱۰$ یا ۸۲۵ م فیٹ ہے اور یہی جواب ہے

دوسری مثال وتر ایک قطاع کا $۲۴ \frac{1}{2}$ ہے اور قطر دائرہ کا ۳۰ ہے رقبہ قطاع کا بتلاؤ اب
بیان موافق قاعدہ اول کے طول قوس کا ۲۸.۵۲۴ دریافت کیا اور پھر $۱۷ \times ۱۵ = ۲۵۵$ یا ۲۱۱
یہی جواب ہے

مثالیں پیش کی واپسی (۱۳)

(۱) ایک قطاع کی قوس ۵۲° ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۷.۱۴
(۲) اس قطاع کا رقبہ بتلاؤ جس کا وتر ۱۱۷۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے جواب ۱۰۰۰۰
(۳) ایک قطاع کی قوس ۳۶° ہے اور دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اس کا رقبہ بتلاؤ
جواب ۲۱۹.۰۲ ہے

(۴) ایک قطاع کا وتر ۱۴۸ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۸ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۳۹.۴
(۵) قطعہ دائرہ و وتر دائرہ کا ہے جو وتر سے قطع کیا جاوے پہلی دفعہ کی شکل کو دیکھو تو

اجزاء اس ب اور اسی ب قطعات میں دتر اب سے قطع ہوئی ہیں اب ظاہر ہے کہ رقبہ نصف دائرہ سر کم قطعہ کا یعنی قطعہ صغیر کا بہ ہوگا کہ قطاع کے رقبہ میں سے اس مثلث کا رقبہ کم کریں جو نصف قطر و وتر پر بنا ہے پس یہ قاعدہ قطعہ کے رقبہ دریافت کرنے کا مستنبط ہوا

قاعدہ

اول اوسی قطعہ کے فوس پر جو قطاع واقع ہو اور کا رقبہ دریافت کرو اور پہر اوسی مثلث کا رقبہ جو قطاع میں سے کم ہو کر قطعہ پیدا کرنا ہی اور پہر رقبہ میں سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو تو حاصل رقبہ قطعہ ہوگا اگر کہ قطاع جو قطعہ کے فوس پر بنی ہو اور رقبہ میں اور قطعہ کے رقبہ میں فرق بقدر رقبہ مثلث کو پس رقبہ میں سے مثلث کے رقبہ کی تفریق کرنے سے رقبہ قطعہ حاصل ہوگا اور اگر رقبہ میں سے اور جب قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہو یعنی قطعہ اکبر ہو تو جو قطعہ وتر پر بنی ہوگا اور کا رقبہ ہوا قاعدہ مذکور الصدر دریافت کرو اور کل دائرہ کے رقبہ میں سے تفریق کرو

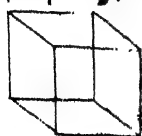
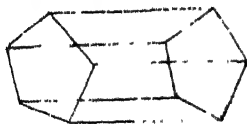
مثال ایک دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو وتر ۲۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے عمود و جذر (۱۷-۱۵) کا ہے اور یہ $= ۳ \frac{1}{2}$ اس کا ارتفاع ۱۹ ہے اور اس کے وتر نصف فوس کا ۱۵ ہے اور اسی رقبہ فوس کا وتر ۱۷.۵ ہے دریافت ہوگا اور زیادہ صحت کی اس سب سے کہ زاویہ قطاع کا بیڑا چھ آٹھویں حصہ فوس کا طول ۱۷.۵۰۰۰۴۶ دریافت کیا اور اس وتر کے آٹھ گنے سے ۱۷۵.۵ تفریق کرو اور حاصل تفریق کی جائے تباہی تو تو کم ہو طول فوس اس ب کا ۱۷۵.۵ معلوم ہوگا اور اس کے نصف کو نصف قطر میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۱۷۵.۵۰۴۳۷۵ حاصل ہوتا ہے یہ قطعہ کا رقبہ ہے اب اس میں سے رقبہ مثلث اس ب کا $\frac{1}{2}$ (۱۷.۵ × ۳.۵) تفریق کرو تو حاصل تفریق ۱۷۵.۵۰۴۳۷۵ ہوگا اور یہ رقبہ قطعہ اس ب کا ہے

مثالیں مشق کی واسطی (۱۷)

- (۱) ایک فٹس کا وتر ۴۷ ہے اور قطر ۵۰، تو رقبہ دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا کیا ہوگا جواب ۲۷۵ $\frac{1}{4}$
- (۲) ایک فوس کا وتر ۴۷ ہے اور قطر ۵۰، چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۱۲
- (۳) ارتفاع ایک فوس ۵۸ ہے اور قطر آہر قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۳۳۳
- (۴) وتر قطعہ دور کا ۸ ہے اور ارتفاع ۳۰ رقبہ کیا ہے جواب ۱۷۶۷۷۷
- (۵) قطعہ کا ارتفاع ۲۷ سٹم گز ہے اور قطر ۲۵ گز ہے تو اس کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۱۵ م گز
- (۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ۳۰، تو بناؤ رقبہ او میں اس بڑے قطعہ کا جو ۱۰ انچہ وتر سے منقطع ہو کیا ہوگا جواب ۲۰۵۶۲۷۵ م انچہ

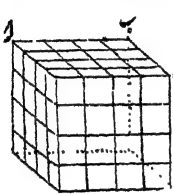
فصل ششم

- (۱) علم ہند میں جن جسم او کو کہتے ہیں کہ جسمین متساویاتہ یعنی طول عرض و سمک ہوتے ہیں او کو ایک سطح یا کئی سطح احاطہ کرنے ہیں اور جو جگہ جسم میں گہرائی ہو او کو جتایا جھٹا یا حجم کہتے ہیں
- (۲) منشور وہ جسم ہے کہ او کی دونوں قاعدوں کے سطح متوازی ہوں اور باقی اطراف میں او کی سطح متوازی الاضلاع ہوں اب یہ قاعدہ منشور کے مثلث اور ذوالربعۃ الاضلاع یا کوئی اور مستقیم الاضلاع ہو سکتے ہیں پس اگر منشور کے قاعدہ مثلث ہیں تو منشور مثلثی اور اگر مستطیل ہیں تو منشور مستطیلی اور اگر مربع ہیں تو منشور مربعی اور محسوس ہیں تو منشور محسوس اور علیٰ ہذا القیاس کہلاتی ہیں اگر ایک منشور کی چھوٹی طرفوں کے سطح متوازی الاضلاع ہوں تو اس منشور کو جسم متوازی الاضلاع کہتے ہیں اور اگر یہ سطح متوازی الاضلاع قائمہ الزاویہ ہیں تو جسم متوازی الاضلاع قائم کہیں گے اور اگر وہ برابر مربع ہوں تو جسم مکعب کہیں گے اور ہم مکعب کا ہر طرف مکعب سے نہوگی بلکہ اسکے کنارہ سے مراد نہوگی جس منشور کی اطراف او کے قاعدوں پر عمود ہوں او کو منشور قائم کہیں گے سو اسکے جوارہ صورت منشور کی ہو او کو منشور مائل



(۳) مجسم کی جسامت ناپنے کے پانے ہنداد ثلثانہ طول عرض و سمک سے پیدا ہوتے ہیں
فرض کرو کہ جسامت شکل کعبی اوڈ کی بیان کرنی منظور ہو اور اس کو اوپر کی طرف میں سب برابر یعنی ہیں
اور اس کا طول اور عرض اور سمک سب یکساں ہیں برابر ہیں
پس اگر طول اور عرض اور سمک سب برابر ہو تو اس کو ایک کعبہ کہتے ہیں

یا ارتفاع اس دا انچہ طول میں ہو تو ساری جسامت کو ہم انچہ کعب کہتے ہیں
لیکن اگر ہر ایک کنارہ کعب کا ۴ انچہ طول میں ہو تو اب اور بس اور س دو کبار برابر حصوں میں
کرنے سے خطوط متوازی تقسیم کرتے ہوئے کچھ چار برابر حصوں میں جسم تقسیم ہوگا اور ان حصوں میں



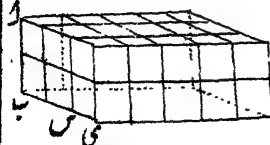
وای ایک ہوگا اب ہر کہ جسم وای میں ہندرا انچہ کعب میں جقدر سطح
اس میں انچہ ربعی میں یعنی ۴x۴x۴ کعب انچہ اور کل جسم چار وای وای ہوئے
اور میں ۱۶ انچہ کعب ۴x۴ = ۱۶ کعب پنج

(۴) کعبی پنجا اکثر انچہ و فیٹ اور گرتو ہیں بس ۱۲x۱۲x۱۲ یا ۲۸۸ کعب پنج ایک کعب فیٹ
میں اور ۳x۳x۳ یا ۲۷ کعب فیٹ ایک کعب گرتو ہیں ہو اور فوٹ کی طرف دریا کریمین اکثر
لیکن کام میں تے ہیں گیلن شاہی آبکاری کے کاخانہ میں بہت مستعمل ہے اور اس کا طرف یعنی سٹاؤ
۴x۴x۴ یا ۶۴ کعب انچہ ہے اور او میں ۴ کو اڑتر یا ۶۴ کعب ہوتے ہیں

(۵) ایک منشور کی جسامت کعبی دریافت کرو

قاعدہ

ایک قاعدہ کے رقبہ کو اس بعد عمودی میں کہ قاعدوں کے درمیان کچھ ضرب دو حاصل جسامت مطلوب ہوگی
پہلی مثال ایک سل سنگ سرخ کی د فیٹ لمبی اور ۲ فیٹ چوڑی اور ۲ فیٹ موٹی ہو اس کی جسامت کی ہوگی
فرض کرو کہ طول اس دو پنج برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور عرض بس ۲ برابر حصوں میں



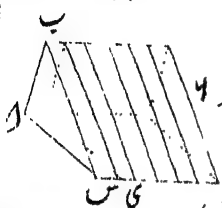
دل اور ۲ میں تو سطح اس میں ۳x۳ یا ۹ کعب فیٹ ہیں
اسو مجسم وای میں کعب فیٹ ہیں کل اس وای میں کعب فیٹ

۳ مکعب فیٹ ہوئی

دوسری مثال منشور مثلثی او طول میں ۶ انچہ ہر اور او ہر ایک عدد کے ضلع ۴ ۱/۲

۷ ۱/۲ وہ انچہ میں اگر اب ۲ ۱/۲ ہے اور اس ۶ ۱/۲ اور بس ۷ انچہ ہر تو رقبہ قاعدہ

اب اس کا ۱۲ ۱/۲ مربع در یافت ہوگا



بس ۱۲ ۱/۲ جسم کی ب ۱۲ ۱/۲ مکعب ہوگا اور کل منشور ۱۲ ۱/۲ انچہ مکعب ۶ x

= ۷۸ مکعب انچہ کی

یہ ظاہر ہے کہ منشور مثلثی نصف منشور ذوالربعہ الاضلاع ہو گا بشرطیکہ ارتفاع دونوں کا ایک ہو

تیسری مثال ایک برتن ۷ فیٹ لمبا اور ۱/۲ انچہ گہرا اور ۱۹ انچہ اوپر چوڑا اور ۱۲ ۱/۲ نیچے سے

چوڑا ہے تو تباؤ او میں کے گیلن بانی آویگا

یہاں قاعدہ منشور کے ذور نصفہ میں اور رقبہ ہر ایک برابر ہے صلیب نصف مجموعہ ضلع متواز

عرض او عمق کی یعنی ۱/۲ (۱۵ x ۸ ۱/۲) مربع انچہ کی اور او کو طول ۸۲ انچہ میں ضرب دیکر

برتن کا ظرف معلوم ہوگا اور چونکہ ۲۷۷۷۷۷ مکعب انچہ گیلن ہوتا ہے تو اس حاصل ضرب

اس عدد تقسیم کر کے اس کی تحویل گیلن کی طرف کرو تو تمام عمل کی یہ صورت ہوگی

$$۲۷۷۷۷۷ = \frac{۸۲ \times ۱۷ \times ۷۳}{۲۷۷۷۷۷} \text{ گیلن یہی جواب ہے}$$

چوتھی مثال ایک سنگ مرمر کی سل ۲ فیٹ لمبی ۱۰ ۱/۲ انچہ چوڑی اور ۱/۲ انچہ دبیری

تو تباؤ جو مکعب کی صورت کی سل اس کے برابر جماعت میں ہوگی او کا کنارہ کیا ہوگا اور

سل کا کس قدر طول کم کرین کہ ایک مکعب فیٹ جماعت رہ جاے اب جماعت ہی

$$۱۰ \times ۲۷ \times \frac{۱}{۲} = ۲۷۷ \times ۱۵ \times ۱۲۰ \text{ مکعب انچہ ہے}$$

اب اگر یہ جماعت مکعب کی صورت میں ہو تو او کا کنارہ جزو مکعب ۱۹۲۰ کا ہوگا اور اس

جزو مکعب کی طرح اکثر لکھا کرتے ہیں کہ ۱۹۲۰ اور یہ برابر ہے ۳۰۰ x ۷۸ = ۳۰۰ x ۷۸ = ۲۳۸۸۰

اور ۱۹۲۰ - ۱۷۲۸ = ۱۹۲ مکعب انچہ ہر قدر کم ہوتا جا تا کہ ایک مکعب فیٹ باقی رہے اور یہ ۱۹۲

کعبہ پنجمہ دسواں حصہ کل جسامت کا ہر سترے معلوم ہوا کہ طول میں دواں حصہ کم ہو یعنی $۲۲ \div ۱۰ = ۲.۲$ پنجمہ
 انتباہ اول کچھ ضرور نہیں ہے کہ ہم منشور کی سطح بیرونی کے رقبہ کے دریافت کرنے کے لئے نئی قاعدہ
 بنائیں جو پہلے قاعدے کے مقابلے میں اور نہیں سے کام نکلتا ہے مثلاً مثال گذشتہ میں اگر اس کی
 سطح بیرونی کا رقبہ دریافت کرنا ہو تو دو قائم الزاویہ میں ایک کا رقبہ $\frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲$ اور دواں قائم الزاویہ
 میں سے ہر ایک کا رقبہ $\frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۲۲$ پس کل رقبہ چاروں طرفوں کا برابر ہوگا صلیب مجموعہ ضلع اور طول کے
 یعنی $۲۲ \times ۳۴ = ۷۴۸$ یا ۸۷۲ م پنجمہ کے اب اگر اس پر رقبہ اس کے قاعدوں کا یعنی

$\frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۲۲ + \frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۲۲ + ۱۴۰ = ۲۲ \times ۱۰$ کے زیادہ کریں تو ہر کوئی رقبہ سطح بیرونی ملے گا ۱۰۳۲ م پنجمہ حاصل ہو جائیگا
 منشور کی سطح بیرونی اور سطح مستقیمہ الضلع سے مرکب ہوتی ہیں جن کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے قاعدہ
 بیان ہو چکا ہے اور قاعدوں کے اور سطحوں کے رقبہ دریافت کریں اور جمع کریں تو وہی نتیجہ ہوگا جو مجموعہ
 ضلع قاعدہ منشور کو طول منشور میں ضرب میں اور حاصل ضرب پر دو نو قاعدوں کا رقبہ زیادہ کریں
 انتباہ دوم جس طرح ایک متوازی الاضلاع غیر قائم الزاویہ اور متوازی الاضلاع قائم الزاویہ جو ایک قاعدہ پر
 واقع ہوں اور ارتفاع اوں کا ایک ہی ہو پس میں جس میں برابر ہوتی ہیں سطح منشور قائم اور ان کے
 قاعدہ پر واقع ہوں اور ارتفاع اوں کا ایک ہی ہو جسامت میں پس برابر ہوتے ہیں

مثالیں مشق کی واسطی (۱۵)

- (۱) ایک لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لمبا اور ۱۳ پنجمہ چوڑا اور ۱۹ پنجمہ موٹا ہو اس کی جسامت دریافت کرو جواب ۱۵
- (۲) ایک تہر کعب کی شکل کا ہو اور اس کا ہر کنارہ $\frac{1}{2}$ فیٹ ہو اس کی جسامت بتاؤ جواب $۴۲ \frac{1}{2}$ ک فیٹ
- (۳) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۸ پنجمہ طول میں اور ۱۰ فیٹ ۵ پنجمہ عرض میں اور ۱۲ فیٹ ۳ پنجمہ ارتفاع میں ہے تو بتاؤ
 اس کے اندر کس قدر ہوا سما سکیگی جواب ۱۱۲ اک فیٹ ۲۲۸ پنجمہ
- (۴) سال کے ایک سو بیس آتے ہیں جن میں سے ہر ایک ۷ فیٹ لمبا اور ۵ پنجمہ چوڑا اور ۵ پنجمہ موٹا ہو تو بتاؤ
 اوں کی جسامت کیا ہے جواب ۱۴۵ ک فیٹ

(۵) آہٹ دیو دار کے تختے میں جن میں سے ہر ایک ۴ فیٹ ۱۰ پنجمہ طول میں اور ۱۱ پنجمہ عرض میں اور ۱۲ پنجمہ

۷۲
 موٹائی میں، اور ایک کعب لکڑی کا وزن ۱۴ سیر ہوگا، تو تباؤ اور سب بخ توں کا وزن کیا ہے
 جواب ۴ من ۲۸ سیر ۲ چٹانک

(4) 4 انجھ عرض کا نختہ ۱۷ فیٹ لمبا اور ۱۲ انجھ موٹا ہو تو تباؤ کے کعبہ یہ ہے، اور یہ ۲۰ تختوں کا

وزن کیا ہو گا اگر 44 مکعب فیٹ ایسی لکڑی کا وزن ۲۷ من ہو جواب 41 من 14 سیسہ کچھ اید

(۷) ایک مشورہ منشی سال کا سواٹھ انچہم لکھا، اور اس کو قاعدہ شلست قائم الزاویہ میں جنکو وتر $\frac{1}{4}$ انچہ

اوقاف عدد ۸۰۴ پنجمی اور وزن ایک کسٹ لکڑی کا ۲۸ سیر ۱۲ پونڈ تھا کہ جس کا وزن تباہ جواب ۲ سیر ۱۲ پونڈ

(۸) ایک شیشہ کا پرکار ۲ فیٹ ۴ انچ بھر ۲ فیٹ ۵ انچ بھر اور ۳۱ انچ بھر دینے پر تو اس کی جسامت بٹلاؤ

اور اگر قیمت بیس فی مکعب فٹ ہے تو اس کی قیمت کیا ہوگی جواب ۳۳۷ ۱/۲ لک انچہ اور قیمت ۲۰ روپیہ ۱/۲

(۹) ایک سنگ راکی سنگ اور اسکا وزن ۴۴ سیر چٹانک فی مکعب یو ا و طول و سکاہ ۳۲ فیٹ

اور عرض اور مٹوائی بینیں بینیں انجھ ہے تو اس کا وزن دریافت کرو جواب ۴۰ من ۷ سیر ۱۸ چٹیاک

(۱۰) دو تختے ہیں جن میں سے ایک کا غرض ہم پہ انجیمہ اور دوسرا ایک طرقت کناروں کو طول میں ادب پر مبنی لایا اور

دوسری طرف کے کناروں میں ۱۰ انچ کا فرق رکھا اور سب سے بڑا ایک قلابہ بننا کر شیبہ میں لگا دیا۔

تباؤ او سکے ایک گز طول میں کھدرا پانی سماوگا جواب ۳۳۴۵۴۵

(۱۱) ایک صندوق کے ہر طرف ایک مربع ۱۰ انچہ کی کوتبا و اوس صندوق کا ظرف کیا ہے جواب ۱۳۶۲۳

(۱۳) ایک لمب کی جسامت ۲۰، ۴۹، ۸۷ کے کنارے کا طول کیا ہوگا جواب ۳۳

(۱۳) ایک پہاڑ ۱۸ سو ۷۳ سیر اور وہ ۵۳ اچھ لبا اور ۱۳ اچھ عرص و ۱۷ اچھ عین پہاڑ اور

چہرہ میں ایک مکعب بنا دین اور اس کا وزن 44 سیر کا ہو لو اور اس کا صلح لیا ہو گا جواب ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

(۱۴) ایل غلبہ دیتے باقی کا وزن اس سیر پہ چھانک ہوتا، لوہا و سس خیمہ مریمین ۱۰۰۰

پانی او سے تو اس کا ممنق لیا ہوگا جواب ۵۴ ۵۵

(۱۵) ایک مشوری سطح بیرونی اور جسامت دریافت کرو اور اس مشوری بہم نصیب ہو کر

نسیا اور اس کے بائیں پہلو میں اور کنارہ اوپر کی قاعدہ اس طرح ہیں کہ اب $\frac{1}{2}$ اچھ اور بس $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

اور ۵۰۰ فوٹی برابر اسکے ہی اور ۳۰ فوٹی دیر عمود پر اور ۱۰۰ = ۳۰ اور ۱۰۰ فوٹی عمود اس پر ۱۰۰ فوٹی

جواب ۵۸۰ اوک فیٹ اور رقبہ سطح سمیرونی کا ۹۶۸۰ م فیٹ ہے

(۱۶) ایک اینٹوں کا چبوترہ بنا ہوا ہے ۲۰ فیٹ لمبا اور ۱۰ فیٹ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند اور قیمت اوکلی

۱۰۰ روپیہ ۶ زابائی ہے اور ہر ایک اینٹ ۹ اینچ لمبی اور ۱۲ اینچ چوڑی اور ۱۲ اینچ موٹی ہے اور ۱۰

مین ۲ سیر ۱۴ چٹانک کی ہے تو بتاؤ قیمت فی ہزار کیا ہے اور اوکلی وزن ایک کعبہ کا کیا ہے

جواب ۱۴ سیر ہزار اور ۵ سیر کچھ زیادہ وزن

(۱۷) ایک نہر کا بنہ ۸ فیٹ چوڑا اور ۵ فیٹ گہرا کہو دیا گیا اور ساری مٹی کھدائی کی اوکلی ہر

کی طرح لکائی گئی تو وہ ۴۰۵۰ کعبہ فیٹ ہوئی تو بتاؤ طول مٹی کا کیا ہوگا اگر جسامت مٹی کی ایک

دسویں حصہ کے برابر زمین کے اندر کہو دے اور اوپر پرے سے بڑھ گئی ہو جواب ۱۲۵ فیٹ

(۱۸) ایک کتاب میں ۳۲۴ صفحے ہیں اور اوکلی ضخامت ۱/۲ اینچ ہے اور طول صفحہ کا ۸ ۱/۲ اینچ ہے

اور عرض ۵ ۱/۲ اینچ اب اگر جلد کے پتے ۱/۲ اینچ تو کتاب کو زیادہ موٹا کون اور طول میں ۱/۲ اینچ

بڑا دین اور عرض میں ۱/۲ سیر قدر تو بتاؤ یہ جلد کتاب میں کس قدر ۳ ۱/۲ فیٹ لمبی اور ۲ ۱/۲ فیٹ چوڑی

اور ۱/۲ سیر قدر گہرے صندوق میں سماؤنگی اور کتنی ورق اس کتاب کے نام صندوق کو اندر کس قدر منڈی

جائے گا اور پھر کبھی صندوق کا اوپر نال کیا گیا ہے جواب ۴۲۴ کتاب میں ہے اور ۱۵۸ ورق کے قریب قریب

(۱۹) ۸ مزدوروں نے ۱۲ دن میں ایک بنیاد ۳۲ فیٹ چوڑی اور ۵ فیٹ لمبی اور ۱/۲ سیر قدر گہری بنائی

بحساب ۲ مرنی گز کعبہ کھدائی ٹھہری مزدوری میں ۱۲۰ روپیہ ۱۲ ۱/۲ باقی خرچ ہو تو بتاؤ بنیاد کتنی

گہری ہے اور اگر ہر ایک مزدور ایک گھنٹہ میں ایک گز کھدائی کی ہو تو بتاؤ ہر ایک مزدور نے کتنے گھنٹے روز کام کیا ہوگا

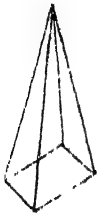
جواب ۱۱ ۱/۲ فیٹ گہری ۱۲۵ کے قریب

(۲۰) ایک زمین ۲۷۰ فیٹ طول میں اور ۱۱۲ فیٹ عرض میں زمیندار کو ۹ اینچ اونچا کرنا چاہتا ہے

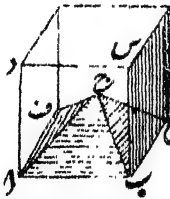
اس طرح سو کلاو سکی زمین کے اندر کناروں پر چاروں طرف ۹ فیٹ چوڑی خندق کہو دی اور اوکلی مٹی اس پر

ڈالی تو بتاؤ خندق کی گہرائی کیا رکھیں جواب ۲ ۱/۲ فیٹ

(۳۱) ایک سو کی سٹرک کی ۸۰ گز طول کی سلامی نو سو ۲۷ فیٹ عرض کی اور چوڑی ۱۰۰ فیٹ عرض کی اور بجایہ وسط ۹ فیٹ بلند کی گئی اور اس سٹرک کے گرد سٹرک پرٹی ڈال کر لی گئی کہدائی پائیل تھی اور ۹ فیٹ چوڑی اور ۲۷ فیٹ چوڑی تھی اور بجایہ وسط ۲۳ فیٹ گہری کی گئی ہے تو بتاؤ مٹی کس قدر حجامت میں کہد کر سٹرک کے اوپر پڑنے سے بڑھ گئی جواب ۵۸۰ ۵۵۰ فی مکعب (۳۲) ایک سنگ مرمر کی سل گز وزن فی مکعب ۸۷۰ پائے کے حساب سے ہے اور وہ ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہے اب ہم اس کو اندر سے خالی کر کے ایک کہل ۱۲۰ اسیر وزن کی بنائی جسکی سب طرف کناروں کا دل ۷ انچہ ہو تو بتاؤ وہ کس قدر گہری ہے جواب ۱۵۰ ۱۵۰ فٹ (۴) مخروط مضلع وہ جسم کہ جس کا قاعدہ ایک سطح مستقیمہ الاضلاع ہو اور اس کا سب سے اونچا ایک ایسا مشترک ختم ہو جو ان اباہر قاعدہ مثلث ہو تو اس جسم کو مخروط مثلثی اور اگر سطحیں



تو مخروط مستطیلی اگر مربع ہے تو مخروط مربعی اور علیٰ ذہ القیاس کہنے کا اور ان میں ایک مخروط قائم ہوتا ہے دوسرا مائل اور اس کا بیان آگے آویگا ایک مخروط کی حجامت دریافت کرو

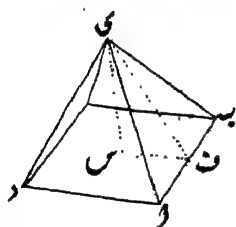


قاعدہ

سطح قاعدہ کو ارتفاع عمود کی تہائی میں ضرب کر حاصل ضرب جسٹ مخروط ہوگی فرض کرو دسی ایک مکعب اور ب ایک سو چھ ہلوں کے مساوی ہوں جس ہو اور ج مکعب کا مرکز یعنی نقطہ عین وسط میں ہو تو ظاہر ہے کہ اگر اس نقطہ وسط اور ایک طرف کے کونوں کو ب و جی وقت میں خطوط تقسیم ملائیں تو ایک مخروط مربعی بنجاویگا اور یہ بھی ظاہر ہوگا کہ مکعب میں چھ ایسے مخروط ہیں وہ مکعب کی صورت پیدا کرتے ہیں جس حجامت مخروط کی ایک سدس حجامت مکعب ہوگا اور حجامت مکعب کی اصل ضرب قاعدہ اب سی ف اور ارتفاع بس کا ہی سلم حجامت مخروط کی حاصل ضرب اسی قاعدہ اور ارتفاع بس کے چھ حصہ یعنی ایک نصف تہائی بس کا یا ایک تہائی ارتفاع مخروط کا ہے

علم ہندسہ میں سطح ثابت ہوا کہ رقبہ کسی مثلث مستقیم الاضلاع کا حاصل ضرب قاعدہ اور نصف ارتفاع عمودی کا ہوتا ہے اس طرح ہم یہ بھی ثابت ہوا کہ جسٹا مخروط کی حاصل ضرب سطح قاعدہ اور تہائی ارتفاع عمودی کا نصف میں مخروط کی جسامت ایک تہائی اوٹس ٹور کی ہے جو اسی قاعدہ پر اسی ارتفاع کی مساتہ بنا یا جاتا ہے یہی مثال قاعدہ مخروط کے کنارے ۷ و ۸ و ۱۰ ہیں اور ارتفاع ۵ ہے انچہ ہے تو اس کی جسامت کیا ہوگی چونکہ قاعدہ کی اضلاع میں نسبت ۳ و ۴ و ۵ کی ہے اس لیے معلوم ہوتا کہ قاعدہ مثلث قائم الزاویہ اور اس کے رقبہ اس کا $\frac{1}{2} (8 \times 4)$ یا ۲۲ مربع انچ ہو اور جسامت ۲۲ انچہ مربع $\frac{1}{2} \times ۵$ کا $\frac{1}{2}$ یا $۲۲ \times \frac{1}{2} \times ۵$ مکعب انچ

دوسرے مثال ایک مخروط مربع قائم کا ارتفاع قائم اور ارتفاع مائل اور سطح بیرونی دریافت کرو
اُس کے قاعدہ کا رقبہ ۳۲۰ مربع انچ ہو اور چمٹ اوکی ایک سطح بیرونی ہو
فرض کرو کہ بَد قاعدہ مخروط $= ۳۲۰$ مربع انچ اور سائی
ارتفاع قائم عمود قاعدہ بَد دیرہ اور سائی ارتفاع مائل خط



اب پر عمود سے نوار ارتفاع عمودی یوں دریافت ہوگا کہ $۳۳۰ \times \frac{1}{2} = ۱۶۵$ سو اسے
 سی = ۱۵۵۲۲۷ انچہ اور ارتفاع مائل سطح سے معلوم ہوگا کہ $۳۳۰ \times \frac{1}{2} = ۱۶۵$ سو اسے
 جس کا نصف = سی سے معلوم ہوگا کہ سی نو ۱۵۵۲۲۷ اور سی ۸۵ تو دوسری قوت
 جذر (سی + سی) کا ۱۷۷۸۱۷۷ یہہ ارتفاع مائل ہے اور سطح سیرونی یوں معلوم ہوگی کہ چونکہ
 مثلث ای ب کور قبة دبیز زیادہ کرو تو رقبہ سطح سیرونی مخروط کا حاصل ہوگا چونکہ اب حاصل
 ضرب سی قوت اور نصف مجموعہ ضلع قاعده ب و کا ہی اسلئے ہوگا کہ ۱۷۷۸۱۷۷×۱۷۷۸۱۷۷
 $۳۳۰ + ۳۴۵۸۷۸ = ۴۴۷۵۰۸$ مربع انچ یہہ جواب سطح سیرونی کا ہوا

مثالیں عشق کی (۱۴)

(۱) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع ۲۷ فٹ بلند ہے اور ہر ایک ضلع قاعدہ کا ۵ فٹ ۸ انچ ہے جس کا
اوسکی دریافت کرو جواب ۲۸۹ مکعب فٹ

(۲) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۶ انچہ اور اس کے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ انچہ ہے تو بناؤ او کی جسامت کیا ہوگی جواب ۷۶۴ ۷۷ مکعب انچہ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۲۳۰ اور قاعدہ کے ضلع ۱۲۵ و ۲۰۰ ہیں بناؤ جسامت جواب ۷۷۰۰۰

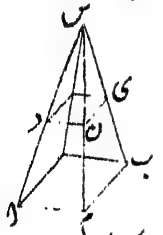
(۴) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع عمودی ۴۸ فیٹ ہے اور قاعدہ کا کنارہ ۲۱ فیٹ ہے تو بناؤ او کی جسامت مکعب گز اور اس کی سطح سیرونی کے مربع گز ہے جواب ۱۵۲ ۱/۲ مکعب گز اور ۵۵۲ مربع گز

(۵) ایک مخروط کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ۶ انچہ ہے اور اس کا قاعدہ ایک مربع الاضلاع ہے اس کے ہر جانب ۴ فیٹ ۲ انچہ ہے اور اس ۲ فیٹ ۸ انچہ اور ۲۵ فیٹ ۱۰ انچہ ہے اور اس ۲ فیٹ ۸ انچہ ہے تو بناؤ او کی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۲ مکعب فیٹ ۱۱ انچہ

(۶) ایک مخروط مستطیلی ۲ ۱/۲ گز بلند ہے اور عرض قاعدہ کا ۳ گز ہے اور قطر قاعدہ کا ۴ ۱/۲ گز تو بناؤ او کی جسامت کیا ہے اور سطح سیرونی کیا جواب ۲۱ ۱/۲ مکعب گز ۷۷۷ ۱/۲ گز

(۷) قاعدہ ایک مخروط قائم کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کا ہر یک ضلع ۲۴ ہے اور ارتفاع اس کا ۱۴ ہے تو بناؤ اس کے سطح سیرونی کیا ہے اور جسامت کیا جواب جسامت ۳۰۷۳۷ ۱/۲ سطح ۱۲۷۷۳ ۱/۲

(۸) اگر ایک مخروط میں ایک سطح مستوی متوازی قاعدہ کے کچھ اٹھا کر ایک مخروط جدا کر لیں تو باقی حصہ جو مخروط کا رہے گا اس کو مخروط ناقص کہتے ہیں مثلاً آدمی ب مخروط ناقص مخروط بن گیا ہے



یہ علم ہندسہ میں ثابت ہوا ہے کہ کل مخروط قاعدہ کے اضلاع میں وہی نسبت ہے جو چھوٹے مخروط کے قاعدہ متوازی دی کے اضلاع میں نسبت ہے

وہم کو بس یہی نسبت ہے جو دات کو ہر جی ن و اور علی ہذا القیاس اب فرض کرو کہ ارتفاع مخروط ناقص د ب کا ۱۰ ۱/۲ انچہ ہے اور ب م ۷ انچہ ہے اور جی ن ۱۴ انچہ ہے اور ب م کے اطراف جس قدر کم

ہو جائیں گے اس کے متصل ہوتی جائیں گی جب اس پر نسبت ہو چکی تو وہ اطراف بالکل صفر ہو جائیں گے پس اس بات پر اگر غور کریں تو ہم ارتفاع مخروط کامل کا طرح دریافت کرینگے کہ انچہ میں ۱۰ ۱/۲

۱۰ ۱/۲ انچہ کے ارتفاع پر کم تو میں تو انچہ میں ہے انچہ یعنی صفر کس ارتفاع پر ہوگا اب ۳ انچہ

کم ۱۰ ۱/۲ انجھہ برتنے میں تو ۱۱ انجھہ کم ۳ ۱/۲ انجھہ پر ہوگا اور ۱۱ انجھہ کم ۳ ۱/۲ یعنی ۲۲ ۱/۲ بر کم ہوگا
 پس اسے معلوم ہوا کہ مخروط کامل کا ارتفاع ۲۷ ۱/۲ ہے پس اب حساب مخروط ناقص کی جسامت
 دریافت کرنیکی حاصل ہوئی کہ کل مخروط کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہے اور مخروط مقطوعہ کا ہی قاعدہ
 اور ارتفاع معلوم ہے ان دونوں مخروطوں کی جسامتوں کا فرق جسامت مخروط ناقص کی ہوگی
 فرض کرو کہ قاعدہ AB ۲۹ مربع انچ ہے اور دی ۱۴ ہے

$$۲۹ \times \frac{1}{2} \times ۲۷ = \text{جسامت مخروط کامل کے}$$

$$= ۱۷ \times \frac{1}{2} \times ۱۴ = \text{جسامت مخروط ناقص پر زیادہ ہو کر مخروط کامل بنا ہے}$$

اسکا حاصل فرق ۳۲۵ ۱/۲ مکعب انجھہ جسامت مخروط ناقص کی ہوئی

لیکن اکثر حساب جسامت مخروط ناقص کا اس قاعدہ سے ہوتا ہے

قاعدہ

دونوں سروں کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اون رقبوں کے صلیب ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل مخروط
 ناقص کے ارتفاع کے ہتائی میں ضرب دو

طالب علم جو کچھ پر مقابلہ سے واقف ہوئے وہ اس قاعدہ کی اصل طرح سمجھ سکتے ہیں کہ فرض کرو کہ سطح بڑی سر کی طے ہے
 اور چھوٹی سر کی $ص$ ہے بڑی سر کے ایک ضلع کو چھوٹی سر کے ایک ضلع کے ساتھ موافق اپنی نظیر کے ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ
 طے ہے $ص$ سے اور ارتفاع مخروط کامل کو ہی مخروط مقطوعہ ارتفاع سے اس سبب کہ وہ $ص$ میں ایسی ہی نسبت ہوگا
 اگر پہلے مخروط کے ارتفاع کو $ع$ سے اور دوسرے ارتفاع کو $ن$ سے تعبیر کریں تو $ص : ع :: ط : ن$ میں $ط$ جسے $ص$ سے
 ارتفاع مخروط ناقص کا $ن$ $ط$ $ص$ اب جسامت مخروط کامل کی $ط$ $ن$ $ص$ اور مخروط مقطوعہ کی جو مخروط
 منقصہ پر زیادہ ہو کر مخروط کامل بنا ہے $ط$ $ن$ $ص$ اسو $ط$ حاصل تفریق ان دونوں کا

$$\frac{1}{2} \times (ط - ص) = \frac{1}{2} \times (ط + ص) \times (ط - ص) \text{ اور یہی قاعدہ جو اوپر بیان ہوا}$$

پہلی مثال ایک مربعی مخروط ناقص کا ۱۰ ۱/۲ انجھہ ارتفاع ہے اور کنارہ بڑی سر کا ۱۱ انجھہ ہے اور چھوٹی
 ۳ انجھہ سے تو بناؤ اسکی جسامت کیا ہے

۳۲۵ = $\frac{1}{4} \times 10 \times \frac{1}{4} \times (28 + 14 + 24)$ مکعب انچہم اور یہی پہلے جواب نکلا تھا

دوسرا مثال ایک تنگ ممر کا مخروط مثلثی ناقص ہے اور اسکی ایک سر کے کنارے ۱۵ اور ۱۲ انچہم ہیں اور سر سے بڑا کنارہ دوسرے سر کے ۱۰ انچہم ہے اور ایک مکعبیٹ کا وزن ۸۸ سیر اور اس مخروط کا وزن ۲۸ سیر کے تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے

اضلاع $\frac{1}{4}$ سر کے کچھن نیت ۱۵ اور ۱۲ کی ہے ۱۰ اور ۸۸ میں اور ہر ایک سر ایک مثلث قائم الزاویہ اسو اس کے رقبہ ۵۸ اور ۲۸ انچہم مربع میں اور جزاؤں کے حاصل ضرب کا ۳۶ مربع ہے اسواسطے انکے مجموعہ ۱۱۴ کو اس ارتفاع کے انچوں میں ضرب شدہ سر اور حاصل کو ۲۸ اہر تقسیم کرنے سے جسٹ فٹوں میں معلوم ہوگی اور ان مکعب فٹوں کو ۸۸ میں ضرب دیں تو وزن حاصل ہوگا یعنی

$$\frac{38 \times 88}{1628} \times \text{ارتفاع} = 28 \text{ سیر اسواسطے ارتفاع} = \frac{14 \times 28 \times \frac{1}{4} \times 28}{38 \times 88} = 15 \frac{3}{4}$$

یہی جواب ہے

مثالین مشق کی وسطی (۱۷)

(۱) ایک مخروط ناقص تسطیل کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اور اس کے ایک سر کا طول اور عرض ۳ فٹ اور ۲ فٹ ہے اور دوسرے سر کے چھوٹے سر کے ۸ انچہم اور ۴ انچہم جٹ اسکی دریافت کرو
جواب ۱۷ مکعب فٹ ۲۸۸ مکعب انچ

(۲) ایک ناقص مخروط مرئی کے ایک سر کا ہر ایک ضلع ۱۲ انچہم ہے اور دوسرے سر کے ہر ایک ضلع ۱۴ انچہم اور ارتفاع ۲ انچہم ہے جاست اسکی تہلاؤ جواب $\frac{19}{14}$ مکعب انچ

(۳) ایک مخروط ناقص مثلثی ہے اور اس کے دونو سر مثلث متساوی الساقین ہیں اور ایک کنارے ۴ و ۴ و ۱۱ فٹ ہیں اور دوسرے مثلث کے ضلع اس پہلے مثلث کے ضلعوں سے سر چند ہیں اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۲۰ فٹ تو بتاؤ اس کے جاست کے مکعب گز ہے
جواب ۲۲ $\frac{1}{4}$

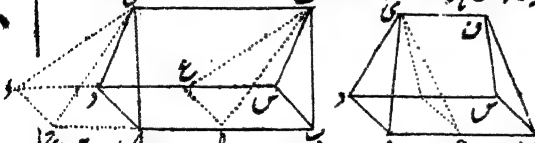
(۴) ایک گاددم لکڑی کا ٹکڑا ۸ فٹ لمبا ہے اور اس کے دونو سر متوازی الاضلاع

منشأہ کی شکل کے ہیں اور اوٹیں ۳۲ انچ سے ۲۰ انچ ہے اور چوڑی ۱۰ انچ ہے
 ۴ انچ اور وزن فی مکعب فٹ ۵ اس میں تو اس کا وزن منوں میں دریافت کرو
 جواب ۷ من ۲۴ سیر کچھ زیادہ

(۵) ایک برتن کی شکل ایسی جیسے مخروط ناقص یعنی ہوتا ہے تین فٹ چوڑا اوپر اور ۲ فٹ
 ۲ انچ چوڑا ہے اور ایک فٹ گہرائی اگر وہ آدھا ہر جا کو نو کے گیلن بانی او میں آویگا اور
 اس کے اندر کی سطح کیا ہوگی جواب ۷۵ ۵۹ ۲۰ گیلن اور ۱۵ ۱/۴ فٹ

(۶) ایک ناقص مخروط منحنی ہے اور ۱۵ فٹ بلند ہے اور ہر قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۶ فٹ ۱۰ انچ
 اور اس قاعدہ کے مرکز سے عمود کسی ضلع پر نکالا گیا ۸ فٹ ۱۳ انچ ہے اگر ہر ایک ضلع چھوٹے قاعدہ
 کا ۲ فٹ ۹ انچ ہو تو بتاؤ جسمت مخروط ناقص کی کیا ہوگی جواب ۷۲ ۱۷ مکعب فٹ
 (۷) ایک مخروط ناقص کی جسمت ۴۲ ۲۴ مکعب فٹ ہے اور اس کے سر مثلث متساوی الاضلاع
 میں بیچ کے سر کا ضلع ۸ فٹ ہے اور اوپر کے سر کا ضلع ۶ فٹ تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کیا ہے
 اور ارتفاع کو کقدر طرزاؤں کہ مخروط کامل ہو جاوے جواب ۲۰ فٹ اور ۶ فٹ زیادہ

(۸) فائدہ ایک جسم ہوتا ہے اس کی شکل ایسی ہوتی ہے جتنی بھی ہے یا منہ یا فائدہ لکڑی پیر وقت دیکھا ہوگا



اس کا ایک قاعدہ چوکوشیدہ اور لکڑی

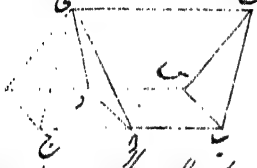
مستطیل اور بعض اوقات کوئی اور

چار ضلعے کی شکل ہوتا ہے اور عرض اس کا ایک راہ برتنوں میں وہ بھی چوکوشیدہ ہے اور باقی دو رخ مثلث ہوتے ہیں
 اور اوپر کے اس راہ کے انجمنوں پر ہوتے ہیں ہر ایک جسم اف دب فائدہ کی شکل ہے او میں دب قاعدہ ہے
 اور یہی فائدہ کہ ہے جس کا راہ اور قاعدہ کے طول اس میں برابر ہوں تو یہ جسم ایک منشور منحنی کی شکل کا ہوگا
 اور مخروطوں کی ایک اور فائدہ کے مساوات سے ظاہر ہے کہ منشورائل ح فائدہ ہوتا ہے

منشور قائم اف دب کی جسمت منشورائل کے برابر ہوگی حاصل ضرب رقبہ اسی او طول

اب کے یا برابر ہے عرض کی ح مدد ارتفاع قائم منشور مد طول ح کے

فرض کرو کہ قاعدہ کا طول ۱۰ اور ستر شکل میں ۱۰ کے برابر ہو تو مجسمہ دو مجسموں میں تقسیم ہو سکتا ہے
ایک منشور مثلثی قاعده حسن اور ایک مخروط مستطیلی قاعده میں اب اگر معلوم ہو کہ ۱۰ ہے
اور ۲ س ۱۰ اور ۱۰ ق ۱۰ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور کی
 $\frac{1}{2} (۲ \times ۱۰) \times ۷ = ۷۰$ اور جسامت مخروط $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۱۰) \times ۷ = ۳۵$ اور مجموعہ انکا یعنی جسامت



جسم کی ۱۱۵۵۴۲۵ ہے اب یہ فرض کرو کہ ۱۰ ہے

ی ق ۱۰ کو برابر ۱۰ کے بناوین تو جسامت جسم کی

حاصل تقریبی جسامت منشور مثلثی قاعده حسن اور مخروط مستطیلی قاعده کا ہوگا پس اگر ۱۰ ہے اور
 ۲ س ۱۰ ہے اور ۱۰ ق ۱۰ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور $\frac{1}{2} (۲ \times ۱۰) \times ۷ = ۷۰$

منفی جسامت مخروط $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۱۰) \times ۷ = ۳۵$ سے جسامت فائدہ کی حاصل ہوگی لیکن اس فائدہ کی جسامت
اس فائدہ سے نہایت آسانی سے دریافت ہوتی ہے کہ کنارہ کے طول کے ساتھ قاعدہ کے دو چند
طول کو جمع کریں اور حاصل کو تین پر تقسیم کر کے اوسط طول نکالیں اور پھر اس اوسط طول کو
عرض اور ارتفاع کے نصف حاصل ضرب میں ضرب دیں

اگر ارتفاع کو ۱۰ سے اور کنارہ کے طول کو ۷ سے اور قاعدہ کے طول کو ۱۰ سے اور قاعدہ کے عرض کو ۷ سے تقسیم
کریں اور قاعدہ کے کنارہ سے ہو تو یہ حساب اس بات کے ہمزا اول بیان کیا ہے یہ حاصل ہوگا کہ جسامت منشور
 $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$ اور مخروط کی جسامت $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$ اور مجموعہ انکا $= ۴۹۰$ ہے

یہی قاعدہ ہے

اور جب کنارہ قاعدہ برابر ہو تو منشور مائل کی جسامت یہ ہے $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$ اور اس مخروط کے
جز زیادہ کیا جاوے گا $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$ اب پہلے میں ہی دوسرے کو تقریبی کرو تو وہی حاصل ہوگا جو
پہلے حاصل ہوا تھا یعنی $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$

مثال ہا یک فائدہ کا ارتفاع ۱۰ ہے اور طول ۱۰ ہے اور قاعدہ کا ۱۰ ہے اور عرض قاعدہ کا ۲ ہے
اور طول کنارہ کا $\frac{1}{2} (۱۰ \times ۷) \times ۷ = ۲۴۵$ ہے اور قاعدہ کا ۱۰ ہے اور ارتفاع ۷ ہے اور مجموعہ انکا $= ۴۹۰$ ہے

مثالیں مشق کی وسطی (۱۸)

(۱) ایک مجسم فائدہ کا قاعدہ ۲۱ انچہ لنبا اور ۱۱ انچہ چوڑا ہے اور کنارہ ۱۴ انچہ ہے اور ارتفاع ۱۴ انچہ
تو بناؤ اسکی جسامت کیا ہوگی جواب ایک مکعب فیٹ کے قریب
(۲) ایک مجسم فائدہ کا قاعدہ ۱۴ فیٹ سے ۷ انچہ ہے اور کنارہ ۳ فیٹ ۵ انچہ اور بلندی ۱۱ انچہ
اسکی جسامت کیا ہے جواب ۴۴۵

(۳) قاعدہ ایک فائدہ کا ۱۰۷۳ سے ۲۷۷۵ ہے اور کنارہ اسکا ۲۵۵۵ ہے اور ارتفاع ۴
اسکی جسامت دریافت کرو جواب ۵۴۷۴۷

(۴) ارتفاع ایک فائدہ کا ۱۷۳۳ انچہ ہے اور اسکا قاعدہ ۲۲ فیٹ ۱۱ انچہ ہے اور اسکا
کنارہ ۱۴ فیٹ ہے تو اسکی جسامت مکعب انچوں میں کیا ہے جواب ۵۴۷۴۷

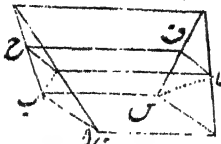
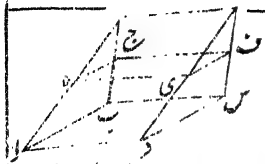
(۵) ایک فائدہ کا قاعدہ ذوزنقہ جسکی متوازی ضلع ۳۷۳۷ و ۲۷۷۵ ہیں اور دس ۱۷۷ ہیں اور ارتفاع
اس جسم کا ۱۵ ہے اور اسکا کنارہ ۷ ہے تو اسکی جسامت کیا ہے جواب ۲۷۷۵

(۶) لوہے کی سٹرک کی کھدائی ہو رہی ہے اور اسکی کھدائی کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے کی شکل
ہوتی ہے ایک طرف اسکی سنبھل ۵۴ فیٹ لنبا اور ۵ فیٹ چوڑا ہے اور دوسری طرف قاعدہ ذوزنقہ
پر چکا ہوا ضلع متوازی ۱۰۷ ہے اور عرض اسکا یا عمق ۱۸ فیٹ ہے تو کھدائی کی مقدار مکعب گز میں
بتلاؤ جواب ۱۲۷۱۴

(۷) جسامت ایک فائدہ کی ۲۳۸ مکعب انچہ ہے اور اسکا کنارہ ۱۳ انچہ اور قاعدہ اسکا
۱۹ انچہ سے ۳ انچہ ہے اور اسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸ انچہ

(۸) ایک فائدہ کے ہر ایک مثلثی سرے کا ارتفاع مائل ۴ فیٹ ۵ انچہ ہے اور قاعدہ ۱۰ فیٹ ۱۰ انچہ ہے
۳ فیٹ ۱۷ انچہ ہے اور کنارہ ۴ فیٹ ۱۱ انچہ ہے تو اسکی جسامت کیا ہے جواب ۴۴۷

(۹) فائدہ میں سے ایک چوڑا فائدہ کا قاعدہ کے سطح متوازی اکثر طرہ میں اور ۷ تو مجسم بلند جس کا
کے باقی رہ گیا اسکو فائدہ ناقص کہتے ہیں
کے باقی رہ گیا اسکو فائدہ ناقص کہتے ہیں



بچے کی شکون میں دیکھو تو اسکی صورت
بجہ میں اونگی کردہ دب کی شکل کا

ہوتا ہے یہ جسم ظاہری کہ دو قانون کو مرکب ہے دوسری شکل میں اسکی توضیح موجود ہے ایک کی پشت
یا قاعدہ ب د ہے اور کنارہ د سی ہے اور دوسرے کا قاعدہ سی ح ہے اور کنارہ ب س ہے دو جسموں کی
جسامت کا مجموعہ جسامت فائدہ ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ دوسری شکل میں ۱۲ د ہے اور ۱۲ ب ہے اور ۱۲ ح ہے اور ۱۲ سی ہے اور ارتفاع
ہر جسم ۱۲ ہے تو جسامت دو جسموں کی یہی ہوگی

$$\text{دب سی کی } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times (12 + \frac{1}{3} \times 4) = \frac{1}{3} \times (12 + \frac{4}{3}) = \frac{1}{3} \times \frac{40}{3} = \frac{40}{9}$$

$$\text{دس ح سی کی } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times (15 + \frac{1}{3} \times 3) = \frac{1}{3} \times (15 + 1) = \frac{1}{3} \times 16 = \frac{16}{3}$$

$$\text{اوسط جسامت فائدہ ناقص} = \frac{1}{3} \times 128$$

لیکن فائدہ ناقص کی پیمائش یہانی سے اس قاعدہ سے دریافت ہوتی ہے کہ

قاعدہ

دو نو متوازی سروں کے رقبوں کے مجموعہ پر جو چتر قبضہ متصل متوسط کا جو متوازی اس سروں کا ہو زیادہ کرو
اور حاصل جسم کے ارتفاع کے ایک چتر قبضہ میں ضرب دو اور اس بات کو بھی خوب خیال میں رکھو کہ متوازی
سروں کے طولوں کا نصف مجموعہ تو طول متصل متوسط کا ہے اور انکو عرضوں کا نصف مجموعہ عرض
متصل متوسط کا ہے

یہ قاعدہ جو یہ قاعدہ کے طور پر اس طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دوسری شکل میں فرض کرو کہ ۱۲ د = م اور

$$\text{دسی} = \text{ع} \text{ اور } \text{دح} = \text{ق} \text{ اور ارضی مسئلہ د رکھو تو جو چتر قبضہ متصل متوسط کا (م+ع) (ن+ق)}$$

$$\text{یعنی (م+ع) } \times \text{ن} + \text{(ن+ق) } \times \text{م} = \text{م} \times \text{ن} + \text{ن} \times \text{ق} + \text{م} \times \text{ق} + \text{ن} \times \text{م}$$

$$\frac{1}{3} \times \text{(م+ع) } \times \text{ن} + \frac{1}{3} \times \text{(ن+ق) } \times \text{م} = \frac{1}{3} \times \text{م} \times \text{ن} + \frac{1}{3} \times \text{ن} \times \text{ق} + \frac{1}{3} \times \text{م} \times \text{ق} + \frac{1}{3} \times \text{ن} \times \text{م}$$

$$\frac{1}{3} \times \text{(م+ع) } \times \text{ن} + \frac{1}{3} \times \text{(ن+ق) } \times \text{م} = \frac{1}{3} \times \text{(م+ع) } \times \text{ن} + \frac{1}{3} \times \text{(ن+ق) } \times \text{م}$$

ظاہر ہے

اور حال جمع نکا (۱۴+۱۳+۱۲+۱۱) × ۱۲ ف ایکو جلد جاست فانه ناقص کا کہتے ہیں

پہلی مثال ایک فانه ناقص کے قاعدہ ماتحت کا طول اور عرض ۱۶ اور قاعدہ بالا کا طول اور عرض ۱۲ اور

۳ ۱/۲ ہی اور ارتفاع ۱۴ ۱/۲ ہے جسامت کا دریافت کرنا مطلوب ہے

طول اور عرض فضل متوسط کے ۱/۲ (۶+۷) اور ۱/۲ (۵+۳) پر جمع چندر قبلاں فضل متوسط کا

۱۳ ۱/۲ × ۱۴ ۱/۲ = ۱۱۴ ۱/۲ ہیں معلوم ہوا کہ (۳+۲۴) ۱/۲ + ۱۱۴ ۱/۲ × ۱/۲ = ۱۲۸ ۱/۲ اور یہی جواب پہلی تھا

دوسری مثال بریل کا پستہ ۸۲۵ فیٹ لبا ہر اور سب جگہ ہر اور ۳۲ فیٹ چوڑا ہے

ایک کنارہ ۸ فیٹ بلند ہے اور دوسرا کنارہ بتدریج بلند ہوتا ہوا ۱۵ فیٹ ہر اور ان کناروں

کے پاس عرض ایک طرف ۴۴ فیٹ اور دوسری طرف ۱۰۸ فیٹ ہر تو بتاؤ اس پستہ میں کے

مکعب گز میں اب یہاں کناروں پر قاعدے ذوقہ میں جن میں ہر ایک کے متوازی ضلع

۱۰۸ اور ۳۲ ہیں اور اور ان کا عمودی فاصلہ ۱۱۵ اور دوسرے کے متوازی ضلع ۴۴ اور ۳۲ ہیں اور ان میں

فاصلہ عمودی ۸ ہر ہوا فضل متوسط کے متوازی ضلع ۸۴ اور ۳۲ ہونگے اور عمود ۳۲ ۱/۲

۱/۲ (۳۲+۱۰۸) × ۱۹ = ۱۳۳۰ فیٹ کے یہ رقبہ اوچے سرے کا ہے

نیچے کے سرے کا

۱/۲ (۳۲+۴۴) × ۲۴ = ۲۴۰۰ فیٹ مکعب گز کے اور یہی جواب ہے

مشالیں مشق کی وسطی ۱۵

(۱) ایک برتن فانه ناقص کی شکل کا ہر اوپر کا طول اور عرض ۱۵ اور ۱۱ انچ ہر اور نیچے ۱۰ اور ۷ اور

۱۵ انچ گہرا ہے تو اس کا ظرف بتاؤ کہ کیا ہے جواب ۱۰۸۰ مکعب انچ

(۲) ایک فانه ناقص کا نیچے کا سر ایک مستطیل ہے اور اس کا عرض ۲۵ انچ طول ہر اور اوپر کا

ایک مربع اور اوپر کا ہر ایک ضلع ۳۰ انچ اور ارتفاع ۵ فیٹ ہر تو اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۱۵ مکعب

(۳) ۵۵ فیٹ بلند ایک چوتہ ایک ہر اوپر ایک مستطیل نہیں پر ۱۰۰ انچ طول میں اور ۵۰ انچ عرض میں ہے بتانا

منظور ہر اور اس میں چاروں طرف کیسا بن سکا ہی ایسی کہنی منظور کرنا اور ہر کا ۱۸ ۱/۲ انچ عرض اور ۳۰ ۱/۲ انچ طول ہر

تو بتاؤ ایسے جو تیرہ بنائیں کتنی کعب گز مٹی چاہیے جواب ۳۳ ۱۸۴ گز
(۴) ایک غار ۸۵۸ فٹ لمبا ہے اور سب جگہ برابر عرض ۵۰ فٹ کا ہے تیرا اوڑا فٹ گہرا ایک ستر ہے
اور تیرا چبڑا تیرا ستر ۲۰ فٹ ہو گیا، اور ایک ستر تیرا کے طرف جوڑاں ۱۰۷ فٹ اور دوسرے ستر
۱۰۰ فٹ ہے تو بتاؤ کعب گز کدائی ہے جواب ۴۷۲ ۲۴

(۵) ایک فارغانہ ناقص کی شکل کا کہو دا جاتا، ۱۱۰ فٹ گہرا اور اوپر کا سراسر ۲۱ فٹ مربع ہے
نیچے کی نہ او کی سطح ۴۳ فٹ ۵۲ فٹ ہے اور اس غار میں مٹی کا لکڑا پتہ فائے کی شکل کا بنائے ہیں
ایک طرف او کی سطح افقی ہے ۲۷ فٹ طول میں اور ۳۴ فٹ عرض میں، اور قاعدہ او کا دوزخہ ہے
جس کے متوازی خطوط ۳۴ اور ۴۸ فٹ ہیں اور ۸ فٹ کا عمود فی قاعدہ ہے تو بتاؤ اس کدائی سے
کیا فیصدی مٹی کی جسامت بڑھتی ہے جواب ۷۰۰۰

(۱۰) پہلے ہم فصل بنجم دفعہ ۵ میں ذکر کر آئے ہیں کہ سطح متساویہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو او ضلع نظر
کے مربعوں میں سو سطح جہات متساویہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو او کے ضلع نظر کے کعبوں میں
مثلاً دو کندی لکڑی کے متساویہ ہوں ایک انچہ لمبا اور ۱۵ انچہ چوڑا اور ۱۷ انچہ ٹوا اور دوسرا کندی ۲۱ انچہ طول میں
اور ۱۵ انچہ عرض میں ۱۲ انچہ ٹوا مٹی میں تو اس طرح سڑی کندی کا ہر بن چیز چھوٹی کندی کے ہر یک بعد
ہے تو پہلے کی جسامت کو دوسرے کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۲ کو ہے ۳ سے یعنی جو ۲ کو ہے ۳ سے
اور یہی امر ظاہر یہی ہے کہ جسامت چھوٹے کی ۷۰ x ۵ x ۱۷ اور جسامت بڑے کی ۲۱ x ۱۵ x ۱۲ اور ان میں
دوسرا ۳ x ۳ x ۳ گنا پہلو ہے اصل اس مثال سے یہ ہے کہ جموں کی اگر جسامت نکالیں تو اس سے
صاف ظاہر ہو جائیگا کہ ان میں نسبت ایسی، جیسی کہ ضلع کے کعبوں میں نسبت ہے

اور علیٰ ہذا القیاس اگر دو متساویہ مخروط ہوں جس کے قاعدہ مثلث ہوں اور ایک میں قاعدہ کے ضلع ۲۵ اور ۳۹
۲۰ ہوں اور دوسرے مثلث کے ضلع ۱۲۵ اور ۱۹۵ ہوں اور ارتفاع پہلے مخروط کا ۱۱ اور دوسرے
کا ۸۵ ہو تو چونکہ دوسرے مخروط میں ضلع چھکنا دوسرے مخروط کے ہر یک ضلع نظر ہے ہے تو چھوٹے مخروط
کی جسامت کو بڑے مخروط کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۲ کو ہے ۳ سے یعنی جو ۲ کو ہے ۳ سے

کہ قاعدوں میں وہ نسبت ہو جو اوس کے ضلعوں کے معلوم میں یعنی اکو نسبت ہو د سے جو ساتوں
میں یعنی قاعدہ اور تہائی ارتفاع کے حاصل ضربوں میں وہ نسبت ہو جو اکو د سے اب ثبوت ہکا تھا
کہ قاعدہ ۱۷۴ اور ۱۱۰ میں جن میں نسبت وہ ہو جو اکو ہے ۲۵ سے اور جسامتیں ۱۱۵۶ x ۱۱۰ اور
۸۵ x ۳۵۰۰ ہے جن میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اکو ہے ۱۲۵ سے

پہلی مثال دو متشابه مخروط میں جنکی جسامت ۱۱۴۲ اور ۳۸۴ مکعب انچ ہو اگر چھوٹے مخروط کا ارتفاع
۴۲ ہو تو بڑے مخروط کا کیا ارتفاع ہوگا ۴۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہو جو ۴۲ کے مکعب کے مکعب ارتفاع
مطلوبہ اور ۴۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہو جو (۴۲) کے مکعب کے مکعب ارتفاع مطلوبہ
اب جزو الکعب نکالیا تو یہ جملہ حاصل ہوا کہ $۴۲ \div ۳ = ۱۴ = ۴$ انچ یہ ارتفاع مخروط کلان کا ہے
دوسری مثال دو متشابه میں اوٹیں سے ایک کے قاعدہ کا مجموعہ ضلع ۱۰۰ ہے اور دوسرے کا مجموعہ ضلع
۱۲۴ ہے اوٹیں جسامتوں کی نسبت دریافت کرو

جسامتوں میں وہ نسبت ہو جو ۱۰۰ کے مکعب کے مکعب ۱۲۴ کے مکعب سے یا جیسے نسبت ۵ کو ۳ سے ہو یا
نسبت تقریباً جیسے کہ اکو ہے ۲ سے

تیسری مثال ایک مخروط ناقص ۱۰ انچ بلند اور قاعدہ ماتحت ۷ انچ مربع ہے اور قاعدہ مافوق ۴ انچ
مربع اور ایک سطح متوازی قاعدوں کے اوسکی دور را جھو کر نی ہو تو بناؤ ہر یک حصہ کا کیا ارتفاع ہے دفعہ کو
دیکھو دفعہ کی شکل کے دیکھنے سے معلوم ہوتا کہ ۴ انچ ارتفاع ناقص بڑا زیادہ کی جاوے تو مخروط
کامل بنتا ہی جسامت ناقص کی ۳۲۵ مکعب انچ ہے تو اوسکا ہر یک نصف ۱۶۲ مکعب ہوگا اور
اوپر کے نصف کو مخروط مقطوع کے ساتھ جو جسامت میں ۴۷ مکعب ہے زیادہ کیا تو ۲۳۵
حاصل ہوا اور یہ جسامت اوس مخروط کی ہے جسکا قاعدہ وہ سطح ہے اور ناقص کو دور را جھو کر
تقسیم کرتی ہے اور جسکا ارتفاع کل مخروط کے ارتفاع کی استقامت ہی طرح دریافت ہو سکتا ہے
کہ $\frac{1}{2} (۲۷ \times ۲۹) = ۲۳۵$ کو ۲۳۵ سے وہ نسبت ہو جو مکعب ۲۷ مکعب ۲۳۵ کو ہے مکعب ارتفاع مخروط
جو نصف مخروط ناقص اور مخروط مقطوع کے بنا ہے اب جسامت میں وہ نسبت ہو جو ۸۸ x ۲۷ کو

۲۸۸۹ یا ۲ کو ۲۰۳ سے پس نسبت ۴ کو ۲۰۳۵ سے وہ نسبت ہو ۲۲۷ کو ۲۰۳۵
 $\frac{1}{3} \times 2035 = 678 \frac{1}{3}$ یہ ارتفاع مخروط درمیانی کا ہر اب سین ۱۴ انفرق کئی تو باقی ۱۴۵۸۴
 یہ اوپر نصف حصہ مخروط ناقص کا ارتفاع ہو پس باقی ۱۳۵۹۱۳ انچہ نیچے کے نصف حصہ کو
چوتھی مثال تین برتن قائم الزاویہ متشابہ ہیں اور ۳ و ۲ و ۱ فٹ گہرے ہیں اور برابر برتن کا طرف
 ۲۳ فٹ مکعب فیٹ زیادہ باقی دو برتنوں کے نصف مجموعہ مخروط ہو تو سب سے چھوٹے برتن کا طرف دیکھ کر
 عمقوں میں نسبت ۷ و ۷ و ۷ کی ہو اسلئے برتنوں کے طرفوں میں نسبت ۲۱۴ و ۳۷۳ و ۵۱۲ کی ہو
 اور بڑے برتن کے طرف کو باقی دو برتنوں کے نصف طرف کو وہ نسبت ہو جو ۱۲ کو ۲۴۹ سے
 یا ۲۲۷ کو ۵۵۹ سے یعنی طرف بڑے برتن کا باقی دو برتنوں کے نصف طرف کو بقدر $\frac{249}{1027}$
 حصے طرف کلان کے زیادہ ہے اور یہ مقدار ۲۳ فٹ مکعب برتن معلوم ہوا کہ ۲۴۵ : ۱۰۲۷ ::
 ۲۳ فٹ مکعب یا ۵۱۲ فٹ مکعب بہ بڑے برتن کا طرف ہو اور ۵۱۲ : ۵۱۲ :: ۵۱۲ فٹ مکعب فیٹ : ۲۱۴ فٹ
 مکعب فیٹ یہ سب چھوٹے برتن کا طرف ہے

پانچویں مثال اگر ایک فائدہ آہنی کا وزن ۱۱۳ سیر ہو اور اسکی سیقل کراچی ۱۶۸ پائی ہو تو اسکی فائدہ
 فائدہ کی جسکا وزن ۱۷ سیر کیا سیقل کراچی ہوگی
 چونکہ جام کی کثافت یکساں ہو تو اونہیں ہی نسبت ہوئی ہو جو اونکے وزن میں آئے فائدہ مذکور کی
 نسبت میں نسبت ۸۰ اور ۹۰ یا ۸ و ۹ کی ہوگی پس یہ نسبت معلوم ہوا کہ اونکو ارتفاعوں میں وہ نسبت ہوگی جو
 جزیر الکعب ۸ و ۹ میں نسبت ہو یعنی جو کہ نسبت ۱۷ یا ۲۵ کو ہے ۱۰۰ سے اور اونکے سطحوں
 میں وہ نسبت ہو جو اونکے ارتفاع کے مربعوں میں اسلئے اونہیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اوپر ۱۷۵ سے
 پس اسلئے سیقل کراچی ۱۷۵ یا ۱۷۵ = ۱۷۵ پائی کے ہوگی

مثالین مشق کی واسطی (۲۰)

- (۱) ایک منشور متساوی الاضلاع عرض ۱۵، تو اسے دو بجز منشور کا کیا عرض ہوگا جواب ۱۸.۵
- (۲) ایک سنگ مرمر کی تل ہو اور اسکا ایک طرف ۸ انچہ ہے اور اس کے متشابہ دوسری تل

اور اس کا وتر مناسطہ فیٹ ہی تو بتاؤ دوسری سل کا وزن کتنی کنا پہلی سل سے ہوگا

جواب ۵۳۵۹ گنا

(۳) ایک منشور کا کنارہ ۵ انچ ہے اور جسامت منشور کی ۵۲ مکعب انچ ہے تو اس کے منشور کی جسامت ۲ مکعب انچ ہی تو اس منشور کا کنارہ جو پہلے منشور کے کنارہ کے متماثل ہو گیا ہوگا جواب ۱۸۷۰۱۸۷

(۴) دو مخروط متشابه ہیں اور ان میں نسبت ۱۱ اور ۱ کی ہو اور ایک کا قاعدہ ۷۷ انچ ہے تو دوسرے

کا قاعدہ کیا ہوگا جواب ۱۷۵۲۰۷ مربع

(۵) ایک فائدہ ناقص کا قاعدہ ۳۲ فیٹ مربع ہے اور جسامت اس کی ۱۵ مکعب فیٹ ہے

اور ایک فائدہ ناقص اس کا مشابہ ہے اور قاعدہ اس کا ۴۴ م فیٹ ہے اس کی جسامت دریافت کرو

جواب ۸۷۸۹۸۷ مکعب فیٹ

(۶) ایک شہتیر گز لंबا اور ایک گز چوڑا ہے اور وزن اس کا ۵۰۰ من ہے اور ایک اور شہتیر

اسی لکڑی کا اس کا مشابہ ہے اور ۱۲ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ موٹا ہے تو اس کا کیا وزن ہوگا جواب ۱۰۷۰

(۷) ایک مخروط ۱۲ فیٹ ارتفاع کا ہے اس کو ایک سطح متوازی قاعدہ کے دو برابر حصوں میں قطع کرتی

ہے تو بتاؤ اوپر کے حصہ مخروطی کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۱۱۱۱ فیٹ

(۸) دو کندے لکڑی کے متشابه ہیں اور ان کی قیمت کا حساب کعبہ سے کیا گیا ہے ایک کی قیمت

۲۲۲ پائی اور ایک کندہ کی زنگوائی میں ۲۲ پائی اور دوسرے کی زنگوائی میں ۴۲ پائی صرف

ہوئی ہیں اور زنگوائی فی گز مربع حساب سے دو تہ تو نہیں کیا ہے تو دوسرے تختے کی قیمت کیا ہوگی جواب ۱۱۱۱ پائی

(۹) ایک چوک سنگ خارا کا سبب چند وزن میں ایک کوئلہ کے پتھر کے چوک سے ہو اور یہ کوئلہ کے

پتھر کا چوک ۱۷ انچ لंबا اور ۱۳ انچ چوڑا اور ۷ انچ موٹا اور وزن اس کا ۵۰۰ مکعب فیٹ ۱۵۰ پتھر

اور سنگ خارا کا ۲۱۰ سیر ہے تو بتاؤ سنگ خارا کے چوک کا کیا طول و عرض ہے

جواب ۹۲۱۵۹۲ و ۱۷۵۷۴۹ و ۱۹۵۰۲۰ انچ

(۱۰) ایک حوض مینہ کے پانی سے بھر ہوا ہے اور ۱۲ فیٹ طول میں ۴ فیٹ عرض میں اور ۷

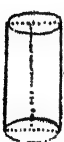
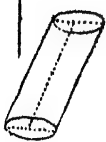
عمق میں اور اس بارش کے پانی کا وزن ۳۱ لم سیر فی مکعب فٹ ہر توتاؤ کتنا لتبا چوڑا
گہرا حوض اسی طرح کتنا وزن کہ او میں سمندر کا پانی اونٹا ہی وزن میں سماو جتا پہلے ضخیم
پانی وزن میں تھا اور سمندر کے ۳۵ مکعب فٹ پانی کا وزن ۲۸ من ہے، جواب ۱۷۶ ۴۰۱۴
۵۲ ۴۶۴۰۶ و ۴۶۴۰۶ فٹ

(۱۱) ایک لکڑی کی ایسی شکل ہے جیسی مخروط مرعبی ناقص کی ہوتی ہے اور وہ ۳۳ انچہ لتبا ہی اور پچھ
قاعدہ کلان کا ہر ایک ضلع ۳۰ انچہ ہے اور اوپر کے قاعدہ خود کا ہر ایک ضلع ۱۲ انچہ ہے
تو پہلی طرف سے کتنا طول میں قطع کریں کہ ایک فٹ مکعب جسم لکڑی کا ہو جواب ۴۵ ۴۶ ۴۸
(۱۲) ایک مخروط ناقص کے قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور نیچے کے قاعدہ یا سرے
کا کنارہ ۱۷ فٹ ہے اور اوپر کے قاعدہ کا ایک کنارہ ۵ فٹ اور ارتفاع مخروط ناقص کا
۵ فٹ ہے ایک سطح متوازی قاعدہ کے مخروط ناقص کے ایسی دو حصہ کرتا ہے کہ پہلے حصہ
کو چھوٹے حصہ ایسی نسبت ہے جیسا کہ ۲۷ سے ۲۷ توتاؤ ہر ایک کا ارتفاع کیا ہوگا
جواب اوپر کے حصہ کا ۲۷ ۵۰۲۷ فٹ اور نیچے کا ۴۶ ۴۸ فٹ

(۱۳) ایک برتن ہے جس کا طوٹا ہی گنا اس کے عمق سے ہے اور اس کا عرض ۱۴ اس کے
طول کا ہے اور ۵۰۰۰ گیلن او میں شراب ہے توتاؤ اس کا عمق کیا ہے جواب ۵۲ ۵۵ ۵۸ فٹ

فصل نہم

ایسے مجسمات جو دور یا چکر کر نیسے پیدا ہوتے ہیں جہاں سمندیر کہلاتے ہیں اس فصل میں ان کا ذکر ہے
(۱) اسطوانہ کی ایسی شکل ہوتی ہے جیسی غم رول یا ڈھول کی شکل دیکھتی ہو اور وہ اس طرح



پیدا ہوتا ہے مستطیل کے ایک ضلع کو قائم اور سراسر مستطیل کو پورا چکر دین
تو اسطوانہ پیدا ہو گیا اس کو شہت بہت منشور سے یہ فقط اتنا فرق ہے کہ اسطوانہ

میں دونوں سروں پر دائرہ ہوتے ہیں اور منشور میں ان کے متقابل اضلاع

بہر دو نو دائرے برابر ہوتے ہیں اور متوازی ہوتی ہیں اور ان کے محیط کو یا مجموعہ اضلاع اسطوانہ

کے گردہ کے ہوتے ہیں

خط جو ایک دائرہ کے مرکز سے دوسرے دائرہ کے مرکز میں لایا جاوے اسکو محور اسطوانہ یا سہم اسطوانہ کہتے ہیں اور جب یہ محور عمود قاعدہ پر ہوگا تو اس صورت میں اسطوانہ کو اسطوانہ قائم کہتے ہیں اور اگر عمود نہیں ہوتا تو اسطوانہ کو اسطوانہ مائل

اب ہم اسطوانہ کو ایک منشور ایسا سمجھ لیں کہ جسکا قاعدہ ایک ایسی کثیر الاضلاع جو کسی ضلعوں کی تعداد لا انتہائی ہو تو اسکی جسامت کو لکھو وہی قاعدہ ہوگا جو منشور کی جسامت کو معلوم کرنے کا قاعدہ تھا یعنی قاعدہ اسطوانہ کی جسامت دریافت کرنے کا یہ ہے کہ ایک قاعدہ رقبہ کو ارتفاع عمودی میں کہ بائیں غرض کے ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت ہوگی

انتباہ سطح مستدیر جو اسطوانہ کے گرد مائل ہے اسکا رقبہ اسطرح دریافت ہوگا کہ مجموعہ اضلاع یعنی محیط قاعدہ کو طول میں ضرب دو

پہلی مثال ایک اسطوانہ مستدیر کی جسامت دریافت کرو جسکا طول ۴۲ فیٹ ہو اور اسکا قاعدہ قطر افیٹ ۹ انچ

رقبہ قاعدہ کا $45 \times 2 \times 3.14159 = 282.743$ اسکو $\frac{1}{2}$ میں ضرب دو تو حاصل ضرب 565.486 مکعب فیٹ جسامت ہوگی

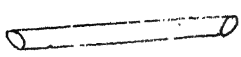
(۲) ایک نل ہے اور اندر سے خالی ہے اور اسطوانہ کے نکل گئے اور اندر کی طرف کا قطر اسکا $22 \frac{1}{2}$ انچ ہے اور ضخامت دیات کی $1 \frac{1}{2}$ انچ ہے تو بتاؤ اسکا وزن کیا ہوگا اگر ایک فیٹ مربع ایک اینچ موٹے دیات کا وزن $39 \frac{1}{2}$ سیر ہو

ظاہر ہے کہ قطر باہر کی طرف ۲۲ فیٹ ہوگا پس اگر یہ اسطوانہ یعنی نل ٹھوس تھا تو اسکی ضخامت $2 \times 282.743 \times 3.14159 = 1771.4$ مکعب فیٹ ہوتی لیکن یہاں اندر سے وہ خالی بقدر اس اسطوانہ کے ہے جسکی جسامت $1771.4 \times 3.14159 \times 282.743 = 1521.4$ مکعب فیٹ کے ہی دونوں کو تفریق کیا تو

(۲ - ۱) $1771.4 \times 3.14159 \times 282.743 = 1521.4$ مکعب فیٹ اور 1771.4 مکعب انچ وزن میں

۳۹ $\frac{1}{2}$ سیر تو ۳۹ $\frac{1}{2}$ \times ۵۲۱۶ \times ۱۲ = ۴۲۱۵۲۸ سیر

تیسری مثال ایک حلقہ گوالحی کی سلخ کا بنا ہوا، اس کے اندر کے محیط کا قطر ۲ فٹ ہے اور نوپے کی موٹائی ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس کی جسامت کیا ہوگی



فرض کرو کہ اس حلقہ کی سیدھی سلخ بنائی تو ظاہر ہے کہ اس سلخ کی جسامت اوس اسطوانہ کی جسامت ہوگی جس کا طول وسط حلقہ کے اندر اور باہر کے محیطوں کا اوسط ان محیطوں کا کیا ہو نصف مجموعہ محیطوں کا یعنی $\frac{1}{2} (3 + 2) \times 361714 \times = 48572$ فٹ یہہ محور ہوا حلقہ کا یا طول اسطوانہ کا جو اوس حلقہ کے برابر ہے پس $(\frac{1}{2} \times 48572 \times 361714) = 5822$ مکعب فٹ یہی جواب ہے

مثالین مشق کی وسطی (۳۱)

(۱) محور اسطوانہ قائم کا ۱۵ فٹ اور قطر اس کی قاعدہ کا ۴ $\frac{1}{2}$ فٹ ہو تو اس کی جسامت اور سطح مستدیر اس کی دریافت کرو جواب ۷۸۸ و ۴۳۰ مکعب فٹ ہو اور سطح مستدیر ۳۸۷۹۹ فٹ

(۲) ایک اسطوانہ قائم کا طول ۲۰ فٹ ہو اور اس کے قاعدہ کا محیط ۵ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے جسامت اس کی دریافت کرو جواب ۱۷۴ و ۲۸۶ مکعب فٹ

(۳) ایک اسطوانہ کی جسامت اور سطح مستدیر دریافت کرو اس کے قاعدہ کا قطر ۵۷۲ انچ ہے اور ارتفاع اس کا ۷۳۵ انچ ہے جواب جسامت ۱۳۲۷۵۱ مکعب انچ ہے اور سطح مستدیر

۳۵۲۱۳ انچ مربع

(۴) ایک ستون بشکل اسطوانہ ہے اور وہ ۱۳ $\frac{1}{2}$ فٹ بلند اور ۴ فٹ ۸ انچ محیط میں ہے تو اس کی جسامت دریافت کرو اور بتاؤ ایسے ۱۷ ستونوں کی سفیدی کرائی میں بحساب

۴ پائی فی گز مربع کے حساب کیا لاگت لگیگی جواب ۳۹۴ و ۲۳ مکعب فٹ اور تعمیر روپیہ ۷۹ پائی (۵) ایک لوی کمان ہے اس کا قطر ۱۲ فٹ ۱۲ انچ ہے اور اس کا دل ۸ انچ ہے تو بتاؤ ایسے

ایک گز دل میں کس قدر لوہا ہوگا جواب ۱۷۱۷ و ۱۱۰ مکعب انچ

(۶) ایک اسطوانہ قائم ۱۱ سٹم فیٹ طول میں ہے، اور ۱۰ سٹم مکعبی حساب میں، اس کی قاعدہ کا قطر دریافت کرو جواب ۱۷۱ انچہ

(۷) جسامت ایک اسطوانہ قائم کی ۷ سٹم مکعبی ہے اور محیط اس کے قاعدہ کا ۴ سٹم فیٹ ہے اس کے محور دریافت کرو جواب ۵۰.۵۰۷ سٹم

(۸) ایک مکعبی پیل میں گول تار ۱۱ انچہ قطر کا کھجایا ہے تو بناؤ طول میں رکا کیا ہوگا اگر بہ بات مان لیجاؤ کہ اس تار کی میں ہال کچھ ضائع نہیں ہوا جواب ۴۴۴ گز ۳۱ میل کے قریب
(۹) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا، اور سونا پانی سے ۹ گنا زیادہ وزنی ہوتا ہے تو بناؤ کس قدر لٹا ایک سونیکا تار جس کا قطر تیس ہزار اونس ایک انچ کا ایک اونس میں کتنا ہوگا
جواب ۱۷۷۹۹ سٹم

(۱۰) ایک اسطوانہ کی شکل کا برتن ۱۸ انچہ عمیق اور ۱۴ انچہ قطر میں ہے، تو ایک طرف ۳ سٹم گہری کا کیا قطر کہا جا کہ او میں بانی دو گنا پہلے برتن سے سماؤ جواب ۸۷.۳۷۷ انچہ

(۱۱) میں متساوی اسطوانے ہیں جن کا طول ۳ و ۵ و ۷ ہیں اور پہلے اسطوانہ کے قاعدہ کا محیط ۷ سٹم انچہ ہے اور دوسرے اسطوانہ کی ۷ سٹم مکعبی یہ نسبت اول کے زیادہ ہے تو بناؤ سطح مستدیر

دوسرے اسطوانہ کی تیسرے اسطوانہ کے سطح مستدیر کے کس قدر زیادہ ہے جواب ۹۵۶ مربع انچ
(۱۲) ایک حلقہ اسطوانہ کی موٹائی ۷۵ انچہ ہے اور اس کی جسامت ۱۰۰۱۵ مکعب فیٹ ہو تو بناؤ اس کی

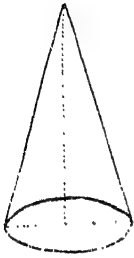
اندراور باہر کے قطر کیا ہیں جواب ۸۳.۷ اور ۲۵۵ انچہ
(۱۳) اگر لوہے کا وزن فی مکعب انچہ ۲ سٹم اونس ہو اور اس کا ایک بل اسطوانہ کی شکل کا ہو

اور اس کا سوراخ ۳ سٹم انچہ ہو اور دل لوہے کا ۱۱ انچہ اور اندر کی سطح مستدیر ۸۶ سٹم مربع انچہ یہ نسبت باہر کے سطح مستدیر کے زیادہ ہو تو بناؤ اس کا وزن کیا ہوگا جواب انڈر دروین

(۱۴) مخروط مستدیر وہ جسم ہے جس کا قاعدہ دائرہ ہو اور وہ اوپر کو گاؤم اوٹھتا ہو ایک نقطہ پر ختم ہو جاوے جیسا کہ سرویا جنوبیہ ہو تو اس نقطہ کو اس کے ہیں جیسم پیدا اس طرح ہو تو اس کا ایک ثلث

قائم الزاویہ کے ایک ضلع عمودی کو قائم رکھ کر مثلث کو چاروں اس حک پر مخروط مستدیر پیدا ہو جاوے گا
اور جیسے کہ اسطوانہ کو منشور مضلع سے ایک نسبت تھی اسی طرح اس مخروط مستدیر کو مخروط مضلع
کے ساتھ مماثلت ہے اس سبب اس کی جسامت دریافت کر نیکابہہ قاعدہ کے

قاعدہ



رقبہ قاعدہ کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت مخروط مستدیر ہوگی
اور مخروط مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کر نیکابہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

دونوں اوپر لے کے قاعدوں کے رقبوں پر اون رقبوں کے حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو تہائی ارتفاع
میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت مستدیر ناقص کی ہوگی

انتباہ اول قاعدہ دوم موافق جب عمل ہو تو مضروب ۷۸۵۴ کو دو دفعہ کام میں لے کر ضرورت نہیں ہے تو
اس کی مثال دوم سے دیکھو اور سمجھو

انتباہ دوم مخروط مستدیر قائم کی سطح مستدیر اصل ضرب محیط قاعدہ اور نصف ارتفاع مائل کی ہونی ہے
پہلی مثال ایک مخروط مستدیر قائم کا قطر ۱۶۷ انچ ہے اور ارتفاع ۱۲۷ انچ ہے تو اس کی جسامت اور سطح مستدیر
رقبہ قاعدہ = $5 \times 854 \times 44 = 3525544$ م انچ کے اور

جسامت = $3525544 \div 9 \times 1428 = 18534$ مکعب فیٹ کے یہ ایک بات کا جواب
دوسرے ارتفاع مائل = $3335 + 24 = 3359$ م انچ کے اور

سطح مستدیر = $\frac{1}{2} \times (44 \times 331714) \div 3359 = 127 \div 3359 \times 24 = 315774$ مربع فٹ کے

دوسری مثال ایک مخروط مستدیر ناقص کے قاعدوں کے قطر ۵۳ اور ۱۶۷ انچ ہیں اور ان کا ارتفاع ۶
اول جسامت اس کی دریافت کرو

$984 = 1428 \div 12 \times 854 \times (44 \times 53 + 44 + 53)$ مکعب فیٹ یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی وسطی (۲۲)

(۱) ایک مخروط مستدیر کی جسامت اور اس کی سطح مستدیر بناؤ قطر اس کے قاعدہ کا $\frac{1}{2}$ فیٹ ہے اور ارتفاع

۱۲ فیٹ جواب ۹۳۵۹۵ مکعب فیٹ جسامت اور ۴۳۷۳۷۴ مکعب فیٹ

(۲) ایک مخروط مستدیر قائم کی جسامت دریافت کرو محیط قاعدہ کا ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور ارتفاع

مائل ۸ فیٹ ۴ انچ ہے جواب ۱۱۸۱۱ مکعب فیٹ

(۳) ایک مخروط مستدیر ناقص کی جسامت بناؤ اس کے اوپر کے قاعدہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہے اور نیچے کے

قاعدہ کا ۲ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے جواب ۳۷۴۱۸۵ مکعب

(۴) ایک مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع ۱۷ انچ ہے اور اس کا قاعدہ ۷۷ انچ محیط میں ہے تو بناؤ

اس کی جسامت اور سطح مستدیر کیا ہے جواب جسامت ۲۴۷۳۵۴۲ مکعب انچ اور قصبہ سطح مستدیر ۸۳۷۳۸۷۳

(۵) ایک طرف مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اس کی اونچائی ۱۲ انچ ہے اور دوسرے قطر ۱۷۴ انچ ہے اور

۴۰ انچہ عمیق ہے تو بناؤ کے گیلن اوسمین شراب آویگی جواب ۲۱۹۹۹۲

(۶) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بناؤ جس کی جسامت ۱۸۷۱۳۷ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع

۷۷۴۲۵ فیٹ ہے جواب ۲۵ فیٹ

(۷) ایک مخروط مستدیر ۵ فیٹ بلند کی جسامت ۲۹ مکعب ہے تو اس کی مشابہ مخروط مستدیر

۷۷ فیٹ بلند کی جسامت دریافت کرو جواب ۵۴۲۵۹۴۵ مکعب فیٹ

(۸) ایک مخروط مستدیر کے قاعدہ کا قطر ۱۰ ہے اور وہ ایک سطح سے جو قاعدہ کے موازی ہے

دو برابر حصوں میں تقسیم ہوا تو قطر سطح قاطع کا بناؤ جواب ۷۹۳۷

(۹) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اس کے اوپر نیچے کے قطر ۴ و ۳ انچہ ہیں

اور ۱۷ انچہ گہرا ہے اور وہ پانی سے بہرہ ور کیا ہے اوس میں سے ایک شخص نے سفدر پانی بیا جقدر

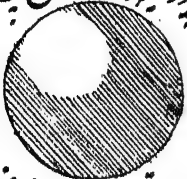
کہ بچے ہوئے پانی کے $\frac{1}{4}$ حصے میں تو بناؤ پانی کس قدر باقی رہا جواب ۸۵ و ۱۰ اینٹ

(۱۰) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور ۵ انچہ گہرا ہے اور اوپر اوپر کے قطر ۱۷ اور

۱۰ اینٹ اور اوس میں پانی بہرہ ور کیا میں اوس میں پانی برابر بناؤ تو بناؤ ہر ایک کتنا گہرا پانی بیا

جواب اول نے ۱۵۳۷۸ دوم نے ۱۵۴۱۸ اور سوم نے ۲۶۰۰۴ انچہ

(۳) کرہ ایک گول جسم ہوتا ہے جیسے گیند اور گولی اور اس کے اندر ایک نقطہ ہوتا ہے جسے تمام نقطے کرہ کے سطح مستدیر پر برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں اور اس نقطہ کو مرکز کرہ کہتے ہیں وہ پیدا سطح ہوتا ہے کہ نصف دائرہ کے قطر کو قائم رکھ کر اس پر نصف دائرہ کو پورا کر دو۔ تو اس حکم سے کرہ پیدا



ہو جاوے گا یہ کرہ دو تہائی اوس سطحانہ کا ہوتا ہے جو اس کے اوپر بنایا جاوے
دائرہ عظیم وہ دائرہ ہے جس کا مرکز وہی ہو جو کرہ کا مرکز ہو

یہ ہندسہ نین ثابت ہوا کہ سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے صلیب قطر اور محیط دائرہ عظیم کے یعنی برابر ہوتی ہے قطر کے مربع اور ۱۸۱۴ کے صلیب کے پس سطح صریح مستدیر کرہ کی برابر ہوگی
سطح مستدیر سطحانہ کی جو کرہ کے اوپر بنایا جاوے

کرہ کو یوں سمجھو کہ وہ لانتہا مضلع مخروطوں مرکب ہوا ہے ان مخروطوں کے قاعدے تو ملکر سطح مستدیر کرہ بناتے ہیں اور ارتفاع ہر ایک نصف قطر کرہ کا ہو اور جسامت ہر ایک مخروط کی حاصل ضرب قیاعدہ اور تہائی ارتفاع کی ہی پس اسے معلوم ہوا کہ جسامت کرہ کی کیا ہو سطح مستدیر کو نصف قطر کی تہائی میں یا قطر کی چھٹے حصے میں ضرب دو اور پہلی بیان کر آئے ہیں کہ سطح مستدیر کرہ کی حاصل ضرب قطر کے مربع اور ۱۸۱۴ کا ہو پس اسے نتیجہ نکلتا ہے کہ جسامت کرہ کی حاصل ضرب قطر کے چھٹے حصہ اور قطر کے مربع اور ۱۸۱۴ کا ہی تو اسی تہائی قیاعدہ جسامت کرہ کے دریا کر نیک مستطط ہوا کہ

قاعدہ

قطر کے مکعب کو ۱۸۱۴ کے چھٹے حصے یعنی ۵۲۳۷ میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت کرہ کی ہوگی
استبہا جہان بڑی مضروب کو ۵۲۳۷ میں ضرب دینی پڑے تو اس کے بہہ اجزاء ضربی کرو
۵۲۳۷ + ۱۲ + ۱۳ + ۰۰۳۷ اور انہیں ضرب دیدو سرا پہلے سے سہ چند ہے اور تیسرا دوسرے

سے سہ چند ہے

پہلی مثال ایک کرہ کا قطر ۵۰۰ انچہ ہے اس کی جسامت دریافت کرو

$$9 \times 2 \times 50.64 = 9181$$

$$5234$$

$$= 3664 \times 2$$

$$3 \times 2 = 11328912$$

$$3 \times 2 = 33484624$$

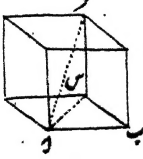
$$24 \times 3181934$$

دوسری مثال ایک کرہ کی جسامت 454 مکعب انچ ہے تو اس کا قطر کیا ہوگا

$$454 \div 1.414 = 320.44 \text{ اور جزو الکعب } 1144 \text{ ہو ہی جواب ہے}$$

تیسری مثال ایک کرہ میں مکعب بنایا گیا ہے اور اس کا کنارہ

۱۱ فیٹ ہے تو قطر اور سطح مستدیر کرہ دریافت کرو اب اور بس



$$\text{میں سے ہر ایک } 11 \text{ فیٹ ہے اب } + \text{ب} = 22 \text{ اور } 11 \times 11 = 121$$

$$= 343 = 7^3 \text{ اور ذہن مربع قطر مکعب ہے اور جو قطر مکعب ہے وہی قطر کرہ کا ہے } 1 \text{ سٹے}$$

$$\text{سطح مستدیر کرہ کی } = 343 \times 3.14159265 = 1076.56 \text{ مربع فیٹ کے}$$

$$\text{یہ ایک جواب ہوا اور } 1076.56 \div 1.414 = 761.95 \text{ فیٹ بہ قطر کرہ ہے بہ دوسری بات کا جواب ہے}$$

مثالیں مشق کی واسطی ۲۴

(۱) ایک کرہ کا قطر ۲۵ ہے اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۴۸۷

(۲) ایک کرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اس کی جسامت بتلاو کے مکعب گز ہے

$$\text{جواب } 508.2$$

(۳) ایک کرہ کا محیط ۵۷ فیٹ ہے اس کی سطح مستدیر اور جسامت کیا ہوگی

$$\text{جواب سطح مستدیر } 428.142 \text{ مربع فیٹ اور جسامت } 5.4$$

(۴) جس کرہ کی جسامت ۴۹۲ مکعب گز ہے تو اس کی جسامت کیا ہوگی

$$\text{جواب } 113.5$$

(۵) ایک کرہ کی سطح مستدیر ۱۰۰ مربع انچ ہے اس کا قطر دریافت کرو جواب ۱۶.۸۸ انچ

(۶) اوس کرہ قطر دریافت کرو جسکی جسامت ۵ تہائی اوس مکعب کی ہو جسکا ایک کنارہ

۱۸ انچہ ہے جواب ۲۷۶۸۷۸ انچہ

(۷) ایک کٹورہ نصف کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قطر ۱۲ ۱۷۶۷۸۸ انچہ ہے اوس کے گیلن بانے

تو بیگا جواب ۳

(۸) ایک کٹورہ میں ۲ کوارٹر ۱۸ پٹ پانی آنا ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۹ انچہ کے قریب

(۹) ایک گولہ اندر سے خالی ہے اور اوسکے محیط اندر ونی اور بیرونی کے قطر ۸ اور ۱۸ انچہ ہیں

تو بتاؤ جسامت اوس گولے کی جواب ۱۷۷۹ مکعب فٹ

(۱۰) ۱ مکعب انچ مانی دانت ہر نو اوسکی گولی بنائیں کم سے کم کتنا وزن مانی دانت خراب جاوے گا

اور یہ یاد رہے کہ ۹۱۲ پچھٹا تک کا وزن ایک مکعب فٹ مانی دانت میں ہوتا ہے جواب ۸۷۹ چھٹا تک

(۱۱) توپ کے ۱۲ پونڈ گولہ کا قطر ۳۷ ۳۷۸۷۸۷ ہے تو ۳۲ پونڈ قطر کیا ہوگا جواب ۵۷-۵۷۷۷ انچہ

(۱۲) اگر ۳۲ سیر گولہ کا قطر ۵۷-۵۷۷۷ انچہ ہے تو اوس گولہ کا کیا وزن ہوگا جسکا قطر ۷۷ ۳۷۷۷

انچہ ہے جواب ۹ سیر

(۱۳) ایک توپ کے اوسکے اندر ۱۲ سیر کا گولہ جانا ہے اور اوس توپ کے منہ کا قطر ۱۸ انچہ

گولہ کے قطر سے زیادہ ہے تو بتاؤ اوس توپ کی منہ کا قطر کیا ہے اور یہ نگو معلوم ہے کہ

۲ ۱۸ سیر ایک انچہ مکعب لوہے کا وزن ہوتا ہے جواب ۵۷۷۷۷۷ انچ

(۱۴) ایک گولی مانی دانت کی ۱۷ انچہ قطر کی ہے اوس میں سے اگر ایک مکعب بنا دیں تو

کم سے کم کس قدر مانی دانت ضائع جاوے گا جواب ۲۱۷۱۹۳۵

(۱۵) ایک بات کا گولہ ۱۷۸۱ ۱۷۸۱ سیر وزن میں ہی ۸۰۰ مریخ انچ سوئی کے ورق رور چڑھائے

جاتے ہیں اوسی دانت کا گولہ ایک اور ہی جسکا وزن ۱۷۸۱ ۱۷۸۱ سیر تو بتاؤ کس قدر رور

ورق چڑھائے اوس پر جاوے گا جواب ۱۷۸۱ ۱۷۸۱ انچہ مریخ

تمت تمام شد

MANUAL OF
PLANE TRIGONOMETRY

BY

THE REV. JOSEPH A. GALBRAITH, M. A.

FELLOW OF TRINITY COLLEGE,

AND ERASMUS SMITH'S PROFESSOR OF NATURAL
AND EXPERIMENTAL PHILOSOPHY IN THE
UNIVERSITY OF DUBLIN.

TRANSLATED INTO URDÚ,

BY

MUNSHI MAHAMMAD ZAKA'UL-LAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC
SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.

رسالہ علم مثلث مستوی

مولفہ

ریورنڈ جوزف اے گال بریٹنہ صاحب ایم. اے.

فلو آف ٹرینیٹی کالج و پروفیسر نیچرل اور اکسپیریمینٹل فلاسفی

یونیورسٹی مقام ڈبلن

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب ہیڈ ماسٹر نارمل اسکول دہلی

نے

بتائید مقاصد

سین ٹیفک سوسائٹی علیگڈہ و سین ٹیفک سوسائٹی صوبہ بہار

اُردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین

کے مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۷۱ ع ۵

کتابین مفصلہ دلی موجود ہیں جس کو خریدار منظور موالا باؤں سر می ماہرین سے

نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصل	نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصل
۱	منتہی الحجاب اول	۸	۲	۱۷	نتایج قلیدیں مقالہ	۸	۱
۲	حصہ دوم	۸	۲	۱۸	باطن گلبرہ کا علم منت	۱۲	۱
۳	حصہ سوم	۵	۱	۱۹	ٹوڈ ہنٹر کا علم منت	عصر	۲
۴	گلبرہ باطن کا راجاب	۱۲	۳	۲۰	بڑا علم منت	عصر	۳
۵	بزراد شمس کی حساب کی کتاب	۱۲	۴	۲۱	علم منت کروی	۱۲	۲
۶	گلبرہ باطن کا جبر مقابلہ	۸	۲	۲۲	حل سوالات علم منت	۲	۱
۷	ٹوڈ ہنٹر کا چھوٹا جبر مقابلہ	۱۲	۳	۲۳	ٹوڈ ہنٹر کا علم حساب الجزیات	عصر	۳
۸	بڑا جبر مقابلہ	عصر	۵	۲۴	علم حساب الکلیات	عصر	۳
۹	ٹوڈ ہنٹر کا رسالہ مساوات	عصر	۳	۲۵	رسالہ ہندسہ بالجبر	عصر	۳
۱۰	بزراد شمس کا جبر مقابلہ	عصر	۳	۲۶	ہنٹر کا علم حساب الجزیات	عصر	۱
۱۱	رسالہ حد زبانی دکنی ہنٹر	عصر	۲	کتابین جو محفوظ رہا لطباع میں ہیں			
۱۲	رسالہ حجاب ہنٹر	۱۲	۱	۲۷	شرح ٹوڈ ہنٹر کے چھوٹے مقابلہ کے	۸	۲
۱۳	رسالہ حجاب ٹوڈ ہنٹر	۱۲	۳	۲۸	سوالات مساحت	۲	۱
۱۴	پوش تحریر قلیدیں کے اوپر چھاپا	۱۲	۳	۲۹	زبانی حساب	۲	۱
۱۵	اختر چار مقالہ	۱۲	۳	۳۰	نتایج قلیدیں مقالہ پنجم و ششم	عصر	۳
۱۶	گلبرہ باطن چار مقالہ	۸	۲	۳۱	نتایج قلیدیں مقالہ دہم و ہجادم	۴	۳